

Colectivul de autori:
Emanoil Remus Cazacu, Elena Simona Lăcătușu, Simona Andreea Șova,
Alina Filimon, Radu Isaic

AUXILIAR CURRICULAR

pentru
examenul de bacalaureat

- ediția a IV-a, revizuită și adăugită -

Filiera Tehnologică **Profil Servicii**

Material elaborat în cadrul
Proiectului privind Învățământul Secundar (ROSE)
cu avizul Inspectoratului Școlar Județean Bacău
Beneficiar: Colegiul „N.V. Karpen“ Bacău
Titlul subproiectului: „Karpen – Școala progresului“
Acord de grant nr. 577/SGL/RII/02.10.2018

Editura KARPEN DIEM
BACĂU
2024

Coordonatori:

Prof. Emanoil Remus Cazacu
Prof. Elena-Simona Lăcătușu
Prof. dr. Simona-Andreea Șova
Ing. Radu Isaic

Contribuția profesorilor la elaborarea compendiului:

Prof. dr. Mihai Ardei Prof. Camelia Ciorcilă Prof. Adina Coșescu Prof. Elena Pârlog Prof. Adina Tămi Prof. Ioana Trișcaș	Capitolul 1. Limba și literatură română
Prof. Beatris Anghel Prof. Daniela Bertea Prof. Magda Enea Prof. Cristina Măgirescu Prof. Eugen Păduraru	Capitolul 2. Matematică
Prof. Andrei Tănăselea Prof. Virgil Vatră	Capitolul 3. Geografie
Prof. Oana Martin	Capitolul 4. Logică

Corectură: Alina Filimon, Radu Isaic, Vasile Lezeriuc

Copertă: Radu Isaic, Daniela Andronic

DTP: Radu Isaic, Vasile Lezeriuc

**Auxiliar curricular ptr examenul de bacalaureat, ed. a IV-a revizuită și
adăugită – Filiera Tehnologică – Profil Servicii – 2024**

ISBN 978-606-95802-3-3

ARGUMENT

Dragi elevi,

Auxiliarul curricular pentru examenul de bacalaureat reprezintă un material elaborat în cadrul Proiectului privind învățământul secundar (ROSE), subproiect „Karpen – Școala progresului”, finanțat prin Schema de Granturi pentru Licee (SGL). Prezentul ghid este un suport de instruire menit să vă ofere un real sprijin în pregătirea examenului de bacalaureat.

În realizarea acestui suport, autorii au avut în vedere curricula școlară în ansamblul său (competențe generale, valori și atitudini, competențe specifice, conținuturi și sugestii metodologice), pentru toate disciplinele la care veți susține examenul, iar structura și conținutul respectă Programa pentru Examenul de Bacalaureat.

Lucrarea de față își propune să vă ofere o sinteză de informații, aplicații și probe de evaluare pentru toate disciplinele la care veți susține examenul de bacalaureat. Ea răspunde la principalele cerințe ale examenului, utilitatea acesteia fiind susținută din mai multe puncte de vedere: permite învățarea individuală, în ritm propriu, modul în care sunt prezentate sintezele și aplicațiile asigură o înțelegere temeinică a conținuturilor și vă veți familiariza cu structura subiectelor, cu gradul lor de dificultate, primul pas pentru o învățare de calitate.

Autorii au ordonat conținuturile pe disciplinele la care veți susține probele scrise ale examenului, astfel încât utilizarea ghidului să fie accesibilă vouă. Ghidul prezintă o serie de sinteze, ordonate în raport cu exigențele programei școlare, urmate de aplicații care vizează dobândirea competențelor și înțelegerea conținuturilor și activități de evaluare.

Cu siguranță, prezentul material, cumulat cu eforturile voastre și susținerea nemijlocită a cadrelor didactice, va contribui la creșterea calității procesului educațional și la facilitarea obținerii unor rezultate corespunzătoare așteptărilor la examenul de bacalaureat.

Autorii

LISTA DISCIPLINELOR la care se susține examenul de bacalaureat

1. PROBELE DE EVALUARE A COMPETENȚELOR LINGVISTICE ȘI DIGITALE

- A - Probă de evaluare a competențelor de comunicare orală în limba română (probă orală)
- B - Probă de evaluare a competențelor de comunicare orală în limba maternă
- C - Probă de evaluare a competenței lingvistice într-o limbă de circulație internațională studiată în liceu (probă orală, scrisă și practică)
- D - Probă de evaluare a competențelor digitale (probă scrisă/practică)

2. PROBELE SCRISE

- E a) – Limba și literatura română
- E c) – Matematică
- E d) – Geografie, Logică și argumentare, Psihologie, Economie, (probă scrisă la alegere).

Capitolul 1. Limba și literatura română

Lista de conținuturi

I. GENUL LIRIC

1. Lirica romantică: Mihai Eminescu, *Luceafărul*
2. Lirica simbolistă: George Bacovia, *Plumb*
3. Lirica modernistă: Lucian Blaga: *Eu nu strivesc corola de minuni a lumii*
Tudor Arghezi: *Testament, Flori de mucigai*
Ion Barbu: *Din ceas dedus, Riga Crypto și Iapona Enigel*
4. Lirica tradiționalistă: Vasile Voiculescu: *În Grădina Ghetsemani*
Ion Pillat: *Aci sosi pe vremuri*
5. Lirica neomodernistă: Nichita Stănescu, *Leoaică tânără, iubirea*

II. GENUL EPIC

1. Basmul cult: Ion Creangă, *Povestea lui Harap-Alb*
2. Nuvela realist-psihologică: Ioan Slavici, *Moara cu noroc*
3. Nuvela romantică: Costache Negruzzi, *Alexandru Lăpușneanu*
4. Romanul tradițional, interbelic: Mihail Sadoveanu, *Baltagul*
5. Romanul obiectiv, realist, interbelic: Liviu Rebreanu, *Ion*
6. Romanul obiectiv, realist de tip balzacian, interbelic: George Călinescu, *Enigma Otiliei*
7. Romanul subiectiv, modern, psihologic, interbelic: Camil Petrescu, *Ultima noapte de dragoste, întâia noapte de război*
8. Roman obiectiv, realist, postbelic: Marin Preda, *Moromeții*

III. GENUL DRAMATIC

1. Comedia: I. L. Caragiale, *O scrisoare pierdută*
2. Drama postbelică: Marin Sorescu, *Iona*

IV. DACIA LITERARĂ

V. TITU MAIORESCU

VI. MODERNISMUL ROMÂNESC: EUGEN LOVINESCU

VII. CURENTE LITERARE ȘI CULTURALE

VIII. GENURI LITERARE

I. GENUL LIRIC

1. Poemul filozofic romantic

Luceafărul, de Mihai Eminescu



Context:

Poemul *Luceafărul* a apărut în *Almanahul Societății Academice Social-Literare România Jună* din Viena, în anul 1883, apoi a fost reprodus în revista „Convorbiri literare”.

Surse de inspirație:

Poemul a fost inspirat din basmul popular românesc *Fata în grădina de aur*, pe care-l culege și-l reproduce germanul Richard Kunisch în memorialul său de călătorie prin Balcani. O altă sursă de inspirație o constituie basmul *Miron și frumoasa fără corp* și motivul zburătorului. Mihai Eminescu valorifică surse mitologice și filozofice precum antinomiile dintre omul de geniu și omul comun, din filozofia lui Schopenhauer.

Poem alegoric:

Luceafărul, de Mihai Eminescu, este o alegorie pe tema geniului, dar și o meditație asupra condiției umane duale. Mihai Eminescu însuși notează într-un manuscris: „*În descrierea unui voiaj în Țările române, germanul K. povestește legenda Luceafărului. Aceasta este povestea. Ia rînțelesul alegoric cei-am dat este că, dacăgeniul nu are nici moarte și numele lui scapă de noaptea uitării, pe de altă parte aici pe pământ nici e capabil de a ferici pe cineva, nici capabil de a fi fericit. El n-are moarte, dar n-are nici noroc.*”

Lirismul:

În text se regăsește lirismul măștilor. Potrivit lui Tudor Vianu „personajele” poemului devin „voci” ale poetului, măștile lui. Poetul s-a proiectat nu numai sub chipul lui Hyperion-geniul, ci și sub chipul lui Cătălin, reprezentând aspectul teluric al bărbatului, sau al Demiurgului, sugerând aspirația spre impersonalitatea universală, dar și sub chipul Cătălinei, muritoarea care-și dorește atingerea absolutului.

Tema:

Tema poemului este de factură romantică: problematica omului de geniu în raport cu lumea.

Compoziția:

Poemul este structurat în patru tablouri: în primul și în ultimul, cele două planuri, terestru și comic, interferează, iar în tablourile al doilea și al treilea ele se separă. Dialogul din tabloul al doilea are loc în plan terestru, în timp ce în al treilea tablou dialogul se poartă în plan cosmic.

Tabloul întâi cuprinde strofele 1-43 și reunește planurile terestru și cosmic. Acest tablou se constituie din mai multe secvențe:

- portretul fetei de împărat;
- momentul îndrăgostirii, definit cu termenul popular „dor”;
- întâlnirea celor doi în spațiul visului, acolo unde comunicarea este posibilă și poate depăși barierele incompatibilității;
- incantația fetei;
- cele două întrupări ale Luceafărului și cele două refuzuri ale fetei de împărat.

Tabloul al II-lea cuprinde strofele 44-64 și se subordonează planului uman-terestru. Secvențele care compun al doilea tablou sunt:

- portretul fizic și moral al lui Cătălin;
- jocul erotic inițiat de Cătălin pentru a o cuceri pe Cătălina;
- Cătălina se prinde în scenariul erotic, revarsă asupra lui Cătălin iubirea magică ce-o resimte pentru Luceafăr și recunoaște în el perechea: „Te-ai potrivi cu mine”.

Tabloul al III-lea cuprinde strofele 65-85 iar dialogul dintre Luceafăr și Demiurg are loc în plan cosmic. Timpul capătă alte valențe, se măsoară în ani lumină și presupune o derulare inversă spre punctul zero al creației. Acest tablou se constituie din mai multe secvențe:

- zborul intergalactic al Luceafărului, călătoria oferă o viziune asupra cosmosului și asupra dimensiunilor acestuia, ce prefigurează cele mai noi teorii cosmogonice;
- monologul Luceafărului adresat Demiurgului prin care-i cere liberarea de „gruel negrei veșnicii”
- răspunsul Demiurgului care încearcă să-i tempereze elanul dionisiac și să-l inițieze în dobândirea atitudinii apolinice. Monologul are trei secvențe: deșertăciunea lumii și a existenței umane, oferirea spre compensație Luceafărului a trei ipostaze de întrupare: de înțelept sau filozof, de poet sau cântăreț orfic și de conducător de oști, de împărat, care poate supune lumea, satira la adresa inconsecvenței acțiunilor și sentimentelor umane.

În **tabloul al IV-lea** dialogul are loc atât în plan terestru, cât și cosmic și cuprinde strofele 86-98. Este descrisă, într-un cadru romantic, idila dintre Cătălin și Cătălina. Una dintre secvențele acestui tablou o reprezintă pastelul terestru. Natura devine spațiul protector al celor doi îndrăgostiți. Urmează monologul lui Cătălin, care demonstrează forța transfiguratoare a iubirii. Cătălina, acum îndrăgostită de Cătălin, se adresează pentru ultima oară Luceafărului, invocându-l, de data aceasta, ca stea norocoasă. Răspunsul Luceafărului la chemarea fetei se constituie într-un monolog prin care se pun în evidență detașarea, retragerea din spațiile siderale ale spiritului, însingurarea cosmică. Discursul său este construit pe antiteza dintre condiția omului de geniu și cea a omului comun. Metafora „cercul strâmt” nu reprezintă doar spațiul limitat al existenței umane, ci și al cunoașterii în care este prizonier omul, iar metafora „lumea mea” sugerează accesul la cunoașterea absolută, căreia i se dedică omul de geniu.

Trăsături romantice ale poemului:

- sursele de inspirație;
- amestecul genurilor literare;
- teme și motive romantice;

-antiteza ca procedeu artistic principal al poemului.

Particularități de limbaj și de expresivitate poetică:

La nivel fonetic și prozodic sesizăm utilizarea fonetismelor arhaice conservate în graiul moldovenesc și ardelenesc („brață”, „răzima”, „mânile”, „străluce” etc), muzicalitatea meditativă a versurilor, alternanța tonului minor cu cel major, odată cu alternarea planurilor uman-terestru, universal-cosmic.

La nivel lexico-semantic se remarcă prezența unui vocabular în mare parte de cuvinte și expresii populare („băiat din flori”, „îi cade dragă fata”, „să-mi dai o gură”, „acu-iacu”, „bată-i vina”etc.).

La nivel morfologic constatăm prezența verbelor la imperativ („cobori”, „pătrunde”, „luminează”), verbe la imperfect cu valoare durativă („creșteau”, „treceau”, „părea”, „vedeau”), verbe la perfect simplu („se făcu”, „se ivi”) care dau oralitate textului, folosirea interjecțiilor („mări”, „ia”).

La nivel stilistic se observă prezența figurilor de stil precum: antiteza geniu-om comun, epitetul („mândru”, „frumos”, „mare”, „viu” etc.), comparația („Și mândră-n toate cele/Cum e Fecioara între sfinți/Și luna între stele”, „Cu obrăjori ca doi bujori”), metafora („sfera mea”, „cercul strâmt”, „ești visul meu din urmă” etc.), hiperbola („Privirea ta mă arde”, „Venea plutind în adevăr/Scăldat în foc de soare”).

Concluzia:

Poemul *Luceafărul*, de Mihai Eminescu, armonizează atât teme, motive, elemente ale imaginarului poetic, atitudini romantice, cât și simbolurile morții și ale vieții.



Activități de învățare:

1. Precizează trăsăturile definiții ale Luceafărului în cele două ipostaze ale întrupării sale.
2. Comentează antiteza ce se creează în text între „setea de repaos” și „dorul nemărginit”.
3. Explică semnificația sintagmei „chip de lut” pe care o folosește astrul când i se adresează fetei.
4. Identifică sensurile cuvântului „noroc” folosit atât de Luceafăr, cât și de Cătălina.
5. Comentează metafora „o oră de iubire”.
6. Transcrie versurile în care este prezentă antiteza nemuritor-pământean, din tabloul al III-lea.
7. Identifică sursele de inspirație folclorică și filozofică ce au dus la crearea poemului *Luceafărul*.



Activități de evaluare:

1. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, despre tema și viziunea despre lume într-un text liric romantic studiat, aparținând lui Mihai Eminescu.
2. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți particularități ale unui text poetic studiat, aparținând lui Mihai Eminescu.

Bibliografie:

1. Murărașu, D. – *Mihai Eminescu – viața și opera*, Editura Eminescu, București, 1983;
2. Papu, Edgar – *Poezia lui Eminescu*, Editura Minerva, București, 1971;
3. Todoran, Eugen – *Eminescu*, Editura Minerva, București, 1972.

2. Poezia simbolistă

Plumb, de George Bacovia



Context:

Poezia simbolistă *Plumb* deschide volumul cu același titlu, apărut în 1916, definindu-l în totalitate.

Elemente simboliste:

Textul poeziei se înscrie în lirica simbolistă prin: folosirea simbolurilor, tehnica repetițiilor, cromatica și dramatismul trăirii eului liric. Dramatismul este sugerat de corespondența ce se stabilește între materie și spirit.

Titlu:

Titlul poeziei este simbolul *plumb*, care sugerează apăsarea, angoasa, greutatea sufocantă, cenușiul existențial, universal monoton, închiderea definitivă a spațiului existențial, fără soluții de ieșire.

Tema:

Tema poeziei o constituie condiția poetului într-o societate artificială, lipsită de aspirații.

Structura textului:

Poezia este structurată în două catrene construite pe baza lexemului *plumb*, care este reluat în șase din cele opt versuri. Cele două strofe corespund celor două planuri ale realității: realitatea exterioară, obiectivă, simbolizată de cimitir și de cavou și realitatea interioară, subiectivă, simbolizată de sentimentul iubirii, a cărui invocare se face cu disperare.

Limba și expresivitate:

Strofa I surprinde elemente ale cadrului spațial închis, apăsător, sufocant, în care eul liric se simte clausturat: **cavoul** simbolizează universul interior. Elementele decorului funerar sunt: „sicriile de plumb”, „vestmântul funerar”, „flori de plumb”, obiecte funerare de duzină, tipice pentru mica burghezie de provincie.

Strofa a II-a debutează sub semnul tragicului existențial, generat de moartea afectivității:

„Dormea întors amorul meu de plumb”. Cuvântul „întors” constituie misterul poeziei. Probabil este vorba, așa cum spunea Blaga, despre întoarcerea mortului cu fața spre apus. „Aripile de plumb” presupun un zbor în jos, căderea surdă și grea, moartea. Încercarea de salvare este iluzorie: „Și-am început să-l strig”. Starea de solitudine a eului lyric este sugerată de repetarea sintagmei „stam singur”, care alături de celelalte simboluri accentuează senzația de pustietate sufletească.

Nivelul fonetic, elemente de prozodie:

La nivel fonetic, cuvântul „plumb” cuprinde o vocală închisă de câte două consoane „grele”, ceea ce sugerează o închidere a spațiului. În restul poeziei predomină vocalele *o*, *i*, *u*, dând glas vidului lăuntric. În ceea ce privește prozodia, **Plumb** are o construcție riguroasă, care sugerează prezența morții, prin închiderea versurilor cu rimă îmbrățișată, măsură fixă de 10 silabe, iambul alternând cu amfibrahul.

Nivelul morfologic:

La nivel morfologic se remarcă timpul imperfect, care desemnează recutul nedeterminat, permanența unei stări de angoasă: *dormeau*, *stam*, *era*, *scârțâiau*, *atârnav*. Cele două verbe la perfect compus - *am început* și, respectiv, la conjunctiv - *să strig*, sugerează disperarea eului lyric atunci când conștientizează că universul înconjurător este cuprins de atmosfera sumbră a morții.

Nivelul sintactic:

Textul este structurat pe o serie de propoziții principale, independente, coordonate prin juxtapunere sau copulative. Se mai remarcă și topica inversă, cu subiectul postpus: „Dormea întors amorul”. Repetarea conjuncției copulative „și” realizează suprapunerea de imagini pentru a reda aceeași stare.

Nivelul lexical:

Se remarcă prezența lexemelor din câmpul semantic al morții: *sicriu*, *cavou*, *funerar*, *coroană*, *mort*. Repetarea aceluiași cuvinte are ca efect monotonia.

Nivelul stilistic:

Este prezent simbolul *plumb*, asociat metaforelor: „*flori de plumb*”, „*coroanele de plumb*”, „*aripile de plumb*” și expresivitatea epitetului din versul: „*Dormea întors amorul meu de plumb*”.

Concluzia:

Prin atmosferă, muzicalitate, folosirea sugestiei, a simbolului, a corespondențelor, zădăriră stărilor de angoasă și spleen, poezia **Plumb** se încadrează în lirica simbolistă.



Activități de învățare:

1. Enumeră cel puțin trei trăsături ale simbolismului din textul poeziei.
2. Care sunt sursele muzicalității în poezia „Plumb”?
3. Argumentează că poezia „Plumb” este simbolistă.
4. Identifică și comentează tipul de lirism din text.



Activități de evaluare:

1. Scrie un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți tema și viziunea despre lume într-un text poetic studiat la clasă, aparținând simbolismului.
2. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți particularități ale unui text poetic studiat, aparținând lui George Bacovia.
3. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să argumentezi apartenența la simbolism a unui text poetic studiat.

Bibliografie:

1. Flămând, Dinu – *Introducere în opera lui G. Bacovia*;
2. Petroveanu, Mihai – *George Bacovia*, Editura pentru Literatură, București, 1969;
3. Trandafir, Constantin – *Poezia lui Bacovia*, Editura Saeculum, București, 2001.

3. Modernismul interbelic

„Eu nu strivesc corola de minuni a lumii”, de Lucian Blaga



Context

Poezia „Eu nu strivesc corola de minuni a lumii” a fost publicată în volumul de debut al poetului intitulat „Poemele luminii”, apărut în 1919 și este una dintre cele mai cunoscute arte poetice ale literaturii române.

1. Trăsături: specie literară, curent literar

Specie literară: artă poetică (poezie programatică), meditație filosofică.

Curent literar: aparține curentului modernist prin apariția în perioada interbelică, ponderea elementului filosofic, caracterul programatic, folosirea versului liber și a ingambamentului.

2. Imagini artistice și idei poetice semnificative pentru tema și viziunea despre lume a lui Lucian Blaga

Tema: este cea programatică, prezentând condiția filosofică a artistului într-o lume modernă preocupată de cunoașterea realităților de esență și de suprafață.

Viziunea despre lume: eul liric se declară un adept al cunoașterii luciferice, considerând că misterul universului trebuie protejat.

3. Elemente de compoziție și de limbaj ale textului poetic

Tipul de lirism: este cel subiectiv, deoarece eul liric își face simțită prezența prin pronume, adjective pronominale și verbe la persoana I, numărul singular: *eu, mea, mei, nu strivesc* etc.

Titlul: conține o metaforă revelatorie care pune accentul asupra frumuseții de neînchipuit a universului, frumusețe care trebuie păstrată cu orice preț.

Relații de opoziție: adepții cunoașterii luciferice sunt în antiteză față de cei ai cunoașterii paradiziace.

Relații de simetrie: enumerarea celor patru forme vizibile ale misterului se face atât la început, cât și la sfârșit.

Motive poetice: *misterul* și *lumina* sunt idei adesea reluate în poezie datorită forței celor două cuvinte de a pune în evidență liniile gândirii filosofice blagiene.

Compoziția: poezia are forma unui monolog confesiv cu trei secvențe lirice (versurile 1-5, 6-18, 19-20).

4. Analiza textului poetic

Prima secvență lirică subliniază poziția teoretică a eului liric față de problema misterului universal. Verbele *nu strivesc* și *nuucid* îl plasează în sfera cunoașterii luciferice, iar el preferă să contemple formele vizibile ale misterului: *flori, ochi, buze, morminte*.

A doua secvență lirică pune în evidență caracterul negativ al adepților cunoașterii paradiziace care încearcă abuziv să cerceteze misterul universal și nu reușesc altceva decât să-și irosească timpul și bucuria de a trăi. Eul liric îi condamnă, arătând valoarea misterului de nepătruns. Față de acest mister, datoria ființei umane este nu numai de a-l păstra, ci chiar de a-l amplifica, într-o manieră similară luminii lunii care păstrează neclare contururile obiectelor în timpul nopții: „*ci tremurătoare mărește și mai tare taina nopții*”.

A treia secvență lirică oferă o motivație de natură afectivă a atitudinii eului liric: el se comportă astfel cu misterul universal și cu formele sale vizibile pentru că le poartă o mare iubire.

Inovații prozodice: versul liber și îngambamentul

Limbajul poetic: pronumele personal *eu* devine un leitmotiv al poeziei, discursul poetic intelectual (exprimând trăiri umane profunde, elevate), importanța metaforei ce nu reprezintă o simplă figură de stil, ci o modalitate artistică de înțelegere a lumii înconjurătoare).



5. Activități de învățare:

1. Identifică o temă și două motive literare în poezia studiată.
2. Comentează semnificația pronumelui nehotărât "altora" din text.
3. Explică forma de plural a pronumelui "altora", în opoziție cu singularul *mea / eu*.
4. Identifică secvențele lirice ale textului.
5. Formulează trei enunțuri pentru a exprima mesajul filosofic al fiecărei secvențe identificate.
6. Comentează reluarea titlului în primul vers al poeziei.
7. Transcrie o enumerație relevantă pentru conturarea mesajului filosofic al poeziei.
8. Explică simbolistica fiecăruia termen al enumerației selectate.



6. Itemi pentru evaluarea sumativă:

6.1. Se dă textul:

*„Pe spate ne-am întins în iarbă: tu și eu.
Văzduh topit ca ceara-n arșița de soare
curgea de-a lungul peste miriști ca un râu.
Tăcere apăsătoare stăpânea pământul
și-o întrebare mi-a căzut în suflet până-n fund.*

*N-avea să-mi spună
nimic pământul? Tot pământu-acesta
neîndurător de larg și-ucigător de mut,
nimic?*

*Ca să-l aud mai bine mi-am lipit
de glii urechea - indoielnic și supus -
și pe sub glii ți-am auzit
a inimei bătaie zgomotoasă.*

Pământul răspundea.”

(Lucian Blaga, *Pământul*)

Cerințe:

1. Menționează o temă și un motiv literar din text.
2. Identifică două mărci lexico-gramaticale ale prezenței eului liric în text.
3. Transcrie o comparație, o metaforă și o interogație retorică și explică sensul uneia dintre ele.
4. Identifică valoarea expresivă a reluării verbului "a spune".
5. Prezintă semnificația titlului în raport cu textul poetic.
6. Argumentează, prin evidențierea a două trăsături, apartenența textului dat la genul liric.
7. Argumentează, prin evidențierea a două trăsături, apartenența textului dat la curentul literar modernism.
8. Ilustrează una dintre caracteristicile limbajului poetic (de exemplu: expresivitate, ambiguitate, sugestie, reflexivitate) prezentă în textul dat.

6.2. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți particularități ale unui text poetic modernist studiat, aparținând lui Lucian Blaga.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

-evidențierea a două trăsături care fac posibilă încadrarea textului poetic studiat într-un curent cultural / literar;

-prezentarea modului în care tema se reflectă în textul poetic studiat, prin comentarea a două imagini sau idei poetice;

-analiza, la alegere, a două elemente de compoziție și de limbaj, semnificative pentru textul poetic studiat, din seria: titlu, imaginar poetic, figuri semantice (tropi), motive poetice.

Bibliografie:

1. Braga, Corin – *Lucian Blaga. Geneza lumilor posibile*, Editura Institutul European, Iași, 1998;
2. Pop, Ion – *Lucian Blaga – universul liric*, Editura Cartea Românească, București, 1981;
3. Tănase, Al. – *Lucian Blaga – filosoful poet, poetul filosof*, Editura Cartea Românească, București, 1977.

Modernismul interbelic

Testament

de Tudor Arghezi



„*Am căutat cuvinte virginale, cuvinte puturoase, cuvinte cu râie, cuvinte care asaltează ca viespile sau liniștesc ca răcoarea, cuvinte fulgi, cuvinte aer, cuvinte metal*”. (Tudor Arghezi)

Context:

Charles Baudelaire afirma că din urât poetul va naște „un farmec nou”. Acest crez poetic poate fi recunoscut în programul estetic arghezian din *Testament*, poezie ce deschide volumul de debut „*Cuvinte potrivite*”(1927), esențializat în versurile „Din bube, mucegaiuri și noroi/ Iscat-am frumuseți și prețuri noi.”

1. Trăsături: specie literară, curent literar

- **Specie literară:** artă poetică, *Testament* este o poezie cu un pronunțat caracter programatic în care se ilustrează concepția autorului despre rolul artei și al artistului în lume, din care transpar teme și motive recurente.

- **Curent literar:** Modernism prin: innoirea prozodiei, metafora ce încifrează mesajul discursului liric, estetica urâtului, caracter confesiv, subiectivitatea lirismului, metalimbaj,

2. Elemente de compoziție și nivel ideatic

-**Titlul:** este un motiv anticipativ, cu valoare simbolică, întrucât avertizează cititorul asupra temei literare: *rolul artei și al artistului în lume*. Metafora simbol, *testament*, introduce ideea de moștenire literară, astfel încât poezia devine lecție de învățătură bazată pe o experiență existențială amplă, cea a străbunilor, care trebuie respectată, însușită și asumată. Astfel, creația, poezia devine o modalitate de traversare a limitelor spațiale și temporale, prin comunicarea cu generațiile viitoare. Prin tematica abordată poezia argheziană se încadrează în modernism.

-**Tema:** *Testament* este o poezie cu un pronunțat caracter programatic în care se ilustrează concepția autorului despre rolul artei și al artistului în lume, din care transpar teme și motive recurente. Din perspectivă argheziană, arta trebuie să transmită un crez, o atitudine față de lume. Mesajul acesteia este ascuns în simboluri care fascinează, modelează subtil mentalitatea cititorului. În ipostaza de creator, eul poetic devine reprezentant al creatorului, al celui care schimbă, transformă realitatea în poezie.

- **Compoziția:** Concepută în trei secvențe lirice, cu un număr inegal de versuri, *Testament* reprezintă o definiție poetică a artei și în egală măsură a rostului creatorului a cărui creație înseamnă trudă și migală, meșteșug al cuvintelor.

- Imaginar poetic, figuri semantice/ tropi

- **Prima secvență poetică,** formată din primele douăsprezece versuri, se organizează în jurul câtorva termeni „carte”, „fiule”, „străbuni”, „treaptă”, care evidențiază integrarea poetului într-un șir de generații: de la străbuni a moștenit un trecut întunecat, plin de durere și încordare, un drum „prin râpi și gropi adânci / Suite de bătrânii mei pe brânci”. Poetul este momentul de trecere, de evoluție, creația lui este o „treaptă” pentru urmași, iar cartea are valoarea incontestabilă a începutului unui alt fel de existență.

- **A doua secvență poetică,** cea mai amplă, se construiește în jurul versului „Eu am ivit cuvinte potrivite”, unde a ivi este sinonim cu a crea, iar cuvintele potrivite aduc în lumină ideea de act creator, unde cuvântul se suprapune și exprima gândul poetului. Acum se surprinde rolul etic, estetic și social al poeziei.

- **Ultima secvență** a acestei arte poetice evidențiază ideea că actul creator angajează harul, vocația creatorului „slova de foc”, dar și efortul, truda și migala acestuia „slova făurită”. Poetul este șlefuitor de cuvinte și transformă suferința în artă. Poetul primește harul creator ca un dar, care în urma muncii „robul

a scris-o”, se transformă în artă. Aceasta are rolul de a transmite urmașilor valorile ancestrale, poezia este legătura dintre generații „Domnul o citește”.

Înnoiri prozodice moderniste: versul liber și tehnica îngambamentului.

Caracteristicile limbajului poetic: consoanelor și vocalelor închise ce dau textului o notă de solemnitate și gravitate, apelul la imperativ „așaz-o” și vocativ „fiule”, la folosirea persoanei I și a II-a care creează impresia de dialog între creator și urmașul său spiritual, care alături de timpurile verbale perfect simplu „făcui” și perfect compus „am prefăcut” susțin tonul de confesiune și dimensiunea reflexivă a poeziei, prin estetica urâtului, Arghezi recuperează termenii colocviali, argotici, nepoetici, arhaici și populari: „bube”, „negi”, „țap”, „hrisov”, „sarici”, „ocara”, „pe brânci”, prin care poezia devine un fenomen de esențializare, menită să slujească o idee, să modeleze conștiința omului.



Activități de învățare:

1. Menționează cel puțin patru elemente care fac posibilă încadrarea poeziei în modernism.
2. Precizează rolul incipitului în raport cu titlul poeziei.
3. Prezintă semnificația următoarelor metafore: *carte, treaptă, cuvinte potrivite, condei, călimară*.
4. Explică semnificația versurilor: „ *Din bube, mucagaiuri și noroi/ Iscat-am frumuseți și prețuri noi.*”
5. Evidențiază trăsăturile lirismului subiectiv.



Modele de itemi pentru evaluare sumativă:

I. Se dă textul:

„Întinsă leneșă pe canapea,
Domnița suferă în cartea mea.
Slovă de foc și slovă făurită
Împărechiate-n carte se mărită,
Ca fierul cald îmbrățișat în clește.
Robul a scris-o, Domnul o citește,
Făr-a cunoaște ca-n adâncul ei
Zace mânia bunilor mei.,,

Testament, de Tudor Arghezi

1. Transcrie două figuri de stil diferite.
2. Explică sensul termenilor „slova de foc”, „slova făurită”.
3. Comentează, în 6 – 10 rânduri, relația dintre mijloacele artistice și ideea poetică.
4. Ilustrează principala caracteristică a limbajului poetic prezentă în text.
5. Explică semnificația ultimului vers din textul dat.

II. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți particularități ale unui text poetic studiat, aparținând lui Tudor Arghezi.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

- evidențierea a două trăsături care fac posibilă încadrarea textului poetic într-un curent literar/ tendință literară;
- prezentarea modului în care tema se reflectă în textul poetic studiat, prin comentarea a două imagini poetice sau idei poetice;
- analiza a două elemente de structură, de compoziție și de limbaj, semnificative pentru textul poetic studiat (de exemplu: titlu, imaginar poetic, figuri poetice, motive poetice)

Bibliografie:

1. Balotă, Nicolae – *Opera lui Tudor Arghezi*, Editura Eminescu, București, 1979;
2. Micu, Dumitru – *Opera lui Tudor Arghezi*, Editura pentru Literatură, București, 1965.

Modernismul interbelic

Flori de mucigai

de Tudor Arghezi



1. Trăsături: specie literară, curent literar

- **Specie literară:** artă poetică, *Flori de mucigai* este o poezie cu un pronunțat caracter programatic în care se ilustrează concepția autorului despre rolul artei și al artistului în lume, din care transpar teme și motive recurente.

- **Curent literar:** Modernism prin: înnoirea prozodiei, metafora ce încifrează mesajul discursului liric, estetica urâtului, caracter confesiv, subiectivitatea lirismului, metalimbaj, intelectualizarea expresiei poetice.

2. Elemente de compoziție și nivel ideatic

- **Titlul:** este un motiv anticipativ cu valoare simbolică, întrucât avertizează cititorul asupra temei literare: *rolul artei și al artistului în lume*. Astfel, *mucegaiul* poate sugera prin sonoritate și sens urâtul existențial al lumii mundane. Titlul are la bază oximoronul, prin care se alătură motivul floral ce simbolizează frumusețea, perfecțiunea, cu substantivul *mucigai*. Se creează o metaforă emblematică pentru lirica argheziană, pentru estetica urâtului.

- **Tema:** *Flori de mucigai* este o poezie cu un pronunțat caracter programatic în care se ilustrează concepția autorului despre rolul artei și al artistului în lume, din care transpar teme și motive recurente, având la bază un pretext epic. Din perspectivă argheziană, arta trebuie să transmită un crez, o atitudine față de lume. Mesajul acesteia este ascuns în simboluri care fascinează, modelează subtil mentalitatea cititorului.

- **Tipul de discurs:** se concretizează în monolog liric ce îmbracă forma unei confesiuni poetice, marcată de lirism subiectiv prin marci lexico-gramaticale, verbe, pronume și adjective pronominale de persoana I.

- **Compoziția:** poezia se împarte în două strofe inegale, 16 și 4 versuri, ce corespund a trei secvențe poetice. Astfel, prima parte definește condiția artistului și a creației, în timp ce cea de-a doua raportează actul creator la realitatea exterioară.

- **Imaginar poetic, figuri semantice/ tropi**

Prima secvență surprinde o ipostază inedită a eului creator, „*Le-am scris cu unghia*”, ce simbolizează jertfa creatoare, într-un spațiu al pustiului, „*fîridă goală*”. Imaginea are la bază un pretext epic, surprinzând experiența poetului care a fost întemnițat care scrie „*pe tencuială*”. Astfel, condiția umană se rezumă la *întuneric* și *singurătate*, metafore care încadrează poezia în modernism.

Harul divin este simbolizat prin *taurul*, *leul*, *vulturul*, atribuite apostolilor Luca, Marcu, Ioan, subliniindu-se condiția iluminării sacre de care eul liric este privat, refuzându-i-se muza.

Secvența a doua ilustrează creația, având la bază estetica urâtului prin simbolul *gropii*, metaforă a condiției umane. Stihurile *fără an* situează într-un prezent etern *setea* de viață a omului și *foamea* lui de ardere până la mistuire.

Secvența a treia surprinde încercarea eșuată de a scrie despre urâtul existențial *cu unghia îngerească*, metaforă a harului creator.

Înnoiri prozodice moderniste: versul liber aritmic, având doar ritm interior și tehnica ingambamentului.

Caracteristicile limbajului poetic: limbaj autoreflexiv, termeni religioși utilizați și cu sensuri laice, apoetici, duri, construcții oximoronice.



Activități de învățare:

1. Prezintă opoziția între două planuri ale discursului poetic.
2. Explică semnificația titlului în raport cu ideea poetică și mijloacele artistice.
3. Ilustrează una dintre caracteristicile limbajului poetic.
4. Comentează ultimul vers al poeziei.
5. Argumentează apartenența poeziei la curentul literar modernism.



Modele de itemi pentru evaluare sumativă:

I. Se dă textul:

„Sunt stihuri fără an,
Stihuri de groapă,
De sete de apă

Și de foame de scrum,
Stihurile de acum.

Când mi s-a tocit unghia îngerească
Am lăsat-o să crească
Și nu mi-a crescut -
Sau nu o mai am cunoscut.,,
Flori de mucigai, de Tudor Arghezi

1. Transcrie două figuri de stil diferite.
2. Explică sensul termenilor „stihuri fără an”, „Stihuri de groapă”.
3. Menționează tema și două motive literare găsite în text.
4. Comentează, în 6 – 10 rânduri, relația dintre mijloacele artistice și ideea poetică.
5. Evidențiază trăsăturile lirismului subiectiv.

II. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți particularități ale unei arte poetice studiate.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

- evidențierea a două trăsături care fac posibilă încadrarea textului poetic într-un curent literar/ tendință literară;
- prezentarea modului în care tema se reflectă în textul poetic studiat, prin comentarea a două imagini poetice sau idei poetice;
- analiza a două elemente de structură, de compoziție și de limbaj, semnificative pentru textul poetic studiat (de exemplu: titlu, imaginar poetic, figuri poetice, motive poetice)

Bibliografie:

1. Balotă, Nicolae – *Opera lui Tudor Arghezi*, Editura Eminescu, București, 1979;
2. Micu, Dumitru – *Opera lui Tudor Arghezi*, Editura pentru Literatură, București, 1965.

Modernismul interbelic *Din ceas dedus...*, de Ion Barbu



„Nu există alt poet român care să spună mai multe în mai puține cuvinte”. (Tudor Vianu)

Context:

Poezia „Din ceas dedus...”, face parte din etapa ermetică de creație, deschide volumul „Joc secund” publicat în 1930 și este considerată cea mai cunoscută drept cea mai cunoscută dintre **artele poetice** ale lui Ion Barbu.

1. Trăsături: specie literară, curent literar

- **Specie literară**: artă poetică, întrucât Ion Barbu însuși definea **spațiul poetic** drept „lume purificată până la a nu mai oglindi decât figura spiritului nostru. Ca orice absolut, este o pură direcție, un semn al minții”. Astfel, **poezia devine act intelectual**, iar nu exprimare a sentimentelor.

- **Curent literar: modernism**, discursul liric fiind caracterizat de: **intelectualism** - lirismul se îmbină cu rigoarea matematică prin folosirea unui limbaj abstract, profund conceptual, **ermetism**- presupune ocultarea extremă a mesajului artistic în cadrul unei sintaxe poetice dificile, rezultate din elipsa predicatului din primul catren, inversiuni dislocări topice, **ambiguitate**- transparență din prezența unor imagini poetice neobișnuite, organizate în jurul unor metafore cu sensuri multiple, **obscuritate**- rezultă din prezența unor simboluri greu de descifrat.

2. Elemente de compoziție și nivel ideatic

-**Titlul**: este un motiv anticipativ cu valoare simbolică, întrucât avertizează cititorul asupra temei literare: **rolul artei și al artistului în lume**. Reluată în primul vers, sintagma „Din ceas, dedus” pune în lumină **metafora ceasului** ce subliniază efemeritatea umanului. Adjectivul „dedus” conturează imaginea creației care neagă temporalitatea, arta fiind cea care depășește limitele temporale.

-**Tema**: „Din ceas dedus...” este o poezie cu un pronunțat **caracter programatic** în care se prezintă concepția autorului asupra rolului artei și al artistului în lume. Astfel, apar teme și motive literare predilecte.

Din perspectivă barbiană, *poezia* este un „*joc secund, mai pur*”, o realitate purificată, pornită de la viața obiectivă, care însă nu se confundă cu aceasta. Poetul scoate *esențele* din universul real, făcând mutația acestora în *plan poetic*.

- **Compoziția:** Discursul liric este organizat în *două secvențe poetice* corespunzătoare celor *două catrene*. **Prima secvență poetică**, eliptică (adică îi lipsește) de predicat, ilustrează mecanismul transformării, a purificării realității în planul artei, în vreme ce **a doua** pune în lumină însăși imaginea actului creator și implicit rolul poetului.

- **Imaginar poetic, figuri semantice/ tropi**

Prima secvență poetică debutează cu metafora ceasului care anunță mecanismul transformării artistice ca experiență de esențializare a elementelor universului, astfel încât timpul cronologic, istoric, linear, ireversibil se anulează în spațiul pur al creației. **Oximoronul** „*adâncul acestei calme creste*” surprinde imaginea operei poetice, realitatea imediată și proiecția ei pură. În procesul sublimării artistice, elementele concrete ale realității se transformă în esențe pure, ideale.

A doua secvență poetică constituită din al doilea catren, pune în lumină imaginea actului creator și implicit menirea poetului în refacerea armoniei universale. Discursul liric se structurează pe baza termenilor „zenit” și „nadir”, cele două puncte antinomice (opuse) ale spațiului astral. Sub semnul zenitului stă realitatea, lumina solară, contingentul, elemente anunțate prin metafore în primul catren „*cirezile agreste*”, „*ceasul omenesc*”.

Datoria poetului este aceea de a reface, prin mijloace specifice artei, *armonia primordială* a universului, esențializând, stilizând și încifrând în imagini poetice aspectele constante ale existenței și ale cunoașterii.

Caracteristicile limbajului poetic: concizia exprimării, sintaxa poetică în care predomină terminologiile științifice, luate mai ales din matematică – „însurare”-, neologismele cu rol de epitet – „nadir latent”- și recurgera la elipse, dislocări, inversiuni topice, anacoluri, îngreunând astfel descifrarea sensurilor clasice ale discursului liric. Așadar, înțelegerea poeziei lui Barbu este dificilă din cauza structurii interioare de natură științifică și a conciziei textului liric.

La *nivel prozodic*, poezia respectă constrângerile metricii tradiționale pentru a potența ermetismul textului. Poezia se structurează în două catrene cu versuri lungi, de 13-14 silabe, rimă încrucișată și ritm iambic.



Activități de învățare:

1. Explică semnificația simbolului apei.
2. Comentează, în 6-10 rânduri ideea poetică centrală.
3. Explică semnificația titlului în raport cu ideea poetică și mijloacele artistice.
4. Menționează cel puțin patru elemente care fac posibilă încadrarea poeziei în modernism.



Modele de itemi pentru evaluare sumativă:

I. Se dă textul:

*Din ceas, dedus adâncul acestei calme creste,
Intrată prin oglindă în mântuit azur,
Tăind pe înecarea cirezilor agreste,
În grupurile apei, un joc secund, mai pur.*

Din ceas dedus..., de Ion Barbu

1. Transcrie două figuri de stil diferite.
2. Explică semnificația sintagmei „joc secund”.
3. Ilustrează una dintre caracteristicile limbajului poetic.
4. Explică semnificația ultimului vers din textul dat.
5. Transcrie neologismele din textul suport.

II. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți particularități ale arte poetice, aparținând lui Ion Barbu.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

- evidențierea a două trăsături care fac posibilă încadrarea textului poetic într-un curent literar/ tendință literară;
- prezentarea modului în care tema se reflectă în textul poetic studiat, prin comentarea a două imagini poetice sau idei poetice;
- analiza a două elemente de structură, de compoziție și de limbaj, semnificative pentru textul poetic studiat (de exemplu: titlu, imaginar poetic, figuri poetice, motive poetice)

Bibliografie:

1. Mincu, Marin – *Opera literară a lui Ion Barbu*, Editura Cartea Românească, București, 1990;
2. Scarlat, Mircea – *Ion Barbu – poezie și deziderat*, Editura Albatros, București, 1981.

Modernismul interbelic ***Riga Crypto și lapona Enigel, de Ion Barbu***



Context: balada *Riga Crypto și lapona Enigel* este cuprinsă în ciclul *Uvedenrode*, din volumul *Joc secund* publicat în 1930, numită de autor însuși „Luceafăr întors”. Aparține etapei baladic-orientală, cea de-a doua etapă a creației poetului.

1. Trăsături: specie literară, curent literar

- **Specie literară:** **baladă** cu elemente de **artă poetică** și de legendă;
- **Curent literar:** **modernism**, discursul poetic fiind caracterizat de: **intelectualism** - lirismul se îmbină cu rigoarea matematică prin folosirea unui limbaj abstract, profund conceptual, **ermetism**- presupune ocultarea extremă a mesajului artistic în cadrul unei sintaxe dificile, **ambiguitate**- transpare din prezența unor imagini poetice neobișnuite, organizate în jurul unor metafore cu sensuri multiple, **obscuritate**- rezultă din prezența unor simboluri greu de descifrat.

2. Elemente de compoziție și nivel ideatic

- **Titlul:** este un motiv anticipativ cu valoare simbolică, întrucât avertizează cititorul asupra temei literare. Cei doi membri ai cuplului sunt antagonici: *Crypto* – cel tăinuit și *Laponă* – sugerează ideea de înger.
- **Tema:** iubirea ca modalitate de cunoaștere a lumii.
- **Compoziția:** Discursul poetic este structurat după **modelul** narațiunii în ramă, fiind prezentă interferența genurilor epic, liric și dramatic – două părți ce corespund celor două nunți.

Primela patru strofe –*prologul* surprinde dialogul menestrelului cu „*nuntașul fruntaș*”- *rama*.

Partea a doua pune în lumină povestea de iubire neîmplinită dintre Enigel și Riga Crypto, în mai multe tablouri poetice. Dialogul se realizează în visul fetei. Se prezintă în antiteză tablourile celor doi. Riga rostește descântecul-chemare de trei ori, iar Enigel îl respinge. Finalul îl surprinde pe Crypto transformat într-o ciupercă otrăvitoare, făcând nuntă cu „măsălarita-mireasă”. Alegoric, se prezintă eroi cu valoare arhetipală, modele existențiale: *Riga Crypto* – omul instinctual, ce „trăiește clipa” fără a putea ajunge la valorile spirituale, *laponă Enigel* – condiția omului superior ce tinde spre absolut, spre cunoaștere apolinică, *Soarele* – cunoașterea absolută.

Cei doi eroi sunt prezentați în două secvențe descriptive de tip portret. Personajul masculin, ***Riga Crypto***: „*Des cercetat de pădureți / În pat de râu și humă unsă / Împărăția peste bureți / Crai Crypto, inimă ascunsă // La vecinic tron de rouă, parcă.*” El năzuiește să depășească limitele condiției sale prin iubire. Personajul feminin ***Enigel***, mica laponă este surprinsă într-o călătorie inițiată dinspre spațiile boreale spre sud, spre tărâmurile Soarelui, Enigel străbate drumul transumanței ca pe un drum al inițierii, ca pe o aventură a cunoașterii: „*De la iernat la pășunat / În noul an să-șiducă renii / Prin aer ud, tot mai la sud / Ea poposi pe mușchiul crud / La Crypto, mirele poienii.*” Proba constă în popasul lui Enigel în lumea lui Crypto: „*La lămpi de gheață sub zăpezi / Tot polul meu un vis visează...; Că dacă-n iarnă sunt făcută / Și ursul alb mi-e vărul drept / Din umbra deasă desfăcută / Mă-nchin la soarele-nțelept.*”

Semnificații: drumul spre sud al laponiei este inițiat, iar popasul în ținutul rigăi este o probă. Există trei trepte ale inițierii: cercu Venerii – ființa instinctuală – Crypto, cercul lui Mercur – cunoașterea rațională – Enigel, Soare – cunoașterea absolută.

Caracteristicile limbajului poetic: figura de stil dominantă – antiteza (materie/spirit, rațiune/instinct, soare/umbră, lumină/întuneric, veghe/somn).



Activități de învățare:

1. Realizați o analogie, din punct de vedere tematic, între *Luceafărul*, de Mihai Eminescu și *Riga Crypto și lapona Enigel*, de Ion Barbu.
2. Argumentează apartenența poeziei la specia baladă modernă.
3. Comentează simbolul nunții în viziune barbiană.
4. Prezintă conceptul de mască lirică.
5. Comentează titlul în raport cu ideea poetică.



Modele de itemi pentru evaluare sumativă:

I. Se dă textul:

„Des cercetat de pădureți
În pat de râu și-n humă unsă,
Împărătea peste bureți
Crai Crypto, inimă ascunsă,

La vecinic tron, de rouă parcă!
Dar printre ei bârfeau bureții
De-o vrăjitoare mânătarcă,
De la fântâna tinereții.
Și răi ghioci și toporași
Din gropi ieșeau să-l ocărăscă,
Sterp îl făceau și nărăvaș,
Că nu voia să înflorească.

În țări de gheață urgisită,
Pe-același timp trăia cu el,
Laponă mică, liniștită,
Cu piei, pre nume Enigel.”

Riga Crypto și lapona Enigel, de Ion Barbu

1. Transcrie un epitet și o metaforă.
2. Explică prezența lirismului obiectiv.
3. Ilustrează, prin două argumente, apartenența textului la modernism.
4. Ilustrează una dintre caracteristicile limbajului poetic.
5. Comentează, în 6 – 10 rânduri, relația dintre mijloacele artistice și ideea poetică.

II. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți particularități ale unui text poetic studiat, aparținând lui Ion Barbu.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

- evidențierea a două trăsături care fac posibilă încadrarea textului poetic într-un curent literar/ tendință literară;
- prezentarea modului în care tema se reflectă în textul poetic studiat, prin comentarea a două imagini poetice sau idei poetice;
- analiza a două elemente de structură, de compoziție și de limbaj, semnificative pentru textul poetic studiat (de exemplu: titlu, imaginar poetic, figuri poetice, motive poetice)

Bibliografie:

1. Mincu, Marin – *Opera literară a lui Ion Barbu*, Editura Cartea Românească, București, 1990;
2. Scarlat, Mircea – *Ion Barbu – poezie și deziderat*, Editura Albatros, București, 1981

4. Tradiționalismul interbelic

“În grădina Ghetsemani”, de Vasile Voiculescu



Context

Poezia „În grădina Ghetsemani” a fost publicată în volumul de versuri intitulat “Pârgă”, apărut în 1921 și este caracteristică pentru reliefarea viziunii artistice tradiționaliste din literatura română. Sursa de inspirație a fost Evanghelia Sfântului Luca, ce descrie într-un pasaj momentul retragerii pentru rugăciune a lui Isus în această grădină, în ajunul Patimilor.

1. Trăsături: specie literară, curent literar

Specie literară: meditație religioasă și filosofică.

Curent literar: aparține curentului tradiționalist prin apariția în perioada interbelică, ponderea elementului religios, caracterul paseist, folosirea unor termeni arhaici.

2. Imagini artistice și idei poetice semnificative pentru tema și viziunea despre lume a lui Vasile Voiculescu

Tema: este cea religioasă, prezentând rugăciunea lui Isus în grădina Ghetsemani de pe Muntele Măslinilor, dar și cea filosofică, evidențiind eternul conflict dintre spirit și materie.

Viziunea despre lume: este una a credinței profunde în Mântuitorul lumii, exemplu de abnegație totală în vederea salvării omenirii decăzute.

3. Elemente de compoziție și de limbaj ale textului poetic

Tipul de lirism: este cel obiectiv, deoarece eul liric este absent, iar trăirile poetice profunde sunt exprimate prin pronume și verbe la persoana a III-a: *-i, -și, lupta, nu primea, se-mpotrivea* etc.

Titlul: fixează locul rugăciunii lui Isus, care devine un spațiu simbolic al suferinței imposibil de exprimat complet în cuvinte.

Relații de opoziție: dintre spiritul dornic de sacrificiu și materia care se împotrivește suferinței.

Relații de simetrie: planul naturii apare la începutul și sfârșitul textului, aflându-se în strânsă legătură cu planul sentimentelor și trăirilor lui Isus.

Motive poetice: *paharul, sângele, furtuna, apa, mierea, veninul, măslinii* sugerează alternanța dintre trăirile contradictorii ale lui Isus.

Compoziția: poezia are un caracter descriptiv și este împărțită în 4 strofe, în care coexistă planul naturii cu cel al sentimentelor profunde.

4. Analiza textului poetic

Prima strofă conturează cadrul general al poeziei, punând în prim-plan imaginea lui Isus, care ezită pentru o clipă între firea sa divină ce îl îndeamnă să accepte Patimile și cea umană care îi dă un sentiment de teamă față de ceea ce îl așteaptă: *“lupta cu soarta și nu primea paharul”*.

A doua strofă și a treia strofă descriu simbolic suferința mântuitoare sub forma unui pahar care coboară din Cer, din mâna Tatălui Ceresc, dar pe care, pentru o clipă, Isus îl îndepărtează de la sine. Conținutul lichid de culoare verzuie sugerează efectul mortal, iar „sterlicile de miere” conturează consecințele pozitive pentru oameni ale Jertfei de pe Cruce.

A treia secvență lirică oferă o descriere a naturii personificate care nu mai poate îndura o suferință atât de pronunțată a lui Isus și începe să se frământa, iar în aer apar vulturii, ca un anunț al iminenței începerii Patimilor.

Elemente prozodice: versificație clasică, ritm iambic, rimă încrucișată.

Limbajul poetic: se remarcă folosirea epitetelor superlative și cromatice, de natură a sugera caracterul amplificat al chinurilor interioare: *mână nendurată, grozava cupă, apa verzuie* etc. Arhaismul *sterlici de miere* este specific viziunii poetice tradiționaliste de valorificare a filonului limbii populare.



5. Activități de învățare:

1. Prezintă sursa de inspirație a autorului pentru această poezie.
2. Transcrie din text două expresii poetice care conțin imagini cromatice.

3. Explică semnificația versului „Și-amarnica-i strigare stârnea în slăvi furtuna”.
4. Precizează semnificația sintagmei poetice „sterlici de miere”, în textul dat.
5. Comentează în 10 rânduri versurile următoare, prin evidențierea relației dintre ideea poetică și mijloacele artistice: „Deasupra fără tihnă, se frământau măslinii, Păreau că vor să fugă din loc, să nu-l mai vadă...”



6. Itemi pentru evaluarea sumativă:

Se dă textul:

*„Pe cârma lumilor plecată,
Cu ochii mari țințiți în zare.
Veghează-n noaptea-ntunecată
De-a pururi treaza cugetare.*

*Tăindu-și drum adânc, ca plugul,
De-a lungul veșniciei grele,
Sub mâna ei se mișcă crugul
Cu-ntregul lui alai de stele.*

*Ea ține firul ce măsoară
Genunile de sub picioare,
Dar nici o clipă n-o-nfioară,
Vulturile spăimântătoare [...].”*

(Vasile Voiculescu – *Cugetare*)

Cerințe:

1. Menționează o temă și un motiv literar din text.
2. Transcrie două figuri de stil diferite și explică-le sensurile.
3. Identifică valoarea expresivă a cuvântului “noaptea”.
4. Prezintă semnificația titlului în raport cu textul poetic.
5. Argumentează, prin evidențierea a două trăsături, apartenența textului dat la genul liric.
6. Argumentează, prin evidențierea a două trăsături, apartenența textului dat la curentul literar tradiționalism.
7. Ilustrează una dintre caracteristicile limbajului poetic (de exemplu: expresivitate, ambiguitate, sugestie, reflexivitate) prezentă în textul dat.

6.2. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți particularități ale unui text poetic tradiționalist studiat, aparținând lui Vasile Voiculescu.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

- evidențierea a două trăsături care fac posibilă încadrarea textului poetic studiat într-un curent cultural / literar;
- prezentarea modului în care tema se reflectă în textul poetic studiat, prin comentarea a două imagini sau idei poetice;
- analiza, la alegere, a două elemente de compoziție și de limbaj, semnificative pentru textul poetic studiat, din seria: titlu, imaginar poetic, figuri semantice (tropi), motive poetice.

Bibliografie:

1. Braga, Mircea – *V. Voiculescu în orizontul tradiționalismului*, Editura Minerva, București, 1984;
2. Popescu, Florentin – *Pe urmele lui Vasile Voiculescu*, Editura Sport-Turism, București, 1984;
3. Zaharia-Filipaș, Elena – *Introducere în opera lui Vasile Voiculescu*, Editura Minerva, București, 1980.

Tradiționalismul interbelic “Aci sosi pe vremuri”, de Ion Pillat



Context

Poezia „Aci sosi pe vremuri” a fost publicată în volumul de versuri intitulat “Pe Argeș în sus”, apărut în 1923 și este caracteristică pentru reliefarea viziunii artistice tradiționaliste din literatura română. Sursa de inspirație a fost imaginea satului patriarhal românesc din zona moșiei Florica.

1. Trăsături: specie literară, curent literar

Specie literară: elegie, meditație filosofică.

Curent literar: aparține curentului tradiționalist prin apariția în perioada interbelică, idilizarea cadrului rural, caracterul paseist, folosirea unor termeni arhaici.

2. Imagini artistice și idei poetice semnificative pentru tema și viziunea despre lume a lui Ion Pillat

Tema: este cea a scurgerii ireversibile a timpului (*fugit irreparabile tempus*) care provoacă mutații profunde în universul interior al ființei umane.

Viziunea despre lume: este una nostalgică, cu dorința secretă de a opri, măcar pentru o clipă, acest flux temporal.

3. Elemente de compoziție și de limbaj ale textului poetic

Tipul de lirism: cel obiectiv se îmbină cu cel subiectiv. Lirismul obiectiv are un caracter de meditație general-umană, iar exprimarea trăirilor poetice se face la persoana a III-a: *pândise, i-a recitat, simțeau* etc. Lirismul subiectiv este susținut de prezența mărcilor lexico-gramaticale specifice: *m-, am spus, am părut* etc.

Titlul: fixează cadrul spațial (*aci*) și temporal (*pe vremuri*) al dragostei care nu poate fi alterată de scurgerea vremii.

Relații de opoziție: dintre timpul cu efectele sale negative și ființa umană care se străduiește să-și afle împlinirea în viața care i-a fost dată.

Relații de simetrie: planul iubirii alternează cu cel meditativ. Iubirea de altădată își găsește un corespondent în cea din prezent. Versul *De nuntă sau de moarte, în turnul vechi din sat* are rol de laitmotiv.

Motive poetice: al casei părăsite, al amintirii, al tablourilor, al nisipului, al clopotului.

Compoziția: poezia are un caracter descriptiv și este împărțită în patru secvențe lirice, cu 19 strofe, distihuri urmate de un vers individual, cu rol de epilog.

4. Analiza textului poetic

Prima secvență conturează cadrul general al poeziei, punând în centru metafora *casei amintirii*, ce adună toate trăirile personale ale generațiilor de ieri și de azi. Se prezintă întâlnirea romantică dintre bunicii eului liric, pe atunci în floarea tinereții, într-o atmosferă romantică patriarhală: „*Îi spuse Sburătorul de-un tânăr Eliad*”.

A doua secvență are un ton filosofic, reliefând caracterul bizar al timpului care șterge viețile oamenilor, a căror amintire supraviețuiește în portrete: „*Ce straniu lucru vremea...*”

A treia secvență oferă o descriere a întâlnirii romantice din prezent, pe care eul liric încearcă să o trăiască la aceeași intensitate ca aceea a înaintașilor săi, recitând versuri care o impresionează mai puțin pe iubita sa: “*Și ți-am părut romantic, sau poate simbolist*”.

A patra secvență are un caracter de concluzie elegiacă, subliniind din nou consecințele distructive al scurgerii timpului: „*De nuntă sau de moarte, în turnul vechi din sat*”.

Elemente prozodice: versificație clasică, ritm iambic, rimă împerecheată.

Limbajul poetic: se remarcă folosirea unor nume proprii cu rezonanțe arhaice: *Sburătorul, Eliad, Calyopi, Le lac*, dar și a altora cu rezonanțe moderne: *Francis Jammes, Horia Furtună*. Vocalele prezente în versul laitmotiv contribuie la realizarea unui efect sonor, cu sugestii referitoare la efemeritatea ființei umane.



5. Activități de învățare:

1. Prezintă sursa de inspirație a autorului pentru această poezie.
2. Transcrie din text două expresii poetice care conțin imagini artistice diferite.
3. Explică semnificația versului „În drumul lor spre zare îmbătrâniră plopii”.
4. Precizează semnificația sintagmei poetice „Dar ei, în clipa asta, simțeau c-o să rămână”, în textul dat.
5. Comentează în 10 rânduri versurile următoare, prin evidențierea relației dintre ideea poetică și mijloacele artistice: „Și cum ședeam... departe, un clopot a sunat, / Același clopot, poate, în turnul vechi din sat”.



6. Itemi pentru evaluarea sumativă:

6.1. Se dă textul:

„Cât vezi cu ochiul, verde, păpurișul
 Se-ndoaie-n vântul serii, foșnitor.
 Din când în când și-arată luminișul
 Un ochi de apă moartă. Un cocor
 Cu aripa deschisă se ridică
 Din stuf, sfâșietor de trist scâncind,
 Sau cai tătari, dând roată fără frică,
 Sălbăticiți, nechează pe un grind.
 Amurgu-mbracă Delta toată-n aur
 Cu turla unui sat lipovenesc,
 Dar umbrele ostroavelor de plaur
 Albastrul cenușiu îl împânzesc.
 Vaporul taie noaptea șoptitoare,
 Și valul ce se-ntunecă-ntr-una,
 Când cele cinci coline cresc în zare,
 De aur vânat cum e pruna.”

(Ion Pillat – *Amurg în Deltă*)

Cerințe:

1. Menționează o temă și un motiv literar din text.
2. Transcrie două figuri de stil diferite și explică-le sensurile.
3. Identifică valoarea expresivă a cuvântului “aur”.
4. Prezintă semnificația titlului în raport cu textul poetic.
5. Argumentează, prin evidențierea a două trăsături, apartenența textului dat la genul liric.
6. Argumentează, prin evidențierea a două trăsături, apartenența textului dat la curentul literar tradiționalism.
7. Ilustrează una dintre caracteristicile limbajului poetic (de exemplu: expresivitate, ambiguitate, sugestie, reflexivitate) prezentă în textul dat.

6.2. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți particularități ale unui text poetic tradiționalist studiat, aparținând lui Ion Pillat.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

- evidențierea a două trăsături care fac posibilă încadrarea textului poetic studiat într-un curent cultural / literar;
- prezentarea modului în care tema se reflectă în textul poetic studiat, prin comentarea a două imagini sau idei poetice;
- analiza, la alegere, a două elemente de compoziție și de limbaj, semnificative pentru textul poetic studiat, din seria: titlu, imaginar poetic, figuri semantice (tropi), motive poetice.

Bibliografie:

1. Livescu, Cristian – *Introducere în opera lui Ion Pillat*, Editura Minerva, București, 1980;

2. Martin, Aurel – *Poeți contemporani*, Editura pentru Literatură, București, 1967;
3. Ornea, Zigu – *Tradiționalism și modernitate în deceniul al treilea*, Editura Eminescu, București, 1980.

5. Neomodernismul

Leoaică tânără, iubirea

de Nichita Stănescu



Context: Poem cuprins în volumul *O viziune a sentimentelor* (1964), *Leoaică tânără, iubirea* aparține primei etape a creației stănesciene, **etapa metaforică**. În această etapă, viziunea poetică se construiește în jurul unei metafore esențiale, „revelatorii”, poetul surprinde trăiri esențiale, stări de spirit cu dialectica lor imprevizibilă, dându-le concretețe, materialitate, corporalitate.

Curent literar: *Leoaică tânără, iubirea* aparține neomodernismului prin ineditul abordării temei, fiind caracterizată de ambiguitatea limbajului poetic, de insolitul imaginilor artistice, reprezentarea abstracțiilor în forma concretă, de noutatea metaforelor și de înnoirile prozodice.

Tema: Poezia e o romanță cantabilă, dar și o meditație a cărei **temă** este definirea iubirii ca aventură esențială a ființei. **Viziunea despre lume** este una inedită asupra sentimentului de iubire, concretizat în imaginea leoaicei. Situat în centrul lumii sale, eul trăiește plenar iubirea, sub semnul certitudinilor. Iubirea reprezintă, în viziunea sa lirică, o stare de vibrație continuă, o cale spre revelație.

Titlul, realizat prin alăturarea apozițională a celor două substantive, pune semnul identității între cea mai minunată aventură a omului – iubirea – și leoaica tânără, agresivă, de o frumusețe sălbatică, naturală, spontană, plină de elan vital. Această echivalare între sentimentul abstract și simbolul concret generează întreaga viziune poetică. **Izomorfismul** iubire-leoaică evidențiază perfect mecanismul construirii imaginarului poetic stănescian, trăirea lăuntrică – în această poezie, sentimentul iubirii –, aventura cunoașterii eului și non-eului prin eros sunt obiectivate, proiectate în afară, materializate, corporalizate ca realități palpabile, care generează o inefabilă „viziune a sentimentelor”.

Structură și semnificații:

Compozițional, poezia este alcătuită din trei secvențe, evidențiate prin strofele inegale ca întindere.

Prima secvență surprinde clipa revelării iubirii. Vizualizat, corporalizat ca o frumoasă felină, sentimentul iubirii ia forma agresivă a leoaicei care „pândise-n încordare mai demult”. Întâlnirea cu Iubirea e violentă, imprevizibilă, având forța unui impact resimțit fizic: „Colții albi mi i-a înfipt în față/ M-a mușcat leoaica azi de față”.

Secvența a doua se oprește asupra efectului psihologic al neașteptatei întâlniri, raportând eul poetic la univers, la lumea de jos și la zăriștea cosmică. „Mușcătura” nu provoacă durere, ci determină o metamorfoză a fapturii și chiar a întregului univers. Trăirea acută a sentimentului are semnificația unei „treziri”, a unei noi geneze. Lumea pare a se naște abia acum cu adevărat pentru făptura îndrăgostită. **Elementele de cosmogonie** sunt stilizate, reduse la două simboluri: cel al cercului rotitor și al apelor primordiale: „Și deodată-n jurul meu, natura/ se făcu un cerc, de-a-dura,/când mai larg, când mai aproape,/ca o strângere de ape”.

Secvența a treia surprinde transformarea fapturii celui care iubește. Aceasta pare a se naște și ea din nou dintr-un „deșert în strălucire”. Prin suita de metonimii (*fruntea* numind metonimic gândirea, *sprânceană* – cunoașterea prin contemplare, iar *bărbia*, comunicarea prin cuvânt) se surprinde **o nouă relație a eului cu sinele și cu lumea**. Versul final – „înc-o vreme și-înc-o vreme...” –, construit prin repetiție lăsată deschisă (prin apelul la punctele de suspensie), poate fi interpretat diferit, ca nostalgie a eternității ce nu poate fi cucerită nici prin iubire (timp rotitor) sau, dimpotrivă, ca veșnic adaos la durată limitată hărăzită omului, ca timp rostitor, întemeind lumi și cântec. Poezia se încheie astfel rotund, prin revenirea la prezențele inițiale: omul și Erosul.

Alternarea structurilor prozodice clasice (rîma pereche în secvența a doua și, parțial, a treia – unde e dublată de rîma îmbrățișată) cu **versul alb** (dominant în prima strofă) este un suport formal sugestiv pentru ideatica poeziei, vorbind prin vremi despre iubirea care pune ordine și aduce armonie în univers. Prin urmare, poezia neomodernistă *Leoaică tânără, iubirea* ilustrează inedit momentul în care omul trăiește sentimentul iubirii împlinite, sentiment care poate sta la temelie actului creator și care îl poate proiecta pe acesta în eternitate.



Activități de învățare

• Folosiți metoda jurnalului triplu, împărțind foaia în trei coloane. În prima coloană scrieți un vers care v-a impresionat, iar în cea de-a doua comentați-l. Faceți schimb de foi cu un coleg, comentând versul ales de acesta, dar și comentariul celui alt elev.

• Comentați, în minimum 50 de cuvinte, strofa a doua a poeziei *Leoaică tânără, iubirea*, de Nichita Stănescu, evidențiind relația dintre ideea poetică și mijloacele artistice.

• Comentați, în minimum 50 de cuvinte, prima strofă a poeziei *Leoaică tânără, iubirea*, de Nichita Stănescu, evidențiind două trăsături ale neomodernismului.

• Comentați, în minimum 50 de cuvinte, textul următor, evidențiind rolul verbelor din prima strofă.

• Alcătuiți o comparație, un epitet și o metaforă pornind de la cuvântul **iubire**. Introduceți apoi imaginile obținute într-un minieseu care să definească iubirea din perspectiva lui Nichita Stănescu.

• Creați un **cvintet** care să aibă ca prim vers cuvântul **iubire**, al doilea vers să fie format două adjective care descriu iubirea, versul al treilea să fie format din trei verbe la gerunziu, al patrulea vers să fie format din patru cuvinte care exprimă sentimente față de subiect. Ultimul vers este un cuvânt prin care se exprimă esența subiectului, de obicei sub formă metaforică.



Evaluare

1. Alcătuiți un eseu structurat de minimum 400 de cuvinte în care să comentați textul *Leoaică tânără, iubirea*, de Nichita Stănescu, prin evidențierea relației dintre ideea poetică și mijloacele artistice, urmărind următoarele repere:

- sesizarea ideii/ ideilor poetice;
- identificarea figurilor de stil;
- comentarea semnificațiilor acestora.

2. Redactați un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți particularități ale unui text poetic studiat, aparținând neomodernismului.

În elaborarea eseului, veți avea în vedere următoarele repere:

• evidențierea a două trăsături care permit încadrarea textului poetic studiat într-un curent cultural/literar;

• prezentarea modului în care tema se reflectă în textul poetic studiat, prin comentarea a două imagini sau idei poetice;

• analiza, la alegere, a două elemente de compoziție și de limbaj, semnificative pentru textul poetic studiat, din seria: titlu, imaginar poetic, figuri semantice (tropi), motive poetice, leitmotiv, elemente de prozodie, relații de opoziție și de simetrie etc.).

Bibliografie:

1. Bîrsilă, Mircea – *Introducere în poetica lui Nichita Stănescu*, Editura Paralela 45, Pitești, 2006;
2. Braga, Corin – *Nichita Stănescu – orizontul imaginar*, Editura Dacia, Cluj, 2002.

II. GENUL EPIC

1. Basmul cult

Ion Creangă – *Povestea lui Harap-Alb*



Context:

Basmul *Povestea lui Harap-Alb*, de Ion Creangă, a fost publicat în 1877 în revista „Convorbiri literare” din Iași, fiind o operă cultă.

Trăsături: specie literară, elemente specifice

-**Specia literară:** basm cult deoarece are un autor cunoscut și este transmisă prin scris.

-**Elemente specifice basmului:** formule narative inițiale, mediane și finale, personaje specifice, triplicarea, călătoria, probele, moartea și învierea, metamorfoza etc.

Tema: cea a inițierii personajului în tainele vieții și ale morții, rezultând astfel un *Bildungsroman*.

Elemente de compoziție:

-**Titlul** conține un oximoron esențial pentru reliefaarea complexității personajului ce are atât calități, cât și defecte.

-**Conflictul epic** se desemnează între forțele binelui (Harap-Alb) susținute de personaje auxiliare (Sfânta Duminică, furnicile, albinele, Gerilă etc.) și cele ale răului (Spânul).

-**Relații temporale și spațiale:** sunt ambigue (ca în orice basm: „Amu cică era odată...”).

-**Firul narativ** urmărește evoluția protagonistului de-a lungul a trei călătorii. Este prezent amestecul neobișnuit de real și fabulos. Metafora drumului sugerează necesitatea trecerii prin clipe dificile pentru maturizarea personajului principal.

-**Naratorul** relatează la persoana a III-a, în general este omniscient și obiectiv, cu excepția unor secvențe în care se implică emoțional, folosind dativul etic.

Personajul principal – sugestii de abordare:

-**încadrarea în operă:** protagonist, cu nume sugestiv, ilustrând ideea de maturizare socială și sentimentală;

-**statutul social, psihologic, moral:** mezin al Craiului, dornic să se afirme și să facă uitată rușinea fraților săi mai mari; lipsit de experiență, plin de intenții pozitive, inocent. Triumfă în final.

-**trăsături de caracter:** curajul (îl înfruntă pe tatăl său deghizat în urs), generozitatea (ajută diferite personaje în situații grele), sentimentalismul (se îndrăgostește de fiica Împăratului Roș), orgoliul (nu respectă sfaturile tatălui său) și naivitatea (se încrede în cuvintele Spânului).

-**mijloace de caracterizare:** directe („Fiul craiului, boboc în felul său la trebi de aieste”) și indirecte (de exemplu, naivitatea reiese din scena în care îl acceptă prea ușor pe Spân drept servitor).

Relația dintre două personaje (Harap-Alb și Spânul) – sugestii de abordare:

-**precizarea naturii relației celor două personaje:** de antiteză, ele simbolizând forțele binelui și ale răului

--**încadrarea în operă:** personaj protagonist, respectiv antagonist. Primul apare chiar de la început, iar al doilea pe parcursul acțiunii operei, după despărțirea mezinului de tatăl său.

-**statutul social, psihologic, moral (pentru Spân, pentru Harap-Alb, vezi mai sus):** întruchipare a laturii negative a ființei umane, dornic să facă rău și să tulbure echilibrul lumii în care trăiește. Dorința de a distruge este sugerată de lipsa podoabei capilare. Nu are momente de remușcare. Este pedepsit în final, în acord cu morala basmului.

--**trăsături de caracter (pentru Spân, pentru Harap-Alb, vezi mai sus):** ambiția, viclenia, perseverența, schimbarea bruscă de atitudine (în scena fântânii), impulsivitatea (în scena decapitării lui Harap-Alb).

-**mijloace de caracterizare (pentru Spân, pentru Harap-Alb, vezi mai sus):** directe („Spânul voind acum să piardă pe Harap-Alb cu orice preț...”) și indirecte (viclenia reiese din secvența în care îl convinge pe Harap-Alb să-l tocmească drept călăuză).



Activități de învățare – sugestii:

1. Enumeră cel puțin cinci trăsături ale basmului cult, identificate în textul operei studiate.
2. Prezintă, într-un tabel comparativ, diferențele dintre basmul popular și cel cult.
3. Comentează, în 5-10 rânduri afirmația criticului literar George Călinescu: „Basmul este o oglindire a vieții în moduri fabuloase”.
4. Numește trăsăturile morale ale lui Harap-Alb, desprinse indirect din următoarele probe: prima întâlnire cu Sfânta Duminică, trecerea podului, aducerea sălăților, aducerea nestematelor, întâlnirea cu furnicile, întâlnirea cu albinele, întâlnirea cu cei cinci prieteni.
5. Explică numele de Harap-Alb, primit de erou de la Spân, ținând cont de: valoarea stilistică a numelui, sensul propriu și cel figurat al sintagmei.



Modele de itemi pentru evaluarea sumativă:

1. Se dă următorul text:

„- Na! așa trebuie să pățească cine calcă jurământul! Dar calul lui Harap-Alb îndată se repede și el la Spân și-i zice:

- Pân-aici, Spânule! Și odată mi ți-l înșfacă cu dinții de cap, zboară cu dânsul în înaltul cerului, și apoi, dându-i drumul de-acolo, se face Spânul până jos praf și pulbere. Iară fata împăratului Roș, în

vălmășagul acesta, repede pune capul lui Harap-Alb la loc, îl înconjură de trei ori cu cele trei smicele de măr dulce, toarnă apă moartă, să stea sângele și să se prindă pielea, apoi îl stropește cu apă vie, și atunci Harap-Alb îndată învie și, ștergându-se cu mâna pe la ochi, zice suspinând:

- Ei, da' din greu mai adormisem!

- Dormeai tu mult și bine, Harap-Alb, de nu eram eu, zise fata împăratului Roș, sărutându-l cu drag și dându-i iar paloșul în stăpânire.

Și apoi, îngenunchind amândoi dinaintea împăratului Verde, își jură credință unul altuia, primind binecuvântare de la dânsul și împărăția totodată.

După aceasta se începe nunta, ș-apoi, dă Doamne bine!

Lumea de pe lume s-a strâns de privea,

Soarele și luna din cer le râdea.

Ș-apoi fost-au fost poftiți la nuntă: Crăiasa furnicilor, Crăiasa albinelor și Crăiasa zânelor, minunea minunilor din ostrovul florilor!

Și mai fost-au poftiți încă: crai, crăiese și-mpărați, oameni în seamă băgați, ș-un păcat de povestar, fără bani în buzunar. Veselie mare între toți era, chiar și sărăcimea ospăta și bea!

Și a ținut veselie ani întregi, și acum mai ține încă; cine se duce acolo bea și mănâncă. Iar pe la noi, cine are bani bea și mănâncă, iară cine nu, se uită și rabdă.”

(Ion Creangă, Povestea lui Harap-Alb)

1. Identifică și definește specia literară în care se încadrează textul.
2. Scrie sinonimele următoarelor cuvinte din text: **credință, minune, vălmășag, privea.**
3. Prezintă semnificația unei figuri de stil din textul dat.
4. Alcătuieste două enunțuri în care să folosești o expresie/ locuțiune care să conțină substantivul **praf.**
5. Ilustrează, cu exemple din text, două trăsături ale genului epic.
6. Construiește două enunțuri în care să ilustrezi polisemia cuvântului **păcat.**
7. Transcrie din text și numește două mărci ale limbajului specific lui Ion Creangă.
8. Explică semnificația numelui personajului principal.

2. Scrie un eseu de 2 - 3 pagini despre particularitățile de construcție a unui personaj dintr-un basm cult studiat, aparținând lui Ion Creangă.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

- prezentarea statutului psihologic, moral etc. al personajului ales, prin raportare la conflictul/conflictele basmului cult studiat;

- relevarea principalei trăsături a personajului ales, ilustrată prin două episoade;

- exprimarea unui punct de vedere argumentat, despre modul în care se reflectă o idee sau tema basmului cult studiat în construcția personajului pentru care ai optat.

3. Scrie un eseu de 2 - 3 pagini despre relația dintre două personaje dintr-un basm cult studiat, aparținând lui Ion Creangă.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

- prezentarea statutului psihologic, moral etc. al personajelor alese, prin raportare la conflictul/conflictele basmului cult studiat;

- relevarea principalelor trăsături ale personajelor alese, prin referire prin două episoade;

- exprimarea unui punct de vedere argumentat, despre modul în care se reflectă o idee sau tema basmului cult studiat în construcția personajelor pentru care ai optat.

Bibliografie:

1. Boutière, Jean – *Viața și opera lui Ion Creangă*, Editura Junimea, Iași, 1976;

2. Călinescu, G. – *Istoria literaturii române de la origini până în prezent*, Editura Aristarc, Onești, 2000;

3. Parascan, Constantin – *Măștile inocenței*, Editura Junimea, Iași, 2000.

2. Nuvela realistă și psihologică Moara cu noroc, de Ioan Slavici



Context:

Nuvela „Moara cu noroc”, de Ioan Slavici, a fost publicată în anul 1881, în volumul de proză scurtă “Novele din popor”.

Trăsături: specie literară, elemente specifice

-**Specia literară:** nuvelă, deoarece are dimensiuni medii, fir narativ unitar și accentul pus asupra personajului principal.

-**Curentul literar:** realism, deoarece este inspirată din viața reală a bănățenilor din secolul al XIX-lea, are personaje tipice influențate de mediul social.

Tema: cea socială (prezintă relațiile din cadrul unei mici comunități) și cea psihologică (prezintă decăderea morală a lui Ghiță).

Elemente de compoziție:

-**Titlul** conține o sugestie ironică referitoare la schimbarea irevocabilă a destinului personajelor care ajung la acel han.

-**Conflictul epic** este complex, de natură socială și psihologică. El se desemnează, la un prim nivel, între cârciumarul Ghiță și banditul Lică. La un nivel de profunzime, conflictul se stabilește, în cazul lui Ghiță, între fondul său pozitiv și tentația îmbogățirii necondiționate.

-**Relații temporale și spațiale:** cele temporale se referă la jumătatea secolului al XIX-lea (de la Sfântul Gheorghe până la Paște), iar cele spațiale se referă la locul hanului situat între orașele Arad și Ineu din zona Banatului.

-**Firul narativ** urmărește evoluția protagonistului Ghiță de-a lungul șederii sale la han, în 17 capitole.

-**Naratorul** relatează la persoana a III-a, este omniscient și obiectiv.

Personajul principal (Ghiță) – sugestii de abordare:

-**încadrarea în operă:** protagonist, cu nume comun, sugerând ideea că în situația lui s-ar putea afla și alte persoane.

-**statutul social, psihologic, moral:** cizmar, dornic să se afirme și să asigure bunăstarea familiei sale, un familist convins, cu principii de viață aparent solide. Trăiește drama instalării răului în sinele său și în familia sa. Este pedepsit în final, în acord cu morala slaviciană.

-**trăsături de caracter:** ambiția (vrea să răzbată prin propriile puteri), avariția (ajunge să iubească banii mai mult decât ar fi crezut), indiferența față de familie (în special față de soția sa, Ana), orgoliul (nu respectă sfaturile soacrei sale) și naivitatea (se încrede în cuvintele lui Lică), firea ezitantă (are momente când realizează cât de mult a decăzut).

-**mijloace de caracterizare:** directe (Ana afirmă că „Ghiță nu e decât o muiere îmbrăcată în haine bărbătești”) și indirecte (de exemplu, orgoliul reiese din secvența inițială în care se încrede prea mult în forțele lui, respingând povețele soacrei sale).

Relația dintre două personaje (Ghiță și Lică) – sugestii de abordare:

-**precizarea naturii relației celor două personaje:** de antiteză, ele simbolizând forțele binelui și ale răului.

-**încadrarea în operă:** personaj protagonist, respectiv antagonist. Primul apare chiar de la început, iar al doilea în capitolul al III-lea.

-**statutul social, psihologic, moral (pentru Lică, pentru Ghiță, vezi mai sus):** întruchipare a răului, cu o viață dublă de șef al porcarilor și de conducător al tâlharilor. Bun psiholog, exploatează slăbiciunile celorlalți pentru a-și realiza interesele. Este și pedepsit în final, în acord cu morala slaviciană.

-**trăsături de caracter (pentru Lică, pentru Ghiță, vezi mai sus):** viclenia, autoritatea, lipsa remușcărilor, impulsivitatea (în diversele întâlniri cu Ghiță), agresivitatea.

-**mijloace de caracterizare (pentru Lică, pentru Ghiță, vezi mai sus):** directe („Lică, un om de treizeci și șase de ani, înalt, uscățiv...”) și indirecte (viclenia reiese din secvența în care îl convinge pe Ghiță să devină omul său de încredere).



Activități de învățare:

1. Enumeră cel puțin cinci trăsături ale speciei literare *nuvelă*.
2. Identifică momentele subiectului într-o nuvelă studiată în clasele anterioare.
3. Identifică momentele subiectului în nuvela *Moara cu noroc*.
4. Comentează relația dintre incipitul și finalul textului.
5. Precizează modalitățile de caracterizare folosite în cazul personajului Ghiță.
6. Prezintă tipul de narator și perspectiva narativă din text.



Modele de itemi pentru evaluarea sumativă:

1. Se dă textul:

“— Ce ai, Ghiță? strigă nevasta cuprinsă de îngrijare.

— Ce am? răspunse el cu amărăciune. Am o nenorocire; pierd ziua de astăzi pentru cea de mâine. Eu nu ți-am vorbit niciodată despre lucruri de aceste, dar trebuie să fii și tu om, Ano, și să te gândești la viață, căci nu pot să-ți vie mereu toate de-a gata. Astăzi stau aici și nu mă supără nimic, dar îmi fac eu însumi gânduri rele despre ziua de mâine, și aceste gânduri nu-mi lasă tihnă să mă bucur de ziua de astăzi. Și poate că gândurile mele sunt deșerte, poate că ziua de mâine are să fie tot bună, dar o voi pierde temându-mă de cea de poimâine. Și cât vom sta aici, nu mai scap de nevoia aceasta.

— Atunci să plecăm, Ghiță.

— Da, să plecăm, dar întreabă-mă dacă mă pot hotărî să plec. Vezi tu, așa cum sunt, îmi vine greu să plec.”

1. Selectează din text doi indici temporali.
2. Numește sentimentul dominant care se degajă din atitudinea personajului Ghiță.
3. Indică sinonime potrivite pentru cuvintele *amărăciune* și *tihnă*.
4. Comentează semnificația unei figuri de stil identificate în text.
5. Precizează o modalitate artistică de expunere prezentă în text.

2. Scrie un eseu de 2 - 3 pagini despre particularitățile de construcție a unui personaj dintr-o nuvelă realistă psihologică studiată, aparținând lui Ioan Slavici.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

- prezentarea statutului social, psihologic, moral etc. al personajului ales, prin raportare la conflictul/conflictele nuvelei studiate;
- relevarea principalei trăsături a personajului ales, ilustrată prin două episoade narative;
- exprimarea unui punct de vedere argumentat, despre modul în care se reflectă o idee sau tema nuvelei în construcția personajului pentru care ai optat.

3. Scrie un eseu de 2 - 3 pagini despre relația dintre două personaje dintr-un nuvelă realistă psihologică studiată, aparținând lui Ioan Slavici.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

- prezentarea statutului psihologic, moral etc. al personajelor alese, prin raportare la conflictul/conflictele nuvelei studiate;
- relevarea principalelor trăsături ale personajelor alese, prin referire prin două episoade;
- exprimarea unui punct de vedere argumentat, despre modul în care se reflectă o idee sau tema nuvelei studiate în construcția personajelor pentru care ai optat.

Bibliografie:

- 1.Călinescu, G. – *Istoria literaturii române de la origini până în prezent*, Editura Aristarc, Onești, 2000;
- 2.Marcea, Pompiliu – *Slavici*, Editura Facla, Timișoara, 1978;
- 3.Popescu, Magdalena – *Slavici*, Editura Cartea Românească, București, 1977.

Nuvela realistă și psihologică *În vreme de război*, de Ion Luca Caragiale



Context: Publicată în anul 1889, nuvela În vreme de război propune o motivație cauzală a dezechilibrului psihic al hangiuului Stavrance, dezvoltată pe tema clasică a obsesiei.

Tipologie: *În vreme de război* este o autentică nuvelă psihologică construită pe un fir narativ unic, cu un conflict concentrat pe evoluția personajului principal. Narratorul obiectiv realizează o fișă clinică a deprădăcinării lui Stavrance și diagrama conștiinței, prin marcarea graduală a tribulațiilor de la simpla aluzie, când avocatul hâtru îi spune că doar mortul ar putea să-și revendice averea, la propagarea concentrică a obsesiei, sub forma visurilor-coșmar, și culminarea patologică a manifestărilor eroului, alienarea.

Tema nuvelei este obsesia averii, cauză a dezechilibrului psihic, vizând dimensiunea interioară a personajului.

Structură și compoziție:

Vocația arhitectonică a scriitorului realist impune o compoziție riguros structurată, pentru a descoperi cauzalitatea și fatalitatea unei existențe obscure. În esență, subiectul urmărește, pe parcursul celor trei capitole, evoluția hangiului Stavrache de la condiția de normalitate spre patima devoratoare a banului, a posesiei și spaima pierderii averii, cu toate mutațiile psihologice implicate.

Fiecare capitol marchează într-un crescendo evoluția subiectului, după cum și capitolele au o rigoare clasică în interiorul lor, marcând câte un punct culminant, o tensiune maximă a episodului respectiv.

Trei planuri importante interferează pe parcursul capitolelor:

- planul narațiunii în care se consumă precipitat evenimentele relatate în ordinea și gradăția lor de naratorul parțial obiectiv, detașat și lucid.

- planul dialogului se focalizează asupra personajului (dialogul replicat, monologul interior), având o funcție caracterologică;

- planul naturii contrapunctează manifestările protagonistului, anticipând drama sau potențând-o: „*Viscolul afară, ajund în culmea nebuniei, făcea să troznească zidurile hanului bătrân.*”

Personajul principal

În esență, hangiul Stavrache reprezintă **tipul avarului**, pentru care patima îmbogățirii devine fatalitate. Structural, personajul este consecvent dorinței de a stăpâni averea fratelui mai mic, „*ucis de trei gloanțe inamice*”. Psihic, se comportă contradictoriu, sub impulsul obsesiei care degradează ființa din interior, eroul devine un „**caz clinic**”, de factură naturalistă (prin detalierea reacțiilor fiziologice și cauzalitatea ereditară).

Personajul parcurge o gamă variată de stări tensionale: așteptarea anxioasă, veghea continuă, încordarea, tensiunea psihică, starea explozivă urmărită prin manifestările fiziologice și patologice pentru a atinge în final liniștea și resemnarea. La început, criza psihologică este intuită doar, apoi se adâncește sub apăsarea obsesiilor și conduce de la halucinație la manifestări violente și, mai târziu, la demență.

Modalitățile de caracterizare alternează în favoarea mijloacelor indirecte, în raport cu planurile narative:

- caracterizarea directă se realizează prin viziunea auctorială: „om cu dare de mână”, „cu han la drum” și prin perspectiva lui Iancu Georgescu, fratele mai mic îi solicită ajutorul, încrezător în imparțialitate;

- caracterizarea indirectă completează tipul uman, raportat la mediul social (automatisme de căpătuirii prin fraudă, patima banului, meschinăria, dezumanizarea), contextul familial (factorul ereditar se constituie ca fatalitate, ambii frați manifestă tendințe mercantile, comportament (nemilor, rapace), limbaj (brutal, fricos, dezechilibrat, alienat).

Tehnici narative

Scriitorul operează cu instrumentele specifice prozei de analiză psihologică: observația, analiza, introspecția, retrospecția și alternează modurile de expunere (narațiunea, dialogul, monologul, stilul indirect liber).



Activități de învățare

1. Argumentează cu exemple din text că nuvela „În vreme de război”, de I. L. Caragiale este o nuvelă realist-psihologică cu puternice accente naturaliste având în vedere următoarea referință critică: „*Incontestabil există o țară în familia în care un frate înnebunește, iar altul se face tâlhar ca popă și delapidator ca ofițer.*” (G.Călinescu)

2. Descrie simptomele și evoluția obsesiei lui Stavrache spre nebunie așa cum este prezentată în text.

3. Argumentează care este rolul naturii în episodul dinaintea halucinației hangiului: „*Afară plouă mărunțel, ploaie rece de toamnă, și boabele de apă prelingându-se de pe streșini și picând în clipe ritmate pe fundul unui butoi dogit, lăsat gol într-adins la umezeală, faceau un fel de cântare cu nenumărate și ciudate înțelesuri. Legănate de mișcarea sunetelor, gândurile omului începură să sfârâie iute în cercuri strâmte, apoi încet-încet se rotiră din ce în ce mai domol, în cercuri din ce în ce mai largi, și tot mai domol, și tot mai larg. Când cercul unui gând ajunsese-n fine așa de larg încât conștiinței îi era peste puțință din centru să-l mai urmărească din ce se tot depărta - omului i se pare c-aude afară un cântec de*

trâmbițe...*Militari, desigur.*” Comentează rolul descrierii cadrului natural de la finalul nuvelei: „*Viscolul afară ajuns în culmea nebuniei făcea să trosnească zidurile hanului bătrân.*”

4. Compară personajul Stavrache cu un alt personaj, din literatura română, care ilustrează avariția, respectiv dezumanizarea datorată patimei pentru avere.



Evaluare

1. Redactați un eseu, de minimum 400 de cuvinte, în care să prezentați **particularitățile unui text narativ** aparținând lui I. L. Caragiale. În elaborarea eseului, veți avea în vedere următoarele repere:

- evidențierea a două trăsături care fac posibilă încadrarea textului narativ studiat într-un curent cultural/literar;
- prezentarea modului în care tema se reflectă în textul narativ studiat, prin comentarea a două secvențe semnificative;

• analiza, la alegere, a două elemente de compoziție și de limbaj, semnificative pentru textul narativ studiat, din seria: acțiune, relații temporale, planuri narative, conflict, titlu, personaje.

2. Redactați un eseu de minimum două pagini, în care să prezentați **particularitățile de construcție a unui personaj dintr-un text narativ**, aparținând lui I. L. Caragiale. În elaborarea eseului, veți avea în vedere următoarele repere:

- prezentarea statutului social, psihologic, moral al personajului;
- evidențierea a două trăsături de caracter ale personajului ales prin patru episoade/secvențe comentate;
- analiza, la alegere, a două componente de structură și de limbaj ale textului narativ, semnificative pentru construcția personajului, din seria: acțiune, conflict, modalități de caracterizare, limbaj.

Bibliografie:

1. Dumitrache M., Nicolae Boltașu D., Bacalaureat, 80 de teste complete, Editura Booklet, 2017
2. Got M., Lungu R., Literatura română, Editura Nomina, 2007
3. Limba și literatura română. Bacalaureat, Rentrop&Straton, Bacalaureat, 2018
4. <https://ro.wikipedia.org/wiki/Wikipedia>
5. www.didactic.ro

3. Nuvela istorică

Alexandru Lăpușneanul, de Costache Negruzzi



Context: Nuvela a fost publicată în perioada pașoptisă, în primul număr al revistei *Dacia literară*, în anul 1840 și ilustrează două dintre cele patru idei formulate de Mihail Kogălniceanu în *Introducere* (promovarea unei literaturi originale, inspirația din istoria națională).

Specie literară: Este o nuvelă, specie a genului epic, cu o construcție riguroasă cu un singur fir narativ, personajele sunt relativ puține și gravitează în jurul personajului principal.

Sursa de inspirație: *Letopisețul Țării Moldovei* de Miron Costin și Grigore Ureche.

Tema: Opera are ca temă evocarea unei perioade zbuciumate din istoria Moldovei, cea de-a doua domnie a lui Alexandru Lăpușneanul (1564-1569).

Perspectiva narativă este obiectivă, naratorul fiind omniscient, detașat, dar se abate, în capitolul al III-lea, de la obiectivitate. Narațiunea este cu focalizare zero, viziunea „dindărat”.

Moduri de expunere: Narațiunea se îmbină cu descrierea.

Structură: Patru capitole cu motto-urile „Dacă voi nu mă vreți, eu vă vreau”, „Ai să dai samă, Doamnă!”, „Capul lui Moțoc vrem!”, „De mă voi scula, pre mulți am să popesc și eu”.

Momentele subiectului: Capitolul I cuprinde expozițiunea (întoarcerea lui Alexandru Lăpușneanul în Moldova cu scopul reluării tronului).

Capitolul al II-lea coincide cu desfășurarea acțiunii (fuga lui Tomșa, confiscarea averilor boierești, uciderea unor boieri, încercarea doamnei Ruxanda de a-l convinge pe domnitor să nu mai ucidă, promisiunea pe care Lăpușneanul i-o face).

Capitolul al III-lea cuprinde punctul culminant (discursul domnitorului, ospățul, uciderea celor 47 de boieri, omorârea lui Moțoc, „leacul de frică”).

Capitolul al IV-lea: reprezintă deznodământul operei (boala și moartea lui Alexandru Lăpușneanul).

Conflictul: Conflictul este de ordin social (lupta pentru putere dintre domnitor și boieri). Există și un conflict secundar, acela între domnitor și boierul Moțoc.

Caracterizarea personajului principal: Alexandru Lăpușneanul este personaj atestat istoric, romantic, eponim, întruchipează tipul domnitorului crud și tiran. Hotărât, viclean, crud, disimulat, inteligent, bun cunoscător al psihologiei umane, bun strateg, personajul este puternic individualizat și memorabil. Este **caracterizat direct** (de către narator, de alte personaje, prin autocaracterizare) și **indirect** (prin faptele sale, prin gesturi, limbaj, comportament, relația cu alte personaje, atitudine, vestimentație).

- **Trăsături realiste ale nuvelei:** Verosimilitatea faptelor prezentate, veridicitatea scenelor, stilul sobru și impersonal, narator omniscient, culoarea locală, viziune auctorială, sursa de inspirație.

- **Trăsături romantice ale operei :** Personaj exceptional urmărit în situații excepționale, antiteza, ziceri memorabile, sursa de inspirație, descrierea cetății Hotinului, exitus-ul personajului etc.

Concluzii: Fiind o nuvelă istorică în contextul literaturii pașoptiste, *Alexandru Lăpușneanul* este și o nuvelă de factură romantică, prin respectarea principiului romantic enunțat în articolul-program al revistei *Dacia literară*. Potrivit lui G. Călinescu „nuvela Alexandru Lăpușneanul ar fi devenit o scriere celebră ca și Hamlet dacă ar fi avut în ajutor prestigiul unei limbi universale”.



Activități de învățare:

1. Enumeră patru trăsături ale speciei literare **nuvelă**.
2. Identifică cele cinci momente ale subiectului din nuvela istorică „Alexandru Lăpușneanul”.
3. Precizează modalitățile de caracterizare folosite în cazul personajului principal al nuvelei.
4. Prezintă tipul de narator și perspectiva narativă din text.
5. Ilustrează cel puțin patru trăsături ale realismului prezente în text.



Activități de evaluare:

1. Scrie un eseu de 2 - 3 pagini despre particularitățile de construcție a unui personaj dintr-o nuvelă realistă istorică studiată.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

- prezentarea statutului social, psihologic, moral etc. al personajului ales, prin raportare la conflictul/conflictele nuvelei studiate;
- relevarea principalei trăsături a personajului ales, ilustrată prin două episoade narative;
- exprimarea unui punct de vedere argumentat, despre modul în care se reflectă o idee sau tema nuvelei în construcția personajului pentru care ai optat.

2. Scrie un eseu de 2 - 3 pagini despre relația dintre două personaje dintr-un nuvelă istorică studiată.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

- prezentarea statutului psihologic, moral etc. al personajelor alese, prin raportare la conflictul/conflictele nuvelei studiate;
- relevarea principalelor trăsături ale personajelor alese, prin referire la două episoade;
- exprimarea unui punct de vedere argumentat, despre modul în care se reflectă o idee sau tema nuvelei studiate în construcția personajelor pentru care ai optat.

Bibliografie:

1. Dumitrache M., Nicolae Boltașu D., Bacalaureat, 80 de teste complete, Editura Booklet, 2017
2. Got M., Lungu R., Literatura română, Editura Nomina, 2007

3. Limba și literatura română. Bacalaureat, Rentrop&Straton, Bacalaureat, 2018
4. <https://ro.wikipedia.org/wiki/Wikipedia>
5. www.didactic.ro

4. Romanul tradițional interbelic

Baltagul, de Mihail Sadoveanu



Context: publicat în 1930, aparține celei de-a doua etape din creația lui Sadoveanu, a maturității artistice.

Cea mai cunoscută creație sadoveniană, inspirată din mitul existențial românesc (motoul din Miorița), ori din mitul lui Isis și Osiris (Al. Paleologu), ilustrează formula tradițională a romanului realist de observație social și de problematic morală.

Sadoveanu scrie, în numai 17 zile, un roman complex, cu caracter mitic, simbolic, un roman al transumanței, în care creionează o civilizație pastorală, un roman filozofic, relevând o concepție despre lume și om bazată pe credință și rânduiești ancestrale, un roman inițiativ, ilustrând treptele inițierii lui Gheorghiuță.

Tema: Tema vieții și a morții și cea a căutării adevărului se întemeiază epic pe motivul călătoriei explorative și inițiatice, având ca scop cunoașterea, inițierea, restabilirea echilibrului pierdut și înfăptuirea actului justițiar.

Titlul: ilustrează simbolul dualității; baltagul-topor, cu două tăișuri, este, în același timp, și unealtă și armă, anticipând simbolic, viața și moartea. Vitoria parcurge un drum de viață și de moarte, care se desfășoară nu numai într-un spațiu geographic real, ci și într-un spațiu launtric, un labirint interior în care se hotărăște totul.

Compoziție: cele 16 capitole pot fi grupate în 3 părți:

- **Cap. I-VI: așteptarea** plină de neliniște și presimțiri; **hotărârea** protagonistei de a pleca pe urmele lui Nechifor; **pregătirile** (spiritual-purificatoare și gospodărești) pentru marea călătorie *în țara cealaltă de vale*.
- **Cap. VII-XIII: călătoria** care reface invers traseul transumanței străbătut în toamnă de personajul absent, Nechifor Lipan; **traseul labirintic** pe care Vitoria și Gheorghiuță îl parcurg pentru aflarea adevărului (Bicaz, Călugăreni, Farcașa, Borca, Cruci, Vatra Dornei, Broșteni, Borca, Sabasa, Suha); **descoperirea** osemintelor lui Nechifor.
- **Cap XIV-XVI: înfăptuirea actului justițiar** (înmormântarea, praznicul, pedepsirea criminalului/complicelui, restabilirea ordinii).
- **Acțiunea** este lineară, urmărind reconstituirea faptelor ce au dus la moartea lui Lipan. Eroina aduce în lumină adevărul, sancționează vinovații și reface ordinea sacră a lumii. *Deznodământul dezvoltă reacțiile etice fundamentale ale sufletului țărănesc patriarhal. (Ov. Crohmălniceanu)*
- **Structură:** trei planuri narrative: primul plan este cel al **existenței individuale și familiale**, care urmărește călătoria explorativă a Vitoriei; **planul existenței comunității de oieri** e un plan monografic, surprinzând existența unei lumi arhaice, care se confruntă cu noi forme de civilizație socială; existența muntenilor este integrată într-un **plan mitic și simbolic**; relația omului cu acest plan se realizează prin credință, prin mentalități și superstiții arhaice, prin vis și semne.

Caracterizarea personajelor: Vitoria Lipan

- Eroii sadovenieni sunt surprinși într-un spațiu real, de la Măgura Tarcăului până la ținutul Dornelor. Spațiul real și timpul obiectiv sunt dublate de spațiul simbolic (spațiul-labirint), de timpul mitic (impus de legenda care deschide romanul);
- Vitoria Lipan este un personaj reprezentativ pentru comunitatea în care trăiește;
- Portretul moral este alcătuit prin însumarea mai multor ipostaze; ca personaj reprezentativ pentru femeia de la munte, Vitoria este definită prin firea ei hotărâtă și dâră, prin credința în Dumnezeu și în valorile tradiționale. În ipostaza de soție, Vitoria este un model de devotament și iubire, de statornicie și sensibilitate. În ipostaza de mamă, Vitoria este mentor și un model pentru călătoria inițiativă a fiului, ea își ajută copilul să se maturizeze. Pe Minodora o crește în respect față de valorile morale și legile nescrise. Ca femeie, Vitoria se confruntă cu o lume nouă și necunoscută; personajul feminin are capacitatea de a se adapta împrejurărilor și modului de a gândi a celui cu care vorbește.

Relațiile dintre două personaje:

- Vitoria Lipan, protagonista operei, este mentorul și formatorul personajului supus procesului de inițiere, Georghită;
- Procesul inițiativ al fiului presupune o moarte simbolică, o coborâre în infern, acolo unde neofitul (neinițiatul) veghează osemintele tatălui său; băiatul își învinge frica, se simte un adevărat bărbat, pregătit să intre într-o nouă etapă existențială, fiind capabil de a prelua atribuțiile personajului absent, Nechifor Lipan.
- Ipostaza finală este cea a unui erou justițiar, plin de curaj și bărbăție: *feciorul mortului simți în el crescând o putere mai mare și mai dreaptă decât a ucigașului.....apoi îl lovi scurt, cu muchea baltagului, în frunte.*



Activități de învățare:

1. Încadrează creația epică a lui Mihail Sadoveanu într-un curent literar. Argumentează.
2. Prezintă pe scurt subiectul romanului.
3. Urmărește și conturează portretul personajului principal al romanului, în relație cu celelalte personaje.



Evaluare:

1. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți particularitățile de construcție a unui personaj dintr-un roman aparținând lui Mihail Sadoveanu.

În elaborarea eseului vei avea în vedere următoarele repere:

- prezentarea statutului social, psihologic și moral al personajului ales;
- evidențierea a două trăsături ale personajului ales prin două scene/secvențe comentate;
- analiza, la alegere, a două elemente de structură: subiect, conflict, instanțele comunicării narative, relații temporale și spațiale, modalități de caracterizare etc.

2. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți tema și viziunea despre lume într-un roman interbelic studiat.

În elaborarea eseului vei avea în vedere următoarele repere:

- evidențierea unei trăsături care face posibilă încadrarea romanului într-o tipologie, într-un curent literar/cultural, într-o perioadă sau orientare tematică;
- ilustrarea a două elemente de structură și de compoziție ale textului narativ, semnificative pentru tema aleasă (acțiune, conflicte, relații temporale și spațiale, instanțele comunicării narative, relații de simetrie etc);
- ilustrarea relațiilor dintre două personaje, prin care tema aleasă se evidențiază în romanul ales.

3. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți relația dintre două personaje dintr-un text narativ studiat, aparținând lui Mihail Sadoveanu.

În elaborarea eseului vei avea în vedere următoarele repere:

- prezentarea statutului social, psihologic și moral al fiecăruia dintre cele două personaje din textul narativ studiat;
- evidențierea modului în care se manifestă relația dintre cele două personaje prin două episoade/secvențe comentate;
- analiza, la alegere, a două componente de structură și de limbaj ale textului narativ studiat, semnificative pentru relația dintre cele două personaje, din seria: acțiune, conflict, temă, modalități de caracterizare, limbaj etc.

Bibliografie:

1. Dumitrache M., Nicolae Boltașu D., Bacalaureat, 80 de teste complete, Editura Booklet, 2017
2. Got M., Lungu R., Literatura română, Editura Nomina, 2007
3. Limba și literatura română. Bacalaureat, Rentrop&Straton, Bacalaureat, 2018
4. <https://ro.wikipedia.org/wiki/Wikipedia>
5. www.didactic.ro

5. Romanul obiectiv, realist, interbelic

Ion, de Liviu Rebreanu



Context: „Ion”, primul roman publicat de Liviu Rebreanu în 1920, este un roman realist de observație socială, „primul nostru roman obiectiv”;

Specie literară: roman. Curent literar: realism.

Specie a epicii de mare întindere, cu numeroase personaje, romanul comunică, indirect, mesajul autorului, prin intermediul naratorului obiectiv, dar și al personajelor numeroase, implicate într-o acțiune polifonică. Se încadrează în curentul literar realism prin obiectivitatea perspectivei narative, personajele sunt construite în relație cu mediul în care trăiesc, prin verosimilitatea aspectelor prezentate, personaje tipice.

Tema:

Tema romanului o constituie lupta țăranului de la începutul secolului al XX lea pentru pământ. Astfel, romanul devine o monografie a satului transilvănean, reflectând mentalitatea colectivă, dar și obiceiurile legate de marile evenimente din existența umană (nunta, nașterea, înmormântarea). Tema pasiunii originare a posesiunii manifestată ca pasiune organică a țăranului român pentru pământ, este dublată de tema iubirii și tema destinului.

Titlul situează în centrul romanului personajul eponim, conferindu-i statut de protagonist tânărului țăran cu prenume reprezentativ pentru comunitatea satului românesc. Cel ce poartă numele Sfântului Ion nu poate fi decât antieroul care se lasă învins de propria slăbiciune.

Compoziție: construcție închisă, de corp sferoid; principiul simetriei: două părți (Glasul pământului și Glasul iubirii) alcătuite din 6/7 capitole (ultimul capitol are funcție de epilog); principiul circularității: motivul drumului deschide și încheie romanul (Începutul-Sfârșitul).

Structură: planul destinului individual – al lui Ion/Titu Herdelea; planul destinului familiei – familia Glanetașilor, familia lui Vasile Baci, familia Herdelea; planul destinului comunității.

Acțiunea e construită pe mai multe planuri narative, generând paralelismul epic; se desfășoară într-un spațiu real, determinat geografic (Valea Someșului) și într-o durată reală (începutul sec. XX), caracteristici specifice romanului obiectiv.

Subiectul este organizat prin paralelism narativ (3 planuri narative); principalul plan narativ urmărește destinul lui Ion: *În centrul romanului se află patima lui Ion, ca formă a instinctului de posesiune. (N. manolescu).* Al doilea plan narativ urmărește destinul tânărului intelectual, Titu Herdelea.

În planul destinului familiei, acțiunea este focalizată asupra familiei învățătorului Zaharia Herdelea.

Arta construirii personajelor: personajele sunt construite pe principiul simetriei inverse: Ion/George Bulbuc, Ana/Florica, Vasile Baci/Alexandru Glanetașu.

Ion Pop al Glanetașului

– personaj realist, tipologic, având ca model real un tânăr țăran sărac din Prislop;

-personaj eponim, reprezentativ pentru comunitatea țăărănească;

-identitate asumată încă din adolescență (părăsește liceul după un trimestru, refuzând să fie altceva decât țăran);

-este o natură complexă cu trăiri contradictorii: Glasul pământului (Ana)/Glasul iubirii (Florica);

-personaj dinamic surprins în procesul de alunecare în afara valorilor morale; învins de propria sa slăbiciune: *Iubirea pământului l-a stăpânit de mic copil...pământul i-a fost mai drag ca o mamă.*

-trăiește conflicte puternice: dilema psihologică și morală; conflicte exterioare (de interese/material: îl opune pe Ion lui Vasile Baci, se rezolvă în favoarea lui Ion; în final, însă, pământul revine bisericii; moral: încălcarea normelor etice ale comunității va fi pedepsită – probozirea în biserică, închisoarea, moartea; erotic: triumful Ion, Florica, George – uciderea lui Ion, arestarea lui George).

-Ion este văzut și definit de către mai multe instanțe narative: învățătorul, preotul, Vasile Baci, Ana, George, comunitatea sătească – el este exponentul clasei țăărănești din Pripas: *Pe uliță umbla cu pași mai mari și cu genunchii îndoși. Vorbea mai apăsat cu oamenii și veșnic numai de pământ și avere.*

-parvenitul Ion copiază modelul lui Vasile Baci, dar nu se mulțumește numai cu pământul: *Ion este o brută. A batjocorit o fată, i-a luat averea, a împins-o la spânzurătoare și a rămas în cele din urmă cu pământ. (G. Călinescu).*

-G. Călinescu: *Lăcomia lui de zestre e centrul lumii viclenia instinctuală, caracteristică oricărei ființe reduse i-a determinat acțiunile.*

Relația dintre două personaje:

- relațiile dintre Ion și Ana sunt evidențiate de tema operei, aceea a luptei țăranului pentru pământ;
- conflictul central este exterior, social, între Ion și Vasile Baci, iar Ana este o victimă a celor doi bărbați;
- patima lui Ion pentru pământ îl determină să renunțe la iubire, la împlinire, la Florica cea săracă;
- opțiunea sa este Ana, cea care reprezintă un liant între el și pământ: *Ana avea locuri și case și vite multe.*
- drama țăranului sărac generează și prăbușirea celor bogați, precum Ana lui Vasile Baci;
- personajele Ion-Ana au trăsături antitetice: blândețea personajului feminin- brutalitatea lui Ion, iubire-interes, devotament-egoism;
- Ana conștientizează condiția sa de victimă în lupta pentru pământ, iar gestul său final, sinuciderea, poate fi interpretat ca o eliberare, o evadare din captivitate.



Activități de învățare:

1. Încadrează creația epică a lui Liviu Rebreanu într-un curent literar. Argumentează.
2. În ce constă simetria romanului **Ion**?
3. Prezintă pe scurt subiectul romanului, prin evidențierea următoarelor aspecte: prezentarea societății rurale de la începutul secolului al XX-lea, obiceiuri, mentalități, organizare, etc.
4. Urmărește și conturează portretul personajului principal al romanului, în relație cu celelalte personaje, evidențiind trăsăturile de caracter, concepția despre pământ, așa cum se reflectă în roman.
5. Demonstrează că **Ion** este un roman circular. Folosește în redactare și aceste mărturisiri ale autorului:
Spuneam cum am ajuns, frământând planul romanului, să-l sintetizez într-o imagine grafică. În cursul elaborării, am căutat să realizez concret imaginea aceasta. De-aici a rezultat înfățișarea fiecărui capitol în mici diviziuni care cuprind câte o scenă, câte un moment, în sfârșit, un fir liber din țesătura generală. Toate acestea apoi au trebuit înnodate în anume fel ca să se poată întoarce în cuprinsul acțiunilor principale, care și ele, la sfârșit, trebuiau să se unească, să se rotunjească, să ofere înfățișarea unei lumi unde începutul se confundă cu sfârșitul. De aceea romanul, ca corp sferoid, se termină precum a început. Cititorul care s-a dus în satul Pripas pe șoseaua laterală, trecând peste Someș și prin Jidovița, se întoarce la sfârșit pe același drum înapoi, până ce iese din lumea ficțiunii și reintră în lumea lui reală. Lumea romanului rămâne astfel în sufletul cititorului ca o amintire vie, care apoi se amestecă cu propriile-i amintiri din viața-i proprie...

(Liviu Rebreanu, *Mărturisiri*, 1932)



Evaluare:

1. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți particularitățile de construcție a unui personaj dintr-un roman aparținând lui Liviu Rebreanu.

În elaborarea eseului vei avea în vedere următoarele repere:

- prezentarea statutului social, psihologic și moral al personajului ales;
- evidențierea a două trăsături ale personajului ales prin două scene/secvențe comentate;
- analiza, la alegere, a două elemente de structură: subiect, conflict, instanțele comunicării narative, relații temporale și spațiale, modalități de caracterizare etc.

2. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți tema și viziunea despre lume într-un roman interbelic studiat.

În elaborarea eseului vei avea în vedere următoarele repere:

- evidențierea unei trăsături care face posibilă încadrarea romanului într-o tipologie, într-un curent literar/cultural, într-o perioadă sau orientare tematică;
- ilustrarea a două elemente de structură și de compoziție ale textului narativ, semnificative pentru tema aleasă (acțiune, conflicte, relații temporale și spațiale, instanțele comunicării narative, relații se simetrie etc);
- ilustrarea relațiilor dintre două personaje, prin care tema aleasă se evidențiază în romanul ales.

3. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți relația dintre două personaje dintr-un text narativ studiat, aparținând lui Liviu Rebreanu.

În elaborarea eseului vei avea în vedere următoarele repere:

- prezentarea statutului social, psihologic și moral al fiecăruia dintre cele două personaje din textul narativ studiat;
- evidențierea modului în care se manifestă relația dintre cele două personaje prin două episoade/secvențe comentate;
- analiza, la alegere, a două componente de structură și de limbaj ale textului narativ studiat, semnificative pentru relația dintre cele două personaje, din seria: acțiune, conflict, temă, modalități de caracterizare, limbaj etc.

Bibliografie:

1. Dumitrache M., Nicolae Boltașu D., Bacalaureat, 80 de teste complete, Editura Booklet, 2017
2. Got M., Lungu R., Literatura română, Editura Nomina, 2007
3. Limba și literatura română. Bacalaureat, Rentrop&Straton, Bacalaureat, 2018
4. <https://ro.wikipedia.org/wiki/Wikipedia>
5. www.didactic.ro

6. Roman obiectiv, realist de tip balzacian, interbelic *Enigma Otiliei*, de George Călinescu



Context: Publicat în 1938, romanul *Enigma Otiliei* apare la sfârșitul perioadei interbelice (o epocă în care se afirmă puternic această specie literară), și este al doilea dintre cele patru romane scrise de G. Călinescu.

Curent literar: G. Călinescu adoptă formula clasică a romanului balzacian, creator de tipologii, dar topește în materia epică și elemente baroce, romantice, moderne. Teoreticianul romanului românesc optează pentru romanul obiectiv și metoda balzaciană (realismul clasic), dar depășește acest program estetic, apelând la elemente de modernitate.

Prin

temă, romanul este balzacian și citadin. Caracterul citadin ține de modernismul lovinescian. Frescă a burgheziei bucureștene de la începutul secolului al XX-lea, prezentată sub aspect social și economic (istoria moștenirii lui Costache Giurgiuveanu), imaginea societății constituie fundalul pe care se proiectează formarea tânărului Felix Sima, care, înainte de a-și face o carieră, trăiește experiența iubirii și a relațiilor de familie.

Dacă **titlul inițial** (*Părinții Otiliei*) sublinia tema paternității, deoarece fiecare dintre personaje determină cumva soarta orfanei Otilia, ca niște „părinți”, titlul sub care a fost publicată cartea reliefează eternul mister feminin, dar și misterul unei vârste și al vieții însăși. Ultima semnificație – cea generală – este luminată de târzia reflecție a lui Felix din finalul romanului: „Nu numai Otilia era o enigmă, ci și destinul însuși”.

Structură și compoziție

Discursul narativ (narațiunea heterodiegetică) se realizează dintr-o perspectivă omniscientă („focalizare 0”). Astfel, naratorul se ascunde în spatele diverselor măști (de exemplu, personajul-reflector Felix Sima, prin intermediul căruia sunt prezentate alte personaje), fapt dovedit și de limbajul uniformizat.

Romanul, alcătuit din **douăzeci de capitole**, este construit pe mai multe planuri narrative, care urmăresc destinul unor personaje, prin acumularea detaliilor: destinul Otiliei, al lui Felix, al membrilor clanului Tulea, al lui Stănică etc. Un plan urmărește lupta dusă de clanul Tulea pentru obținerea moștenirii lui Costache Giurgiuveanu și înlăturarea Otiliei Mărculescu. Al doilea plan prezintă destinul tânărului Felix Sima care, rămas orfan, vine la București pentru a studia Medicina, locuiește în casa tutorelui său, Costache Giurgiuveanu, și trăiește iubirea adolescentină pentru Otilia.

Incipitul romanului realist fixează veridic cadrul temporal („într-o seară la începutul lunii iulie 1909”) și spațial (strada Antim din București, casa lui moș Costache), prezintă principalele personaje, sugerează conflictul și trasează principalele planuri epice. Finalul este închis prin rezolvarea conflictului și este urmat de un epilog.

Simetria incipitului cu finalul se realizează prin descrierea străzii și a casei lui moș Costache, din perspectiva lui Felix, *intrusul/ străinul* din familia Giurgiuveanu, în momente diferite ale existenței sale (în adolescență și aproximativ zece ani mai târziu, „după război”). Simetria este susținută și de răspunsul dat de moș Costache, la venirea lui Felix, reluată în finalul romanului: „Aici nu stă nimeni”.

Conflictul romanului se bazează pe relațiile dintre două familii înrudite. Membrii acestora aparțin unor tipologii care conturează universul social. Din prima familie fac parte Costache Giurgiuveanu (posesorul averii) și Otilia Mărculescu (o adolescentă orfană, fiica celei de-a doua soții decedate a lui Costache). În această familie pătrunde Felix Sima, nepotul bătrânului, care vine la București pentru a studia Medicina. A doua familie, vecină și înrudită, care aspiră la moștenirea averii bătrânului, este familia surorii acestuia, Aglae. Perspectiva moștenirii lui Costache Giurgiuveanu generează un dublu conflict succesoral (ostilitatea manifestată de Aglae împotriva orfanei Otilia și interesul lui Stănică pentru averea bătrânului).

Conflictul erotic privește rivalitatea adolescentului Felix și a maturului Pascalopol pentru iubirea Otiliei.

Personajele. Relația Felix – Otilia

Felix și Otilia, intelectualul în formare și femeia enigmatică, alcătuiesc un cuplu de personaje, care ilustrează tema iubirii adolescente, în acest roman realist.

Fiul medicului Iosif Sima de la Iași, Felix vine la București pentru a studia Medicina, locuiește la unchiul și tutorele său, bătrânul avar Costache Giurgiuveanu și trăiește iubirea adolescentină pentru Otilia, o tânăra cu temperament de artistă, studentă la Conservator.

Felix Sima, *străinul*, este caracterizat în mod direct de narator încă de la începutul romanului, când vine în casa lui moș Costache Giurgiuveanu: „*un tânăr de vreo optsprezece-nouăsprezece ani, îmbrăcat în uniformă de licean [...]. Fața îi era însă juvenilă și prelungă, aproape feminină din pricina șuvițelor mari de păr ce-i cădeau de sub șapcă, dar culoarea măslinie a obrazului și tăietura elinică a nasului corectau printr-o voluntară întâia impresie*”.

Otilia Mărculescu, fiica vitregă a lui moș Costache, îl primește plină de căldură și îl protejează. Întâiul portret fizic al Otiliei este realizat din perspectiva lui Felix: „*Felix privi spre capătul scării și văzu un cap prelung și tânăr de fată, încărcat cu bucle, căzând până pe umeri*”.

Otilia îi va purta de grijă lui Felix, încă din seara sosirii tânărului în casa lui moș Costache. Neavând o camera pregătită, Otilia îi oferă cu generozitate odaia ei, prilej pentru Felix de a descoperi în amestecul de dantele, partituri, romane franțuzești, cutii de pudră și parfumuri, o parte din personalitatea exuberantă a Otiliei. În cazul acestui portret se apelează la tehnica balzaciană a caracterizării prin descrierea interiorului.

Între cei doi se naște încă de la început o afecțiune delicată, determinată și de condiția lor de orfani. Impulsiv și încă imatur, Felix percepe dragostea la modul romantic, transformând-o pe Otilia într-un ideal feminin. El are nevoie de certitudini, iar comportamentul derutant al fetei îl descumpănește, pentru că nu și poate explica schimbările de atitudine, trecerea ei bruscă de la o stare la alta. Însuși scriitorul justifică misterul personajului feminin prin prisma imaturității lui Felix, afirmând: „*Nu Otilia are o enigmă, ci Felix crede că are. Pentru orice tânăr de douăzeci de ani, enigmatică va fi în veci fata care îl va respinge, dându-i dovadă de afecțiune*”.

Otilia însăși recunoaște cu sinceritate față de Felix că este o ființă dificilă și se autocaracterizează astfel: „Sunt capricioasă, vreau să fiu liberă! [...] Eu am un temperament nefericit: mă plictisesc repede, sufăr când sunt contrariată”.

Portretul Otiliei este realizat nu numai prin modalități tradiționale de caracterizare, ci prin tehnici moderne: comportamentismul și reflectarea poliedrică (pluriperspectivismul). Până în capitolul al XVI-lea, Otilia este prezentată mai ales prin comportamentism (fapte, gesturi, replici). Această tehnică este dublată, în același spațiu narativ, de reflectarea poliedrică a personalității Otiliei în conștiința celorlalte personaje, ceea ce conferă ambiguitate personajului, iar în plan simbolic sugerează enigma, misterul feminității. Relativizarea imaginii prin reflectarea în mai multe oglinzi alcătuiește un portret complex și contradictoriu: „fe-fetița” cuminte și iubitoare pentru moș Costache, fata exuberantă, „admirabilă, superioară” pentru Felix, femeia capricioasă cu „un temperament de artistă” pentru Pascalopol, „o dezmațată, o stricată” pentru Aglae, „o fată deșteaptă”, cu spirit practic pentru Stănică, o rivală în căsătorie pentru Aurica „cea mai elegantă și conservatoristă și mai mândră” pentru colegii lui Felix, care invidiază familiaritatea tânărului cu Otilia.

O trăsătură a formulei estetice moderne este ambiguitatea personajelor. Felix nu este un ambițios lipsit de scrupule, ci un adolescent orfan capabil să iubească dezinteresat. Hotărât să-și facă o carieră, se bazează pe luciditate și profunzime intelectuală.

Contradicțiile Otiliei îl nedumeresc pe Felix. Inițial, tânărul ezită între a crede bârfele „clanului” Tulea și a-i păstra o dragoste pură Otiliei, iar mai târziu, când Otilia pleacă pe neașteptate la Paris cu Pascalopol, Felix are o scurtă aventură cu Georgeta, „fată faină”, „pupila” unui general, pe care i-o prezintă Stănică. De altfel, cele două femei, Otilia și Georgeta, contribuie în egală măsură la maturizarea lui Felix.

Ultima întâlnire dintre Felix și Otilia, înaintea plecării ei din țară împreună cu Pascalopol, este esențială pentru înțelegerea personalității tinerilor și a atitudinii lor față de iubire. Dacă Felix este intelectualul ambițios, Otilia este cocheta, care crede că „*rostul femeii este să placă, în afară de asta neputând exista fericire*”. Otilia concepe iubirea în felul aventuros al artistului, cu dăruire și libertate absolută, în timp ce Felix este dispus să aștepte virtutea promisiunii că, la un moment dat, se va căsători cu Otilia. Dându-și seama de această diferență, dar și de faptul că ea ar putea reprezenta o piedică în calea realizării profesionale a lui Felix, Otilia îl părăsește pe tânăr și alege siguranța căsătoriei cu Pascalopol.

În **epilog**, câțiva ani mai târziu de la aceste întâmplări, Felix se întâlnește în tren cu Pascalopol, care îi dezvăluie faptul că i-a redat Otiliei cu generozitate libertatea de a-și trăi tinerețea, iar ea a devenit soția unui conte exotic. „*A fost o fată delicioasă, dar ciudată. Pentru mine e o enigmă*”, afirmă Pascalopol despre Otilia, iar Felix observă în fotografia pe care i-o arată moșierul o femeie frumoasă, dar în care nu o mai recunoaște pe tânăra exuberantă de odinioară, fiindcă „*un aer de platitudine feminină stingea totul*”.

La rândul lui, Felix își realizează ambițiile profesionale, devenind un medic renumit și profesor universitar: „se căsători într-un chip care se cheamă strălucit și întră, prin soție, într-un cerc de persoane influente”.

Misterul Otiliei pare a se ascunde în replica pe care i-o adresează la un moment dat lui Felix: „*Noi nu trăim decât cinci-șase ani*”. Romancierul însuși a acordat un loc aparte acestui personaj feminin, în care mărturisește că regăsește o parte din sine, după care portretul adolescentului Felix face îndreptățită opinia că el constituie un *alter ego* al autorului. Otilia reprezintă pentru Felix mai degrabă o imagine idealizată decât o femeie pe care o iubește cu adevărat. Misterul personajului feminin este generat de trăsăturile contradictorii ale cochetei cu temperament de artistă și susținut prin tehnici moderne de portretizare.



Activități de învățare

1. Ilustrează aspectele formulei estetice: realism balzacian, romantism, modernism, prin exemple din roman.

2. Poate fi considerat un *bildungsroman* dacă avem în vedere opinia lui Pompiliu Constantinescu: „*Studentul sentimental Felix Sima primește o magistrală lecție de viață, cu riscul dezamăgirilor, dar și cu avantajul de a deveni lucid, observând atâtea realități tragice sau comice. Romanul este astfel centrat pe mobila psihologie a unui adolescent în plină criză de creștere și de formare a personalității*”?

3. Poate fi considerat un roman al educației sentimentale având în vedere că Felix (proiecție a autorului în adolescență) „*e înconjurat de măștile iubirii și ale geloziei, ale rapacității sau generozității*” (Nicolae Manolescu)?

4. Numiți perspectiva narativă a operei plecând de la citatul „*Obiectivitatea însăși este una paradoxală, căci nu mai desemnează absența din evenimente a unui narator imparțial sau a demiurgului balzacian, ci amestecul permanent al unui comentator savant și expert, care, în loc să înfățișeze lumea, o studiază cu probe de laborator*”. (N. Manolescu, *Arca lui Noe*).



Evaluare

1. Redactați un eseu, de minimum 400 de cuvinte, în care să prezentați **particularitățile unui text narativ studiat, aparținând lui G. Călinescu**. În elaborarea eseului, veți avea în vedere următoarele repere: • evidențierea a două trăsături care fac posibilă încadrarea textului dramatic studiat într-un curent cultural/literar;

• prezentarea modului în care tema se reflectă în textul narativ studiat, prin comentarea a două secvențe semnificative;

• analiza, la alegere, a două elemente de compoziție și de limbaj, semnificative pentru textul narativ studiat, din seria: acțiune, relații temporale, conflict, titlu, personaje.

2. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți **relația dintre două personaje într-un text narativ studiat, aparținând lui G. Călinescu**. În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

• prezentarea statutului social, moral, psihologic etc. al celor două personaje;

•evidențierea evoluției relației dintre cele două personaje, prin referire la două episoade/secvențe relevante;

• analiza a două elemente de structură, de compoziție și de limbaj, semnificative pentru evoluția relației dintre personaje (de exemplu: acțiune, conflict, relații temporale și spațiale, incipit, final, tehnici narative, instanțele comunicării narative, perspectivă narativă, registre stilistice, limbaj etc.)

Bibliografie:

1. Dumitrache M., Nicolae Boltașu D., Bacalaureat, 80 de teste complete, Editura Booklet, 2017
2. Got M., Lungu R., Literatura română, Editura Nomina, 2007
3. Limba și literatura română. Bacalaureat, Rentrop&Straton, Bacalaureat, 2018
4. <https://ro.wikipedia.org/wiki/Wikipedia>
5. www.didactic.ro

7. Romanul subiectiv, modern, psihologic, interbelic

***Ultima noapte de dragoste, întâia noapte de război* de Camil Petrescu**



„Să nu descriu decât ceea ce văd, ceea ce aud, ceea ce înregistrează simțurile mele, ceea ce gândesc eu. Aceasta-i singura realitate pe care o pot povesti. Dar aceasta-i realitatea conștiinței mele, conținutul meu psihologic... Din mine însumi eu nu pot ieși... Orice aș face, eu nu pot descrie decât propriile mele senzații, propriile mele imagini. Eu nu pot vorbi onest decât la persoana întâi.” (*Teze și antiteze*, Camil Petrescu)

Context:

Romanul *Ultima noapte de dragoste, întâia noapte de război*, apare în anul 1930 și se încadrează în proza subiectivă, psihologică. Se înscrie în estetica modernismului prin tematică și tehnicile narative abordate, urmărind realist analiza vieții interioare a personajului narator.

Trăsături:specie literară, elemente specifice

Specie literară: roman întrucât este construcție epică în proză de dimensiuni ample, cu acțiune complexă, intrigă complicată, mai multe fire epice concentrate pe mai multe planuri narative și un număr mare de personaje.

Curent literar: modernism întrucât se caracterizează prin subiectivitate, autenticitate, substanțialitate, anticalofilism, având la bază tehnici precum: introspecția, analiza, insertia, alternanța, tehnica decupajului, a contrapunctului, memoria involuntară. Toate acestea urmăresc condiția intelectualului superior, inadapdat, măcinat de incertitudini.

Surse de inspirație: jurnalele de front ale lui Camil Petrescu și opere anterioare precum: *Ceaiul de la oracinci*, *Ciclul morții*, *Cei care plătesc cu viața*.

Titlul: are rol anticipativ, cu valoare simbolică, întrucât avertizează cititorul asupra temei operei. Astfel, se surprind cele două experiențe existențiale ale personajului Ștefan Gheorghidiu: iubirea și războiul. Noaptea simbolizează incertitudinea personajului ce-l mistuie lăuntric, în timp ce termenii ultima, întâia sugerează puterea protagonistului de a trece peste drama iubirii, pregătit de a cunoaște noi experiențe.

Tema: surprinde modern, **inadaptarea intelectualului superior** la o lume mediocră, a imposturii și a superficialității. Se împarte în **tema iubirii și a războiului** precum și cea a **condiției umane**.

Elemente compoziționale și de structură:

Din punct de vedere **compozițional**, romanul îmbracă forma unei **confesiuni** sub imperiul **fluxului conștiinței**. Este format din două părți: *Cartea întâia* (șase capitole) și *Cartea a doua* (șapte capitole), având fiecare titluri rezumative sau metaforice (la Piatra Craiului în munte, Diagonalele unui testament, Asta-i rochia albastră, etc.)

Principiul compozițional: **memoria involuntară**- romanul în roman- romanul iubirii este prins în romanul războiului.

Incipitul – descriptiv, de tipul punerii în abis- distanțarea de realitate prin prisma lucidității.

Finalul – modern, deschis interpretărilor multiple.

Din punct de vedere **structural** sunt urmărite două planuri fundamentale antitetice: **planul conștiinței** personajului narator și **planul realității obiective** centrat pe imaginea războiului prezentat într-o manieră demitizantă.

Conflictul – de natură psihologică generează incertitudini, o criză a valorilor. Este suprapus conflictului moral, exterior, cu societatea și cu propria soție: Ela.

Personajul principal: Ștefan Gheorghidiu – sugestii de abordare

- **Încadrarea în operă:** protagonist, intelectual, construit din sete de ideal și luciditate acerbă, aflat în raport cu o lume mediocră și incultă. Ele este eul narator, un alter-ego, un narator aotudiegetic.
- **Statut social, psihologic și moral:** student la filosofie, Ștefan se căsătorește cu Ela având un statut social modest. Averea primită de la unchiul Tache schimbă radical viața celor doi. Protagonistul, conștient de superioritatea sa intelectuală și morală, încearcă să aplice tiparul idealității sale universului înconjurător, fapt ce va da naștere unei profunde drame a incompatibilității dintre el și Ela, el și familia sa, el și societate, el și realitatea crudă a frontului.
- **Trăsături de caracter:** intelectual superior, spirit lucid și absolutizant, orgolios, inflexibil, exigent.

Relația dintre doua personaje: Ștefan Gheorghidiu – Ela

- **Încadrarea în operă:** protagoniști, studenți care se căsătoresc din dragoste, au pasiuni comune și interese comune.

Ela devine o proiecție a tiparului ideal pentru Ștefan Gheorghidiu, acesta făurind-o după modelul său de perfecțiune: „Fată dragă, destinul tău este și va fi schimbat prin mine”. Ela se transformă radical în urma moștenirii primite, devenind amatoare de lux, petreceri și excursii și comportându-se ca o „femeie de lume”.

Eroul nu abdică de la idealul său de iubire absolută, în care îndrăgostiții au drept de viață și de moarte unul asupra celuilalt. Astfel, va fi măcinat și mistuit de gelozie și incertitudini, conștiința sa zbuciumată fiind prilej de tortură interioară.

Devenind atât de diferiți, despărțirea va fi inevitabilă.

Mijloace de caracterizare: directă, indirectă, autocaracterizare.



Activități de învățare:

1. Precizați trăsăturile *romanului modern*.
2. Explicați construcția discursului narativ din romanul camilpetrescian: artificii compoziționale din incipit, înlănțuirea evenimentelor, tehnici narative și relația incipit-final.
3. Prezentați personajele din romanul camilpetrescian, analizând trăsăturile care se desprind din textul epic propus și precizând modalitățile de caracterizare: Ștefan Gheorghidiu și Ela Gheorghidiu.
4. Oferă câte trei argumente susținute de exemple din romanul „Ultima noapte de dragoste, întâia noapte de război”, de Camil Petrescu, pentru a demonstra că opera literară discutată are caracter: modern, subiectiv, proustian, psihologic, ionic, „erotic” și „de analiză”.



Modele de itemi pentru evaluare sumativă:

I. Se dă textul:

„O iubire mare e mai curând un proces de autosugestie... Trebuie timp și trebuie complicitate pentru formarea ei. De cele mai multe ori te obișnuiești greu, la început, să-ți placă femeia fără care mai târziu nu mai poți trăi. Iubești întâi din milă, din îndatorire, din duiosie, iubești pentru că știi că asta o face fericită, îți repeși că nu e loial s-o jignești, să înșeli atâta încredere. Pe urmă te obișnuiești cu surâsul și vocea ei, așa cum te obișnuiești cu un peisaj. Și treptat îți trebuie prezența ei zilnică. Toate planurile de viitor ți le faci în funcție de nevoile și preferințele ei. Vrei succese ca să ai surâsul ei. [...] Orice iubire e ca un monodeism, voluntar la început, patologic pe urmă.”

Ultima noapte de dragoste, întâia noapte de război de Camil Petrescu

1. Precizează tipul de narator existent în text.
2. Explică incipitul și finalul textului.
3. Comentează, în 6-10 rânduri opinia personajului despre iubire.
4. Explică rolul artistic al utilizării persoanei a II-a singular.
5. Argumentează încadrarea fragmentului în proza modernă.

II. Scrie un eseu, utilizând 4000-6000 de caractere, în care să prezinți particularitățile de construcție a personajului principal dintr-un text narativ aparținând lui Camil Petrescu.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere:

- prezentarea statutului psihologic, moral etc. al personajului, prin raportare la conflictul/conflictele romanului;
- evidențierea a două trăsături ale personajului, prin referire la două episoade/secvențe narative/situații semnificative;
- menționarea a patru elemente de structură ale romanului, semnificative pentru realizarea personajului (de ex. acțiune; conflict; relații temporale și spațiale; construcția subiectului; particularități de compoziție; perspectivă narativă; tehnici narative; construcția personajului; modalități de caracterizare etc.);
- susținerea unui punct de vedere personal despre modul în care se reflectă o idee sau tema romanului dat în construcția personajului.

III. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți particularități ale unui text narativ studiat, aparținând lui Camil Petrescu.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

- evidențierea a două trăsături care fac posibilă încadrarea textului narativ studiat într-o perioadă, într-un curent cultural/literar sau într-o orientare tematică;
- comentarea a două secvențe relevante pentru tema textului narativ studiat;
- analiza a două elemente de structură, de compoziție și de limbaj, semnificative pentru textul narativ studiat (de exemplu: acțiune, conflict, relații temporale și spațiale, incipit, final, tehnici narative, instanțele comunicării narative, perspectivă narativă, registre stilistice, limbaj etc.).

Bibliografie:

1. Dumitrache M., Nicolae Boltașu D., Bacalaureat, 80 de teste complete, Editura Booklet, 2017
2. Got M., Lungu R., Literatura română, Editura Nomina, 2007
3. Limba și literatura română. Bacalaureat, Rentrop&Straton, Bacalaureat, 2018
4. <https://ro.wikipedia.org/wiki/Wikipedia>
5. www.didactic.ro

8. Romanul obiectiv, realist, postbelic *Moromeții*, de Marin Preda



Context: Marin Preda surprinde în ciclul moromețian (vol. I-1955; vol. II-1967) complicațiile necunoscute ale sufletului țărănesc, firea contemplativă, bucuriile și libertatea spiritului rural care nu mai e devorat de pasiunea posesiunii pământului.

Curentul literar: realismul postbelic (neorealism).

Naratiunea heterodiegetică, narator omniscient, obiectiv; perspectiva naratorului obiectiv este completată prin cea a reflectorilor (vol I- Ilie Moromete, vol.II- Niculae) și a informatorilor.

Cronotop: drama lumii moromețiene se desfășoară într-un spațiu familiar autorului, satul Siliștea-Gumești, din Câmpia Dunării. simbolul verticalității acestui topos literar, conceput ca un centru mundi, este salcâmul din grădina Moromeților, iar simbolul libertății morale a acestei lumi este poiana fierăriei lui Iocan. Acțiunea primului volum se petrece cu trei ani înaintea celui de-al Doilea Război Mondial, de la începutul verii până toamna târziu.

Temele romanului: tema centrală a romanului este destrămarea civilizației țărănești. Moromeții este romanul unei familii și romanul unei colectivități ale cărei temelii sunt grav amenințate de un timp viclean care ascunde sub aparența unui timp răbdător, capcana unei istorii frauduloase.

Compoziția primului volum este ordonată de o axă fundamentală, cea a timpului devenit suprapersonaj; compoziție închisă. Primul volum are trei părți: **prima parte:** o durată dilatăată – de sâmbătă seara, când Moromeții se întorc de la câmp, până duminică noaptea → fuga Polinei cu Bircă; **partea a doua** alătură – printr-o tehnică modernă a colajului – scene diverse de viață din existența câtorva familii de silișteni (Bălosu, Țugurlan, Boțoghină; în centru, rămâne familia Moromeților); **partea a treia** cuprinde două mari episoade epice: secerișul și conflictul dintre Ilie Moromete și fiii săi mai mari.

Conflicte: un triplu conflict va destrăma familia lui Ilie Moromete: dezacordul dintre tată și cei trei fii din prima căsătorie (Paraschiv, Nilă și Achim), conflictul dintre Moromete și Catrina, soția lui, și conflictul dintre Moromete și Maria, sora sa. Conflictul secundar dintre Ilie Moromete și Niculae, mezinul, trece în primul plan în volumul al doilea.

Secvențele narative precum scena cinei, a tăierii salcâmului, dar și scenele în care sunt prezentate aspecte din viața colectivității se constituie într-o adevărată monografie a satului: hora, călușul, întâlnirile duminicale din poiana lui Iocan, serbarea școlară, secerișul.

Primul volum e mai ales **romanul unei familii**, avându-l ca protagonist pe Ilie Moromete. Volumul al doilea urmărește drama destrămării civilizației țărănești tradiționale, determinate de colectivizarea forțată.

Simetria incipit-final este dată de cele două referiri la tema timpului; **tema timpului** se formulează din incipit prin motivul timpului bivalent, care ordonează evenimentele pe două axe temporale: un timp obiectiv, real, amenințător – vara și toamna anului 1937 - și o durată subiectivă (timp iluzoriu *ce pare a avea nesfârșită răbdare*): *În Câmpia Dunării, cu câțiva ani înaintea celui de-al Doilea Război Mondial se pare că timpul avea cu oamenii nesfârșită răbdare; viața se scurgea aici fără conflicte prea mari. Era începutul verii. Familia Moromete se întorsese de la camp.* Finalul reia, contrapunctic, tema timpului: *Trei ani mai târziu, izbucnea cel de-al Doilea Război Mondial. Timpul nu mai avea răbdare.*

Volumul al II lea cuprinde 5 părți:

✓ **Partea I: prima parte** (23 de capitole) – o durată dilatată: 1937→1947 (noul comportament al lui Moromete; călătoria la București, refuzul feciorilor de a reveni în sat; interdicția pentru Niculae de a-și continua studiile; războiul, moartea lui Nilă; întoarcerea lui Niculae; cearta cu Catrina, care se mută la fiica din prima căsătorie, trimiterea lui Niculae ca activist în Siliștea-Gumești);

✓ **Partea a doua** (20 de capitole): îl are ca protagonist pe Niculae;

✓ **Partea a treia** (22 de capitole) ilustrează campania de secerat și de treierat; povestea de dragoste dintre Niculae și Mărioara lui Adam Fântână; revolta țăranilor care-și duc grâul acasă; stingerea conflictului prin predarea cotelor;

✓ **Partea a patra** (13 capitole): întoarcerea Catrinei acasă.

✓ **Partea a cincea** (13 capitole): idila dintre Moromete și Fica; Niculae devine inginer horticultor; Țugurlan e convins de Moromete să fie primar; după 10 ani, moartea lui Ilie Moromete, relatată de Ilinca și Marița; parastasul de un an- relatare din perspectiva lui Niculae; întors la București, unde locuiește cu Mărioara, își visează tatăl și se împacă.

✓ **Volumul** al II lea începe într-o realitate imediată în care valorile morale se relativizează și se sfârșește în vis; valorile tatălui sunt recuperate de fiul său (mitul fiului risipitor);

✓ **În** primul volum, sunt urmărite trăirile universului lăuntric al lui Ilie Moromete, care trăiește drama paternității înșelate (conflict psihologic); în plan secund se cristalizează și drama inadapării lui Niculae, care se simte străin de lumea în care s-a născut;

✓ **Al II lea** volum, planul devenirii interioare e focalizat asupra lui Niculae care traversează o criză de identitate și de valori; în plan secund este urmărit Moromete care trăiește drama însingurării și a neputinței de a se adapta noilor realități.

Caracterizarea personajelor: Ilie Moromete

✓ Ilie Moromete este un personaj exponențial, al cărui destin exprimă moartea unei lumi; *cel din urmă țăran* (N. Manolescu) reprezintă concepția tradițională față de pământ și de familie;

✓ Avându-l drept model pe tatăl scriitorului, Tudor Călărășu, Ilie Moromete este un personaj realist creat dintr-o atitudine polemică față de eroul lui Rebreanu, Ion;

✓ Reprezintă țăranul filozof cu o inteligență ascuțită, cu un nestins dor de a contempla și a înțelege lumea în care trăiește;

✓ Moromete este un personaj tipologic care reprezintă autentică bogăție a vieții spirituale și comunității rustice. El este purtător și apărător al valorilor consfințite prin tradiție. Pentru el, pământul nu este o valoare în sine, ci este condiția esențială a existenței sale de țăran;

✓ Moromete stăpânește arta disimulării care este o formă de apărare împotriva unei lumi artificiale; pentru Moromete, bucuriile vieții nu sunt de ordin material, ci spiritual;

✓ Ipostaza inițială a protagonistului, capul familiei cu o autoritate intangibilă se clatină când conștientizează că feciorii săi au o altă scară de valori decât el;

✓ Epopeea tragică a țăranului care trăiește lăuntric drama dispariției satului românesc tradițional se conturează însă mai ales prin prezența direct în text a eroului;

✓ Romanul surprinde dramatica iluzie a protagonistului că viața își poate continua cursul în tiparele tradiționale, în timp ce istoria modifică relațiile din familie și de la nivelul comunității rurale.

Relațiile dintre două personaje:

✓ Prozatorul impune noi tipologii de personaje în romanul postbelic: țăranul reflexiv și intelectualul de origine țărăneasă;

- ✓ Ilie Moromete, personaj exponențial, al cărui destin exprimă moartea unei lumi; *cel din urmă țăran* reprezintă concepția tradițională față de pământ și familie;
- ✓ Niculae, fiul cel mic, din a doua căsătorie, este prezentat în cele două volume la vârste diferite: copilul și tânărul în formare.
- ✓ O secvență semnificativă, din primul volum, pentru ilustrarea relațiilor dintre cele două personaje este aceea a serbării școlare la care Niculae ia premiul întâi;
- ✓ În volumul al doilea, întâlnirile și discuțiile din lui Ilie Moromete și Niculae sunt echivalentul confruntării cu două mentalități. Moartea lui Moromete lasă urme în sufletul lui Niculae, dar în finalul romanului, tatăl și fiul se împacă în visul băiatului.



Activități de învățare:

1. În ce constă simetria romanului **Moromeții**? Argumentează.
2. Prezintă pe scurt subiectul primului volum, evidențiind conflictele din interiorul familiei Moromete.
3. Prezintă scenele importante din roman (cina, salcâmul, foncierea, poiana lui Iocan etc).
4. Urmărește și conturează portretul personajului principal al romanului, în relație cu celelalte personaje, evidențiind trăsăturile de caracter, concepția despre pământ, așa cum se reflectă în roman.
5. Scrie un text de tip argumentativ de 150 – 300 de cuvinte (15 – 30 de rânduri) pornind de la afirmația: “Una din iluziile acestui erou este că lumea ar putea trăi fără bani, iar poziția asta e a țăranului patriarhal [...] Moromete este cel din urmă țăran, în acest roman al deruralizării.” (N. Manolescu)



Evaluare:

1. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți particularitățile de construcție a unui personaj dintr-un roman aparținând lui Marin Preda.

În elaborarea eseului vei avea în vedere următoarele repere:

- prezentarea statutului social, psihologic și moral al personajului ales;
- evidențierea a două trăsături ale personajului ales prin două scene/secvențe comentate;
- analiza, la alegere, a două elemente de structură: subiect, conflict, instanțele comunicării narative, relații temporale și spațiale, modalități de caracterizare etc.

2. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți tema și viziunea despre lume într-un roman postbelic studiat.

În elaborarea eseului vei avea în vedere următoarele repere:

- evidențierea unei trăsături care face posibilă încadrarea romanului într-o tipologie, într-un curent literar/cultural, într-o perioadă sau orientare tematică;
- ilustrarea a două elemente de structură și de compoziție ale textului narativ, semnificative pentru tema aleasă (acțiune, conflicte, relații temporale și spațiale, instanțele comunicării narative, relații de simetrie etc);
- ilustrarea relațiilor dintre două personaje, prin care tema aleasă se evidențiază în romanul ales.

3. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți relația dintre două personaje dintr-un text narativ studiat, aparținând lui Marin Preda.

În elaborarea eseului vei avea în vedere următoarele repere:

- prezentarea statutului social, psihologic și moral al fiecăruia dintre cele două personaje din textul narativ studiat;
- evidențierea modului în care se manifestă relația dintre cele două personaje prin două episoade/secvențe comentate;
- analiza, la alegere, a două componente de structură și de limbaj ale textului narativ studiat, semnificative pentru relația dintre cele două personaje, din seria: acțiune, conflict, temă, modalități de caracterizare, limbaj etc.

Bibliografie:

1. Dumitrache M., Nicolae Boltașu D., Bacalaureat, 80 de teste complete, Editura Booklet, 2017
2. Got M., Lungu R., Literatura română, Editura Nomina, 2007
3. Limba și literatura română. Bacalaureat, Rentrop&Straton, Bacalaureat, 2018
4. <https://ro.wikipedia.org/wiki/Wikipedia>
5. www.didactic.ro

III. GENUL DRAMATIC

COMEDIA

O scrisoare pierdută, de I. L. Caragiale



„(...) îndărățul oricărei comedii se ascunde o tragedie.” **Titu Maiorescu**

Context:

I. L. Caragiale sintetizează în opera sa dramatică **realismul** și **clasicismul**, având totodată și o componentă **modernă**.

O scrisoare pierdută, cea mai cunoscută piesă a lui Caragiale, a avut premiera pe data de 13.11.1884.

Trăsături: specie literară, elemente specifice

Specie literară: COMEDIE, întrucât este o specie a genului dramatic care prezintă tipuri umane, situații, moravuri într-o viziune jovial-satirică sau critic-ironică, construindu-și structurile textuale și limbajele scenice pe categoria estetică a comicului.

Întrunește toate aspectele unei comedii totale, în care comicul de *moravuri* se asociază celui de *situații*, *de intrigă*, *de limbaj* și *de caractere*.

Surse de inspirație: evenimentele politice ale anului 1883, divizarea în trei fracțiuni a partidului liberal, determinată de revizuirea Constituției – aripa reformistă, cea antireformistă și grupul *neutrilor*).

Tema surprinde **degradarea vieții publice și private** pe fondul unei bătălii electorale în „capitala unui județ de munte”. Teme secundare sunt: corupția vieții politice, lupta pentru putere, imoralitatea vieții de familie.

Titlul piesei subliniază intriga, sugerând – prin substantivul cu articol nehotărât – faptul că acea „scrisoare pierdută” este unul dintre multele mijloace de șantaj politic.

Elemente compoziționale și de structură:

➤ **Compozițional** discursul dramatic se organizează după tipar clasic: **patru acte**, însumând **44 de scene**;

- **Discursul dramatic** alternează dialoguri în perechi și în grupuri din ce în ce mai mari, cu monologuri scenice de tipul discursului politic / *apartéului*;

- **Didascaliiile**, indicațiilor scenice au funcție de regie și control asupra elementelor spectacolului și jocul actorilor, precum și asupra stărilor afective ale acestora.

➤ **Spațiul** acțiunii este limitat, capitala unui județ de munte.

- spațiul scenic este anticipativ și simbolic: primele două acte au ca decor *anticamera* casei prefectului, spațiul privat, unde se iau, de fapt, deciziile politice, apoi sala mare a primăriei III: spațiu public al aparențelor, dublat de un spațiu „al culiselor”; ultimul act: grădina Zoei, spațiu privat care îl continuă pe cel public.

➤ **Timpul** real este limitat la trei zile, dar precizarea ambiguă „în zilele noastre” îngăduie regizorilor o surprinzătoare permanentă actualizare a acestei acțiuni bufe.

➤ **Subiectul** surprinde sub auspiciile comicului toate cele cinci momente clasice:

- **expozițiunea:** prezintă conflictul de interese între grupul dizident al lui Cațavencu și aripa moderată reprezentată prin prefect, Trahanache, Pristanda, Zoe, aspect susținut și de lista de personaje;

- **conflict derizoriu**, specific comediei;

- **intriga** – constă în pierderea scrisorii de dragoste, a lui Ștefan Tipătescu pentru Zoe Trahanache, în ajunul zilei când începe acțiunea;

➤ **Desfășurarea acțiunii:**

- Cațavencu, posesorul scrisorii de amor, sustrasă Cetățeanului turmentat, cere să fie susținut în alegeri de cei care dețin puterea (Tipătescu, Trahanache);

- Cațavencu obține promisiunea lui Zoe că va fi desemnat drept candidat la întrunirea politică din seara următoare;

- Pristanda oprește telegrama lui Farfuridi și Brânzovenescu și aduce o altă „depeșă”, prin care Centrul impunea candidatura lui Agamiță Dandanache;

- la adunarea electorală din aceeași seară, Farfuridi și Cațavencu își rostesc discursurile în sala mare a primăriei, dar decizia este luată deja;

➤ **punctul culminant:** desemnarea candidaturii lui Dandanache, urmată de încăierarea rivalilor politici, soldată cu pierderea scrisorii de către Cațavencu;

➤ **deznodământ vesel:** scrisoarea pierdută este înapoiată lui Zoe și este sărbătorită victoria lui Agamemnon Dandanache.

Personajele: sunt construite pe principiul realist, reprezentând tipuri umane, tipuri sociale, „variațiuni pe aceeași temă”- politicianul corupt.

Pompiliu Constantinescu analizează următoarele categorii de personaje: demagogul- Farfuridi, Cațavencu, Dandanache, femeia cochetă- Zoe, încornoratul- Trahanache, servilul- Pristanda, amozul- Tipătescu, cetățeanul- Cetățeanul turmentat.

Registrul ce domină: comicul

- de moravuri exemplificat prin corupție, imoralitate;
- de situație exemplificat prin pierderea și găsirea celor două scrisori;
- de caracter, susținut de eroii comici, grotești;
- de limbaj, susținut de neologisme stâlcite, anacolut, tautologie, nonsens, paradox, contradicție, etc.
- de nume.



Activități de învățare:

1. Enumeră cel puțin cinci trăsături ale speciei literare *comedie*.
2. Explică semnificația *cronotopului* din operă.
3. Identifică *momentele subiectului* în comedia de moravuri *O scrisoare pierdută*.
4. Exemplifică, pe baza textului, *tipurile de comic* regăsite în operă.
5. Precizează *modalitățile de caracterizare* folosite în cazul personajului Zaharia Trahanache.



Modele de itemi pentru evaluare sumativă:

I. Se dă textul:

TIPĂTESCU (*care a tot bătut din călcâi cu impaciolență, coboară încet, rar și cu dinții strânși*): Iubite și stimabile d-le Cațavencu, nu înțeleg pentru ce întredoi bărbați, cu oarecare pretenție de seriozitate, să mai încapă astfel demeștesuguri și rafinării de maniere, astfel de tirade distilate, când situațiilor e așa de limpede... Eu sunt un om căruia îi place să joace pe față... Iapoftim, ia poftim, mă rog (*îi oferă un scaun, aparte*): Să fiu cuminte. Ce binecă-i Zoe dincolo!

CAȚAVENCU: Stimabile domn, d-tale îți place să joci pe față, primesc; mie-mi place să joc scurt, scurt (*gest de rețezare*): Situația noastră o putem dezlega numaidecât. (**Tipătescu îi oferă jețul, el îl respinge ușor**)

TIPĂTESCU (*privind țintă la Cațavencu și cu tonul mârâit*): Poftim de!...

CAȚAVENCU (*care s-a retras puțin, cedează, în sfârșit, și cade pe fotoliu cam fără voie*): Mulțumesc.

TIPĂTESCU: Așa-i. (*șade aproape de el, Cațavencu se cam retrage. Tipătescu se îndeasă spre el, Cațavencu același joc, și iar*) Altfel, dar, onorabile domn, d-ta - prin ce mijloace nu-mi pasă! - posedezi o scrisoare a mea, care poate compromite onoarea unei familii... Eu viu și-ți zic (*cu multă afabilitate*): mărog, onorabile domn, ce-mi ceri dumneata în schimbul aceluia lucru?

(**O scrisoare pierdută**, de I. L. Caragiale)

1. Explică rolul indicațiilor scenice din fragmentul dat.
2. Explică sensul expresiei „*îi place să joace pe față*”.
3. Prezintă două trăsături ale personajului Tipătescu așa cum se desprind din fragmentul suport.
4. Explică rolul artistic al dialogului în text.
5. Argumentează apartenența textului la genul dramatic.

II. Scrie un eseu, utilizând 4000-6000 de caractere, în care să prezinți **particularitățile de construcție a personajului principal** dintr-un text narativ aparținând lui I. L. Caragiale.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere:

- prezentarea statutului psihologic, moral etc. al personajului, prin raportare la conflictul/conflictele comediei;
- evidențierea a două trăsături ale personajului, prin referire la două episoade /situații semnificative;

- menționarea a patru elemente de structură ale textului dramatic, semnificative pentru realizarea personajului (de ex. *acțiune; conflict; relații temporale și spațiale; construcția subiectului; particularități de compoziție; construcția personajului; modalități de caracterizare* etc.);
- susținerea unui punct de vedere personal despre modul în care se reflectă o idee sau tema romanului dat în construcția personajului.

Bibliografie:

1. Dumitrache M., Nicolae Boltașu D., Bacalaureat, 80 de teste complete, Editura Booklet, 2017
2. Got M., Lungu R., Literatura română, Editura Nomina, 2007
3. Limba și literatura română. Bacalaureat, Rentrop&Straton, Bacalaureat, 2018
4. <https://ro.wikipedia.org/wiki/Wikipedia>
5. www.didactic.ro

Teatrul postbelic *Iona*, de Marin Sorescu



Context: Piesa face parte din trilogia *Setea muntelui de sare* (1968). Subintitulată „tragedie în patru tablouri”, are la bază episodul biblic al lui Iona, resemantizat însă, tratat într-o manieră modernă.

Curent literar: Dramaturgia lui Marin Sorescu, scriitor cu o sclipitoare imaginație, se înscrie în **teatrul modern** și se caracterizează prin complexitatea formulei artistice, originalitatea viziunii estetice, noutatea structurii lingvistice. Iona este o **parabolă dramatică, o meditație despre condiția omului modern**, ilustrând un **conflict modern în teatru: confruntarea cu moartea**.

Tematica e dată de singurătatea ființei, de căutarea identității pierdute, dar și de libertatea individului care își asumă destinul ca în tragediile grecești. Piesa comentează și raportul individ-societate, libertate și necesitate, puterea Logosului etc.

Structură și semnificații: **Drama modernă** are o arhitectură echilibrată, este alcătuită din **patru tablouri** ce conțin un lung monolog sau fals dialog interiorizat. Se derulează conform unui demers inițiativ, prezentat alegoric, în **metafora peștelui-labirint**.

Indicațiile de regie (didascalii) sunt minime, decorul e convențional, redus la sugestie, discursul dramatic menținându-se într-o **ambiguitate specifică teatrului metaforic**.

Cele patru tablouri urmăresc experiențele lui Iona într-o dialectică interior-exterior, lume lăuntrică – existență de suprafață, acasă – în lume. Desfășurarea simetrică a tablourilor conduce la gruparea 1 – 4 (Iona e afară) și 2 – 3 (interiorul balenei).

Încă de la început (**tabloul I**), personajul se află „în gura peștelui”. Iona este un pescar aflat în fața mării, **apa fiind simbol al libertății, al aspirației**, dar și **capcană, iluzie**. Deoarece este pescar ghinionist, el nu prinde peștele mare, ci numai „fâțe” și pentru a rezolva neputința impusă de destin, ia un acvariu ca să pescuiască peștii care au mai fost prinși odată. Sentimentul de ratare și de damnare se insinuează treptat, se strigă pe sine pentru a se regăsi și meditează asupra relației viață-moarte („ce moarte lungă avem! □). Înconjurat de „nade frumos colorate”, ca și peștii, vorbește de visul de a înghiți una, pe cea mai mare, urmat de deziluzia că s-a terminat apa. În final, eroul e înghițit de un pește uriaș cu care încearcă să lupte strigând după ajutor.

Tabloul II îl surprinde pe Iona în interiorul Peștelui I. În întuneric, Iona vorbește mult, logosul fiind expresia supraviețuirii. Captiv, Iona vorbește cu dublul său fictiv. Reflecțiile filosofice pe marginea timpului, a morții, a destinului, făcute într-o tonalitate ironic sentimentală și limbajul liric creează impresia de mici poeme: „trebuie să sting cu o pleopă toate lucrurile care au rămas aprinse: papucii de lângă pat, cuierul, tablourile”. Găsește un cuțit, semnul libertății de acțiune, și în virtutea termenului de libertate, Iona atacă. În acest univers, în care toate plutesc, el are puternica nostalgie a stabilității, a repaosului absolut, dorind să construiască „o bancă de lemn în mijlocul mării”; un posibil „lăcaș de stat cu capul în mâini în mijlocul sufletului”.

În **tabloul al treilea**, Iona se află în „interiorul peștelui doi”, care îl înghite pe primul și în care se află o mică moară de vânt ce se poate învârti sau nu, simbol al zădărniceii, al deziluziilor, al trecerii și măcinării timpului. Meditează asupra vieții, asupra ciclicității viață-moarte, într-un discurs grav-ironic, cu note de comedie și parodie. Apoi apar doi figuranți, personaje din fundal care simbolizează povara destinului sisific, dar nici nu se frământă pentru a găsi o motivație a acțiunilor.

Tabloul al patrulea îl prezintă pe Iona în „gura ultimului pește”, aparent din nou afară, în lumină, aproape de marea pe care nu o vede, unde aerul e mai curat, dar la orizont se văd burți de pești uriași. Eliberarea este astfel o iluzie. Reapar cei doi pescari, dar Iona se simte tot mai neputincios. Meditează asupra divinității cu care se simte solidar („noi oamenii asta vrem: un exemplu de înviere”), dar revine la propria dramă existențială din care nu se poate evada: „problema e dacă reușești să ieși din ceva odată ce te-ai născut”: sinuciderea și replica „răzbin noi cumva la lumină” simbolizează uciderea eului fenomenal spre a elibera pe cel esențial, divin. Sinuciderea nu este un act de lașitate, ci unul de eliberare, de **regăsire a propriei identități**.

Timpul și spațiul sunt **simbolice**. Găsim mai multe spații: marea (metaforă a lumii, a existenței schimbătoare) continuată de un spațiu interior, al burților de pește – simbol al captivității –, în care dramaturgul introduce elemente de decor sugestiv – colțurile scenei care se pot mișca, moara de vânt care îl atrage pe Iona ca un vârtej. Timpul este, de asemenea, simbolic, personajul fiind plasat într-un vag atemporal, un spațiu al căutărilor de sine, al explorării existenței.

Personajul Iona devine un **personaj emblematic** al teatrului modern, care simte acut dramele și crizele lumii în care trăiește. El este omul părăsit, în derivă, lipsit de grația divină, care nu se poate regăsi și împlini decât prin moarte.

Iona este un **pescar pasionat** care întruchipează omul obișnuit ce aspiră spre libertate și spre ideal, simbolizate prin marea care îl fascinează. El este un simbol, nu o individualitate, **un personaj alegoric**, un om singur care se zbate neputincios între limitele sale: „Toți ne naștem morți”, „Trupul e închisoare a sufletului”.

Trăsătura fundamentală a personajului este revolta, provenită din faptul că Iona nu poate comunica nici cu sine, nici cu universul exterior. Este obsedat de absolut, de prinderea peștelui uriaș, de aceea devine o victimă a propriului ideal, dar merge pe drumul său, demonstrând metaforic că viața e absurdă. În permanență meditează la posibilele soluții de a se salva, inițial încercând să se salveze prin logos, prin cuvânt; logosul devine o expresie a supraviețuirii și vrea să își controleze destinul, dar nu își poate împlini idealul.

Personajul principal al piesei, Iona, **se dedublează permanent**, dialogând cu sinele său profund, făcându-se auzite în permanență două voci. Este un personaj simbolic, întruchipând neliniștea omului lipsit de orice orizont metafizic, în căutarea absolutului, a propriei identități. El se poate regăsi în fiecare dintre noi. Personajul este urmărit în devenirea lui, de la ipostaza de „pescar fără noroc”, prins în rutina zilnică, la aceea de individ capabil să-și provoace destinul, să atingă, în cele din urmă, treapta iluminării. Traseul pe care îl va parcurge este de factură inițiativă, deoarece este captată structura intimă a individului, care în final va deveni altul. Calătoria inițiativă presupune trecerea mai multor probe, Iona având astfel experiența infernului, a labirintului, fiind înghițit de doi pești; în final, realizând că totul se reduce la un spațiu limitat, găsește calea spre lumină și adevăr în interiorul său, având revelația extraordinară a unității propriei ființe, percepuându-se ca identitate, armonizând eul exterior, social, cu cel profund. „Noul” Iona renaște prin propria moarte.



Activități de învățare

- Piesa este construită sub forma unui lung monolog sau fals dialog interiorizat. Ce rol are procedeul în conturarea personajului?
- Identificați valorile polifonice ale textului (vocea pescarului ghinionist, a călătorului pe apă, a auditoriului).
- Dialogul alunecă pe câmpul absurdului comic. Identificați trăsăturile limbajului din acest punct de vedere.
- Tonul comic alternează cu registrul gâv al reflecțiilor. Identificați replici cu valoare de maxime și elemente de limbaj poetic.
- Analizați conținutul didascaliei (informații despre ton, mișcare, stare de spirit etc.) și frecvența acestora.



Evaluare

1. Redactați un eseu, de minimum 400 de cuvinte, în care să prezentați **particularitățile unui text dramatic postbelic** studiat. În elaborarea eseului, veți avea în vedere următoarele repere:

- evidențierea a două trăsături care fac posibilă încadrarea textului dramatic studiat într-un curent

cultural/literar;

- prezentarea modului în care tema se reflectă în textul dramatic studiat, prin comentarea a două secvențe semnificative;

- analiza, la alegere, a două elemente de compoziție și de limbaj, semnificative pentru textul dramatic studiat, din seria: acțiune, conflict, notațiile autorului, limbajul personajelor.

2. Redactați un eseu de minimum două pagini, în care să prezentați **particularitățile de construcție a unui personaj dintr-un text dramatic postbelic**, aparținând lui Marin Sorescu. În elaborarea eseului, veți avea în vedere următoarele repere:

- prezentarea statutului social, psihologic, moral al personajului;
- evidențierea a două trăsături de caracter ale personajului ales prin patru episoade/secvențe comentate;
- analiza, la alegere, a două componente de structură și de limbaj ale textului narativ, semnificative pentru construcția personajului, din seria: acțiune, conflict, modalități de caracterizare, limbaj.

Bibliografie:

1. Andreescu, Mihaela – *Marin Sorescu. Instantaneu critic*, Editura Albatros, București, 1983;
2. Tupan, Ana-Maria – *Marin Sorescu și deconstructivismul*, Editura Scrisul Românesc, Craiova, 1995.

IV. Dacia literară



Dacia literară, publicată la Iași, în anul 1840, este prima revistă care-și propune să publice doar lucrări literare și din toate zonele țării, realizându-se astfel o unificare a românilor în plan literar. Se va cere, de asemenea, și originalitate în creațiile publicate („fieștecările cu ideile sale, cu limba sa, cu chipul său”), astfel promovându-se cultura națională și eliminându-se treptat puternica influență a operelor străine.

Mentorul generației pașoptiste, Mihail Kogălniceanu, publică în primul număr al revistei articolul-program intitulat *Introducere*, considerat manifestul literar al romantismului românesc.

Cele patru puncte ale articolului-program sunt:

- Promovarea unei literaturi originale care să aibă ca teme istoria, natura, folclorul;
- Afirmarea idealului de realizare a unității limbii și literaturii române;
- Combaterea imitațiilor și traducerilor mediocre;
- Întemeierea spiritului critic în literatura română pe principiul estetic.



Evaluare: Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți ideologia promovată de revista *Dacia literară*, ilustrându-ți punctual de vedere prin referire la un text poetic sau narativ studiat.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

- descrierea contextului istoric în care a apărut revista *Dacia literară*;
- prezentarea a două trăsături ale ideologiei literare promovate în studiul *Introducere*;
- stabilirea unei relații între ideile identificate în programul revistei *Dacia literară* și o opera studiată.

Bibliografie:

1. Dumitrache M., Nicolae Boltașu D., Bacalaureat, 80 de teste complete, Editura Booklet, 2017
2. Got M., Lungu R., Literatura română, Editura Nomina, 2007
3. Limba și literatura română. Bacalaureat, Rentrop&Straton, Bacalaureat, 2018
4. <https://ro.wikipedia.org/wiki/Wikipedia>
5. www.didactic.ro

V. TITU MAIORESCU – contribuția la modernizarea culturii (Activitatea „Junimii”)



În toamna anului 1863, un grup de tineri dornici de a da un alt curs culturii și literaturii românești înființează la Iași o asociație liberă cu numele “Junimea”. Inițiatorii sunt: Petre Carp, Vasile Pogor, Theodor Rosetti, Iacob Negruzzi, Titu Maiorescu.

La 1 martie 1867, din inițiativa lui Iacob Negruzzi și sub redacția lui, pe care o va păstra timp de 27 de ani, apare la Iași revista “CONVORBIRI LITERARE”, bilunar până în 1885 și lunar după această dată, la București.

Activitatea Junimii se desfășoară pe mai multe etape:

1. o etapă în care se elaborează principiile estetice ale societății.- 1863-1874- Este vremea în care Junimea provoacă cele mai multe reacții adverse, dar și aceea în care, prin succesul polemicilor ei, prin adeziunea lui Vasile Alecsandri, prin descoperirea lui Eminescu, prestigiul începe să-i fie asigurat.
2. o etapă în care ședințele din Iași încep să fie dublate de acelea de la București (1874-1885). În 1885, Iacob Negruzzi se mută la București luând cu sine și revista a cărei direcție o păstrează singur până în 1893.
3. după 1885 este perioada în care principiile estetice ale junimismului se dezvoltă în mod deosebit. Această etapă a grupării și chiar a revistei are un caracter universal. Activitatea Junimii va înceta în 1916, la București.

În plan cultural, **obiectivele** Junimii au fost foarte limpezi:

- a) răspândirea spiritului critic
- b) încurajarea progresului literaturii naționale
- c) susținerea independenței intelectuale a poporului român (educarea publicului prin prelecțiuni populare)
- d) susținerea originalității culturii și a literaturii române prin punerea problemei unificării limbii române literare și prin respectul acordat literaturii
- e) crearea și impunerea valorilor.

T. Maiorescu a avut un rol definitoriu în cadrul societății Junimea, impunându-se ca adevăratul ei conducător, iar în cadrul epocii drept îndrumătorul cultural și literar. Domeniile de manifestare ale spiritului critic maioreescian sunt numeroase : limba română, literatură, cultură, estetică, filozofie.

Studii critice:

1.O cercetare critică asupra poeziei române de la 1867

Primul studiu critic din literatura noastră, „O cercetare critică asupra poeziei române de la 1867”, răspunde nevoii de a alcătui o antologie de poezie românească. El oferă criteriile estetice pentru aprecierea creațiilor lirice. Cele două părți ale studiului sunt „*Condițiunea materială a poeziei*” și „*Condițiunea ideală a poeziei*”. Prima condiție a poeziei este de a „deștepta prin cuvintele ei imagini sensibile în fantasia auditoriului”. Trebuie alese „cuvântul cel mai puțin abstract”, epitetele „ornante”, comparațiile și metaforele. Criticul refuză vehement diminutivele, rimele facile sau numele proprii ca material poetic. Aceste principii sunt bogat ilustrate cu exemple din literatura universală. Cât privește „obiectul” artei poetice, acesta trebuie să fie „un simțământ sau o pasiune și niciodată o cugetare exclusiv intelectuală”.

2.Eminescu și poeziile sale – 1889

Eminescu și poeziile lui este un studiu de Titu Maiorescu. A fost publicat în anul 1889, anul morții lui Eminescu, și este prima lucrare de exegeză (analiză / interpretare) a operei eminesciene. Așadar, Maiorescu devine primul eminescolog (cercetător și cuceritor al operei eminesciene).

Așa cum arată și titlul, studiul cuprinde două părți: **prima parte** se referă la viața poetului, (vizează „omul” Eminescu), în timp ce a doua cuprinde o analiză a operei acestuia („poeziile lui”).

În partea întâi, criticul fixează sumar câteva date din biografia lui Eminescu, arătând că acesta s-a născut la Botoșani, a studiat la Cernăuți, Viena și Berlin, a fost inspector școlar, bibliotecar; a murit în 1889.

Maiorescu încearcă să dezlege misterul bolii lui Eminescu. El nu admite ideea potrivit căreia boala de care a suferit Eminescu (nebunia) ar fi fost declanșată de sărăcie și arată că ea a fost moștenită ereditar

Face un portret spiritual al lui Eminescu, evidențiindu-i ca trăsături definitorii inteligența, memoria extraordinară (capacitatea de a reține un volum imens de cunoștințe), cultura excepțională (cunoscător al filosofiei, al credințelor religioase; pasionat de marile scrieri ale lumii), setea de cunoaștere (interesul constant pentru nou, pentru teoriile științifice, economice, filosofice etc.), modestia .

Partea a doua a studiului este consacrată operei eminesciene.

Criticul supune analizei câteva dintre poeziile eminesciene reprezentative care-i pun în valoare genialitatea, comentându-le sub aspectul limbajului și al conținutului de idei, socotit novator în literatura română a momentului. Maiorescu afirmă că ceea ce individualizează opera lui Eminescu în raport cu opera scriitorilor dinaintea sa și o face inconfundabilă este bogăția ideilor filosofice și frumusețea limbajului.

Analizează poezia de dragoste a lui Eminescu, afirmând că poetul a văzut în femeie doar copia imperfectă a unui prototip irealizabil. În mod greșit, arată că erotica eminesciană are o dimensiune pur instinctuală, refuzându-i deci platonismul.

În finalul studiului, Maiorescu se lansează într-o profeție care a fost confirmată mai târziu, arătând că „pe cât se poate omenește prevedea”, literatura (poezia) românească din secolul al XX-lea, va începe sub auspiciile geniului eminescian (deci poezia eminesciană va fi germenul din care se va naște toată poezia secolului următor).

3. Comediile d-lui I.L. Caragiale – 1885

Comediile domnului Caragiale este o lucrare scrisă de Titu Maiorescu din dorința de a-l apăra pe I. L. Caragiale de atacurile din presa vremii care-l acuzau de imoralitate (datorată prezenței unei lumi de joasă speță în piesele sale: oameni "vițioși sau proști", amor nelegiuit etc.). Pornind de la constatarea că tipurile și situațiile din sfera timpului, Maiorescu atrage atenția că artistul recrează realitatea dintr-o perspectivă ideal-artistică, fără nicio preocupare practică.

Stratul social luat sub observație de Caragiale în aceste comedii este cel de jos, iar aspectele prezentate sunt tipice, există la toată lumea, autorul dramatic descoperind existența unei societăți în toată veridicitatea ei, "sub formele unei spoieli de civilizație occidentală, strecurată în mod precipitat până în acel strat și transformată într-o adevărată caricatură a culturii moderne." În studiul său, Maiorescu precizează faptul că societatea, împreună cu opinia publică, consideră drept trăsătură caracteristică a comediiilor lui Caragiale trivialitatea, însă argumentele și comparațiile aduse pe parcursul articolului au întemeiat concluzia că în lumea artei nu poate fi vorba de "trivial", ci fiecare scriitor are dreptul său literar incontestabil.



Evaluare: Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți ideile promovate de criticismul junimist.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

- încadrarea societății Junimea în contextul istorico-literar;
- rolul lui Titu Maiorescu în promovarea obiectivelor susținute de societatea Junimea;
- prezentarea a două articole/studii critice de referință ale lui Titu Maiorescu.

Bibliografie:

1. Dumitrache M., Nicolae Boltașu D., Bacalaureat, 80 de teste complete, Editura Booklet, 2017
2. Got M., Lungu R., Literatura română, Editura Nomina, 2007
3. Limba și literatura română. Bacalaureat, Rentrop&Straton, Bacalaureat, 2018
4. <https://ro.wikipedia.org/wiki/Wikipedia>
5. www.didactic.ro

VI. MODERNISMUL ROMÂNESC: EUGEN LOVINESCU



Modernismul este o orientare culturală îndrăzneță, care impune noi forme în actul de creație, în perioada dintre cele două războaie mondiale. Se opune tradiționalismului în perioada interbelică. Cuprinde curente precum: simbolismul, expresionismul, dar și avangarda – dadaismul și suprarealismul.

În literatura română este teoretizat, susținut și promovat de criticul literar Eugen Lovinescu, creator al cenaclului și al revistei „Sburătorul”. Cenaclul a funcționat în perioada 1919 – 1943, iar revista a apărut în două etape: 1919 – 1921 și 1926 – 1927.

Eugen Lovinescu a jucat în perioada interbelică rolul pe care Titu Maiorescu l-a avut în epoca marilor clasici.

Un prim obiectiv al lui Lovinescu a fost promovarea tinerilor scriitori. La cina condus de el s-au format: Ion Barbu, George Călinescu, Gh. Brăescu, Camil Petrescu, Anton Holban, Pompiliu Constantinescu, Vladimir Streinu. Cenaclul a atras și scriitori deja afirmați prin intermediul altor reviste: Liviu Rebreanu, Hortensia Papadat – Bengescu.

Al doilea obiectiv a fost modernizarea literaturii române; cărțile de doctrină literară ale criticului sunt: *Istoria literaturii române contemporane* (5 vol.) și *Istoria civilizației române moderne* (3 vol.).

Modernismul lovinescian pornește de la ideea că există un „spirit al veacului”, numit de Tacitus „saeculum”, explicabil prin factori materiali și morali, spirit care duce la omogenizarea sau uniformizarea civilizațiilor. Întrucât există decalaje între civilizații, cele dezvoltate le influențează pe cele mai puțin evaluate. Această influență se exercită în două faze:

1) imitarea formelor civilizațiilor superioare (*simulare*)

2) *stimularea* dezvoltării unui fond autohton potrivit cu formele de împrumut. Așadar, formele fără fond, după Lovinescu, sunt „un fenomen inevitabil și creator”, iar „formele pot să-și creeze uneori fondul”.

Pornind de la teoria imitației, a sociologului francez Gabriel Tarde, Eugen Lovinescu formulează **teoria sincronismului** = acceptarea schimbului de valori, a elementelor de noutate și modernitate. Modernizarea nu înseamnă anularea, negarea tradiției, ci depășirea spiritului provincial în literatură. Lovinescu nu se opune factorului etnic în literatură, dar susține necesitatea disocierii esteticii de etic și etnic. Promovează astfel autonomia esteticii.

În calitate de critic, a adoptat o metodă nouă la noi, după modelul francezului Emile Faguet: metoda impresionistă, care este una antidogmatică.

A formulat și teoria mutației valorilor estetice, conform căreia literatura trebuie studiată în mobilitatea ei, raportat la momentul istoric, căci există salturi valorice în evoluția fenomenului.

Potrivit lui Lovinescu, **imperativele modernismului** pentru literatura noastră sunt:

1) trecerea de la o literatură cu tematică rurală, la una cu tematică citadină (în special citadinizarea romanului);

2) dezvoltarea prozei obiective;

3) promovarea romanului de analiză psihologică;

4) prezența tipologiei intelectualului;

5) intelectualizarea prozei și a poeziei, care trebuie să fie reflexivă;

6) liricizarea poeziei (trecerea ei de la epic la liric);

7) sincronizarea cu literatura (și cultura) Europei, prin depășirea spiritului provincial.

Întreaga operă lovinesciană reflectă un ideal al măsurii, al adâncimii și amplitudinii, o sensibilitate clasică, ceea ce nu a împiedicat posteritatea să se împartă în privința aprecierii rolului pe care criticul l-a avut în progresul literaturii și al culturii noastre moderne.



Evaluare: Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți direcția modernistă promovată de Eugen Lovinescu în cultura română, ilustrându-ți punctul de vedere prin referire la un text poetic sau narativ studiat.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

- prezentarea contextului istoric în care s-a desfășurat activitatea lui Eugen Lovinescu;

- prezentarea ideilor promovate de criticul literar în studiile sale;

- stabilirea unei relații între ideologia promovată de Eugen Lovinescu și opera literară studiată.

Bibliografie:

1. Dumitrache M., Nicolae Boltașu D., Bacalaureat, 80 de teste complete, Editura Booklet, 2017
2. Got M., Lungu R., Literatura română, Editura Nomina, 2007
3. Limba și literatura română. Bacalaureat, Rentrop&Straton, Bacalaureat, 2018
4. <https://ro.wikipedia.org/wiki/Wikipedia>
5. www.didactic.ro

VII. CURENTE CULTURALE ȘI LITERARE



1. Perioada pașoptistă (1830-1860) este o epocă de afirmare a literaturii naționale, în preajma Revoluției de la 1848. Perioada se caracterizează printr-o orientare culturală și literară cu trăsături specifice epocii de avânt revoluționar, de emancipare socială și națională, de militare pentru realizarea Unirii. Este perioada în care se încearcă „arderea” unor etape care nu fuseseră parcurse de literatura noastră și care se desfășuraseră succesiv în literaturile occidentale, în decursul a mai bine de un secol și jumătate. Principala trăsătură a literaturii pașoptiste constă în coexistența curentelor literare, nu numai în opera aceluiași scriitor, ci chiar și în aceeași creație. Curentele literare (iluminism, preromantism, romantism, clasicism, realism incipient) sunt asimilate simultan.

Pașoptismul este o ideologie literară niciodată sintetizată într-un program particular și supusă unor comandamente exterioare: mesianism cultural și revoluționar, spirit critic, deschidere spre Occident și lupta pentru impunerea unui specific național, conștiința civică și patriotică, conștiința pionieratului în mai toate domeniile vieții, o retorică a entuziasmului și a trezirii la acțiune.

Afirmarea unei generații de scriitori, gazetari, istorici și oameni politici, numită de posteritate generația pașoptistă, determină începutul modernității noastre culturale, o perioadă de tranziție și de prefaceri palpabile. Scriitorii pașoptiști au vocația începuturilor și, poate de aceea, disponibilitatea de a aborda mai multe domenii, genuri, specii, mai multe tipuri de scriitură. Polimorfismul preocupărilor individuale se explică în contextul epocii.

2. Romantismul este un curent literar și artistic, apărut la sfârșitul secolului al XVIII-lea ca o reacție împotriva clasicismului și a excesului de raționalism prezent în gândirea iluministă

Particularități:

- libertatea de creație, refuzul normelor și al regulilor impuse de clasicism;
- afirmarea individualității, a originalității și a spontaneității;
- cultivarea sensibilității, a imaginației. Gândirea romantică se întemeiază pe nevoia de eliberare a eului de orice fel de constrângeri (religioase, politice, sociale, estetice, morale);
- egotismul. Actul de creație este înțeleș ca interiorizare, ca autocontemplare, întoarcere către sine. Schelling afirma că pentru a ajunge să cunoști adevărul, lumea înconjurătoare, trebuie să te cunoști mai întâi pe tine. El îi acordă un rol privilegiat artistului care, animat de o misterioasă energie creatoare, are menirea de a reface unitatea dintre om și natură. În viziunea romanticilor, raționalismul și apariția civilizației moderne de tip industrial (a doua jumătate a sec. al XVIII-lea), l-au înstrăinat pe om de natură, de semeni, de el însuși;
- amestecul genurilor, al speciilor și al stilurilor;
- cultivarea antitezei (trecut – prezent, înger – demon, omul superior – omul comun);
- personaje excepționale în împrejurări excepționale. Se observă la romantici predilecția pentru personaje puternic individualizate, cu calități sau defecte ieșite din comun, aflate în conflict cu societatea, cu ele însele sau cu Dumnezeu. Adeseori, eroul romantic este un inadaptat, neînțeleș de societatea în care trăiește, izolat (apare sentimentul singurătății). Alteori este prins între tendințe și aspirații contradictorii, ce îl pot împinge până la dedublare sau nebunie. Apar în creațiile romanticilor personaje din toate mediile sociale. Se remarcă interesul pentru ipostazele excepționale ale umanului: titanul, demonul, geniul;
- ironia romantică. Dezgustat de realitatea în care trăiește, artistul are tendința de a se refugia într-o lume imaginară, pe care și-o construiește în funcție de propriile dorințe și idealuri. Romanticul se retrage, pentru a fi departe de realitatea meschină, chiar și pentru o clipă, în lumea visului, în trecutul istoric, în natură. Conștientizează însă că acest univers al fanteziei nu este durabil (ci doar o soluție de moment) și atunci îl supune deriziunii, atitudine cunoscută sub numele de ironie romantică;
- cultul Antichității. Romanticii priveau Antichitatea ca pe un spațiu al frumuseții și armoniei, ca pe o lume paradisiacă, întemeiată pe comunicarea între uman și divin, sau ca pe un univers tragic, dominat de geniul lui Orfeu, simbol al durerii universale (întâlnit și în poezia lui Eminescu – „*Memento Mori!*”);
- interesul pentru specificul național și pentru folclor, legende, mituri, basme, simboluri. Filosoful german Herder arată că originalitatea unui autor sau a unei literaturi rezultă din valorificarea elementului național;
- interesul față de trecutul istoric și față de spațiile exotice (în special față de Orient);

- contemplarea naturii. Natura constituie pentru romantici cadrul marilor experiențe (dragostea, moartea), dar și locul de refugiu al inadaptatului măcinat de răul secolului. În literatura romantică sunt înfățișate două ipostaze ale naturii: natura protectoare dar și natura ostilă, indiferentă la suferințele omenești;

- în romantism se impune un cult al sentimentului, iubirea fiind trăirea supremă. Stările de suflet asociate iubirii sunt contradictorii, așa cum chipul femeii iubite este când demonic, când angelic, trezind fie dispreț și repulsie, fie adorație și evlavie;

- interesul pentru redarea culorii locale;

- cultivarea visului. Visul constituie pentru romantici esența existenței, în timp ce realitatea devine iluzie, aparență. Visul, în forma reveriei, este și stare de creație.

- fascinația misterului și gustul pentru fantastic. Preferința pentru fantastic satisface interesul romanticului față de ceea ce este straniu, neobișnuit, ține de sfera excepționalului;

- preferința pentru nocturn. În timp ce clasicul este un spirit diurn, romanticul este fascinat de elementul nocturn ce poate constitui cadrul unor experiențe mistice, erotice sau terifiante. Motivul nocturn se asociază cu atracția pe care o exercită, asupra spiritului romantic, cosmosul, astralul: luna și stelele sunt frecvent invocate, apărând ideea că adevărata patrie a sufletului omenesc, este cerul;

Reprezentanți: Victor Hugo, Lamartine, Al. Dumas, Gerard de Nerval, Holderlin, Movalis

- Vasile Cârlova, I.H. Rădulescu, Grigore Alexandrescu, Dimitrie Bolintineanu, Vasile Alecsandri, C. Negruzzi, Cezar Bolliac, Mihai Eminescu.

3. Symbolismul este uncurent literar care s-a manifestat în Europa. S-a declanșat în 1880, în Franța și a fost teoretizat de Jean Morèas. Acest poet a publicat în ziarul *Le Figaro* articolul program *Le Symbolisme* care devine programul literar și estetic al acestui curent literar. Precursorul symbolismului este poetul francez Charles Baudelaire, care a scris poezia *Correspondance*, unde se abordează pentru prima dată tehnici simboliste. Reprezentații din literatura universală sunt: Franța: A. Rimbaud, St. Mallarmé, P. Verlaine; Anglia: E. A. Poe; Germania: Rainer Maria Rilke.

Symbolismul în literatura română nu se constituie ca un fenomen de imitație, ci ca o dimensiune profund originală adaptată la specificul nostru național. În desfășurarea acestui fenomen se pot identifica patru etape.

**Prima etapă* – cea a experiențelor și a tatonărilor – se desfășoară sub îndrumarea lui Alexandru Macedonski, la revista *Literatorul*. Al. Macedonski teoretizează noua poezie în câteva studii, dintre care cel mai important este *Poezia viitorului*. În concepția sa, noua poezie trebuie să sugereze, să exprime corespondențe între diferite elemente ale universului. Este o poezie care pune accent pe simțire și pe muzicalitate. Deși s-a vrut un poet simbolist, experiențele literare ale lui Macedonski, între care și cea simbolistă, se desfășoară între două mari repere: clasicism (ciclurile de *Rondeluri*) și romantism (ciclul *Noapților*). Reprezentați: Ștefan Petică, Dimitrie Anghel, Traian Demetrescu.

**Etapă a II-a* – revista *Viața nouă* – este condusă de Ovid D. Densusianu, care teoretizează și el despre noua poezie, insistând asupra inspirației din spațiul citadin cu havuzuri – fântâni arteziene, turnuri.

**Etapă a III-a* – *Symbolismul minulescian* - Ion Minulescu abordează un symbolism formal, punând accentul mai mult pe tehnici simboliste și mai puțin pe profunzimea trăirilor.

**Ultima etapă* – *Symbolismul autentic* – George Bacovia promovează toate trăsăturile symbolismului.

Teme și motive literare: natura cu anotimpurile - spații ale corespondențelor - , iubirea lipsită de speranță, casa iubitei devenită loc de refugiu pentru eul liric, spațiu în care asprimea bolii se mai atenuază, boala, marea călătorie, condiția poetului damnat; ploaia, plânsul, ninsoarea, singurătatea, monotonia, golul, frigul, urâtul, plictisul.

Tehnici artistice: utilizarea simbolului (sensuri implicite, multiple), corespondențele, utilizarea laitmotivului.

Trăsăturile symbolismului:

- utilizarea simbolurilor cu o funcție sugestivă, ceea ce oferă posibilitatea unei interpretări multiple;

- cultivarea sugestiei cu ajutorul căreia sunt scoase în evidență stări sufletești vagi, confuze (melancolie, plictiseală, spaimă, disperare, etc);

- relevarea corespondențelor tainice, a legăturilor care se stabilesc între obiecte, între obiecte și oameni, între natură și sentimente. (Ex.: cuvântul „plumb” are drept corespondent în natură un metal greu, de culoare cenușie, maleabil și cu o sonoritate surdă care simbolizează stările sufletești sugerate de trăsăturile acestui metal: apăsare sufletească, angoasă, instabilitate psihică, claustrare într-un spațiu, fără posibilitate de evadare).

- muzicalitatea versurilor: fie prin prezența instrumentelor muzicale sau a ariilor ca simbol, fie prin muzicalitatea interioară a versurilor (creată de sonorități verbale, repetiții, refren, aliterații). Al Macedonski → „*Arta versurilor e arta muzicii*”.
- versul liber, rima fiind considerată o simplă convenție, accentul punându-se pe forma și ritmul versului;
- cromatica joacă un rol important. Fie este exprimată direct, prin culori cu valoare de simbol (Ex: verdele care sugerează irascibilitatea, nevroza), fie este sugerată prin corespondențe (Ex. simbolul „plumb” duce cu gândul la culoarea cenușiu ce determină un sentiment de dezolare).
- olfactivul scoate la iveală stări ale eului poetic, fiind sugerate, în general, mirosurile puternice cu ajutorul unor simboluri (Ex: „*cadavru*”).
- cultivarea sinesteziei – ce presupune perceperea simultană a mai multor senzații (auditive, vizuale, olfactive...) Ex.: „*parfum violet*” – olfactiv + vizual.
- impunerea poemului în proză

4. Realismul este un curent literar apărut în a doua jumătate a secolului al XIX-lea, ca reacție la subiectivitatea, exaltarea, excesul de reverie a spiritului romantic, reacție determinată de marile descoperiri științifice. Principiul fundamental al realismului este redarea în manieră credibilă, veridică a realității, cu obiectivitate și spirit de observație, pe un ton impersonal, neutru.

Trăsături:

- principiul mimesisului și al verosimilității: inspirată din fapte reale, opera realistă expune nu fapte care s-au petrecut într-adevăr, ci evenimente fictive, dar prezentate ca și cum s-ar fi putut produce, în mod credibil, verosimil;
- prezentarea moravurilor unei epoci, atenția fiind concentrată asupra detaliilor, iar intenția – de a surprinde epoca în complexitatea ei.
- preferința pentru o tematică socială
- prezentarea individului în relațiile sale cu mediul social în care trăiește, al cărui produs este: de aceea personajul nu mai este excepțional în situații excepționale (ca la romantici), ci are o condiție socială mediocră, astfel încât operele realiste sunt mărturia faptului că omul simplu are o existență la fel de dramatică și de complexă.
- crearea unor personaje tipice în situații tipice, personajele realiste fiind complexe și având dinamică interioară; interesat de aspectele realității imediate, scriitorul realist alege ceea ce este reprezentativ pentru epoca aleasă. Exemple: parvenitul, arivistul, seducătorul, avarul, femeia adulterină.
- caracterul de frescă al operelor, monografiile ale lumii prezentate
- preferința pentru un stil sobru și refuzul celui împodobit, cu scopul prezentării cât mai fidele a realităților
- cultivarea observației în descrierea realității sau în portretele personajelor, observația vizând precizia științifică
- tehnica detaliului, cu scopul de a realiza descrieri sau portrete verosimile
- preferința, la nivel naratologic, pentru narațiunea la persoana a III-a, pentru un narator obiectiv, impersonal, omniprezent, omniscient, căruia îi corespund o perspectivă auctorială, o viziune naratologică „din spate” și focalizarea zero.

Reprezentanți: curentul impune supremația dramei și a romanului, respectiv modelul scriitorului laborios (nu putem vorbi de realism în poezie):

*în literatura universală: Balzac, Flaubert, Stendhal, Gogol, Tolstoi, Dostoievski, Dickens, Thomas Mann.

*în literatura română: Nicolae Filimon, Ioan Slavici, Ion Creangă, Liviu Rebreanu, G. Călinescu, Marin Preda.

Manifest: primele discuții despre realism se cristalizează în Franța, în jurul anului 1850, pornind de la picturile lui Gustave Courbet și datorită lui Jules Champfleury, care publică în 1857 volumul de eseuri „Realismul”. Se regăsesc principii ale realismului și în operele lui Balzac sau Stendhal.

Proza realistă:

- Caracterul verosimil, neidealizat al faptelor relatate
- Geneza - reprezentată de fapte reale
- Tematica socială
- Aspectul monografic
- Caracterul de frescă

- Incipitul renunță la convenții (de tip manuscrisul găsit sau confesiunea unui personaj) și constă de cele mai multe ori în fixarea coordonatelor spațio-temporale
- Conflictul de esență socială, constând în dorința de parvenire a protagonistului, în impulsul lui de a avea un statut social superior
- Relația individ-mediul (omul este un produs al mediului, personajul realist funcționând după logica determinismului social)
- Cronologia faptelor
- Coerența la nivelul construcției subiectului epic, prin evitarea răsturnărilor dramatice și prin crearea de scene paralele, antitetice, prin gradația faptelor
- Simetria și caracterul circular al romanului
- Personajul tipic în situații tipice
- Deznodământul cert
- Finalul închis/deschis
- Tehnica detaliului (mimesis și verosimilitate)
- Obiectivitatea naratologică
- Naratorul impersonal, omniprezent, omniscient, omnipotent

5. Modernismul o mișcare amplă care se manifestă în spațiul cultural-european, începând de la mijlocul secolului al XIX-lea și până în perioada postbelică a secolului al XX-lea. Reperul inițial al modernismului literar – volumul *Florile răului* de Charles Baudelaire, apărut în 1857 – anunță o nouă sensibilitate și impune, printre altele, estetica urâtului.

În cultura română, modernismul este teoretizat și promovat de Eugen Lovinescu prin revista și cenaclul *Sburătorul*.

Reviste: - revista *Sburătorul* apare între anii 1919-1922 și 1926-1927

- în revistă se afirmă o nouă generație de scriitori și critici: Ion Barbu, Camil Petrescu, Pompiliu Constantinescu, Vladimir Streinu, Șerban Cioculescu și Camil Baltazar;

- colaborează și autori deja cunoscuți, precum Ion Minulescu, sau care au debutat în alte reviste: Liviu Rebreanu, Hortensia Papadat-Bengescu.

Trăsături:

- preocuparea pentru marile probleme ale cunoașterii, implicând conexiuni cu filosofia, psihologia, religia, mitologia;
- cultivarea romanului de analiză psihologică, a dramei de conștiință și de idei;
- universul artistic reflectă o civilizație citadină, definitorie pentru sec. al XX-lea;
- tipologia predilectă este aceea a intelectualului, cu dilemele sale și cu reacțiile sale față de presiunile societății;
- preferința pentru luciditate în actul de creație lirică; de aici, lirismul modernist epurat de anecdotică, sentimentalism și didacticism;
- dispariția speciilor consacrate (meditație, elegie, idilă, pastel) în locul cărora apar formule poetice insolite („inscripție”, „psalm”, „creion”, „poem într-un vers”, „catren”, „cântec”);
- conceperea și construirea volumului de versuri ca un întreg semnificativ, nu o dată prefațat și, uneori, chiar încheiat de o artă poetică;
- artele poetice capătă valoare emblematică pentru universul poetic, pentru estetica personală, pentru viziunea asupra lumii;
- nașterea unui *nou limbaj poetic* caracterizat de un limbaj neobișnuit (termeni argotici, colocviali, abstracți), prin ambiguitate semantică, prin sintaxă eliptică, prin înnoirea metaforei; este vorba uneori nu doar de o sintaxă specială, dar chiar de o poezie *alogenică*;
- coexistența în versificație a prozodiei consacrate cu versul liber, versul alb, absența strofelor sau strofe inegale, ritmuri interioare; ingambamentul;
- modificarea punctuației convenționale (versurile încep fără majusculă, dispar adesea punctul și virgula), se folosesc intens punctele de suspensie ca semn al inefabilului și al sugestiei;
- impunerea „fragmentului” ca specie nouă în proză și în eseu și a fragmentarismului ca modalitate inedită de construcție a poemului.

6. Tradiționalismul

Orientările tradiționaliste se constituie încă din primele decenii ale secolului al XX-lea în jurul revistelor *Sămănătorul* (1901) și *Viața românească* (1906), care impun cele două curente ideologice și

culturale, **sămănătorismul** și **poporanismul**. Au în comun o orientare conservatoare în fața occidentalizării grăbite și superficiale adoptate în procesul de făurire a statului român modern. Încearcă să realizeze un proiect cultural propriu, diferit de calea modernizării accelerate apusene: problema țărănească – împrăștierea țaranului cu pământ, problema națională – un stat național și unitar al tuturor românilor, cultura națională bazată pe specificul național.

Reviste: - revista *Sămănătorul* a apărut în 1901 la București; impune **sămănătorismul** prin conducerea lui Nicolae Iorga, între 1903-1906;

- revista *Viața românească* a fost condusă de Garabet Ibrăileanu până în 1933, apoi de Mihai Ralea, și a avut printre colaboratori pe Mihail Sadoveanu, Calistrat Hogaș, George Topîrceanu; în jurul revistei s-a afirmat **poporanismul**;

- revista *Gândirea* apare la Cluj-Napoca, în 1921, avându-l ca director pe Cezar Petrescu, iar din 1926 pe Nichifor Crainic; a grupat în cercul ei creatori din domenii diferite: pictură, teologie, poezie (Vasile Voiculescu, Lucian Blaga, Ion Pillat, Radu Gyr); publicația a configurat **gândirismul**.

Trăsături:

Caracteristici ale **sămănătorismului** și ale **poporanismului**: cultul trecutului, interesul pentru lumea țărănească, pledoaria pentru răspândirea culturii în rândul poporului, teoria specificului național.

Gândirismul adaugă ortodoxismul, ideea mistică a neamului și antioccidentalismul.

Trăsături ale **tradiționalismului** în ansamblu:

- preocuparea pentru satul românesc ca vatră a spiritualității autohtone;
- spaima de civilizația citadină, văzută ca sursă a degradării morale;
- întoarcerea spre trecut (paseismul) ca unic reper moral salvator;
- cultivarea aspectelor tradiționale (obiceiuri, sărbători, costume, muzică, gastronomie), în opoziție cu cele străine;
- predilecția pentru teme precum pământul și muncile câmpului, legătura cu pământul, cultul neamului și al înaintașilor, continuitatea generațiilor, întoarcerea în locurile natale, casa și biserica;
- insistența asupra temei religioase, mai ales în lirică, prin evocarea scenelor biblice semnificative și autohtonizarea lor;
- viziunea idilică asupra vieții țărănești, surprinsă mai ales în momentele ei de sărbătoare;
- preferința pentru specii ca romanul istoric, povestirea și nuvela socială, romanul social, drama istorică;
- preferința pentru epica în versuri (balada istorică, poemul) și specii lirice (idila, pastelul, psalmul, oda, imnul);
- tipologia preferată: haiducul, răzeșul, ciobanul, călugărul sau preotul;
- păstrarea formelor prozodice tradiționale: strofa, ritmul, rima;
- limbajul poetic se caracterizează printr-un registru stilistic arhaic și popular, vocabular cu regionalisme;
- respectarea sintaxei, a topicii și a punctuației consacrate.

7. Neomodernismul poetic sau Generația '60(1960-1980) a însemnat o revigorare a poeziei, o revenire la discursul liric interbelic, la formulele de expresie metaforice, la imaginile artistice, la reflecții filozofice. Poeții acestei perioade se întorc, după perioada întunecată a realismului socialist, la metafore subtile, la ironie, la marile teme filozofice ale poeziei interbelice, la mit și intelectualism. Poezia neomodernistă este expresia metaforică a trăirilor profunde ale poetului, a unor emoții puternice, având diferite forme: intelectualismul, reinterpretarea miturilor, reflecția filosofică, abordarea marilor teme lirice (timpul, iubirea, natura). Limbajul poetic se înnoiește, devenind o modalitate de comunicare expresivă, sugestivă, preferându-se metafora și sugestia. Imaginile artistice sunt extinse până la nonsens, la răsturnarea normalului. Ironia fină, parodia, ambiguitatea și ermetismul exprimării poetice sunt principalele trăsături ale poeziei neomoderniste.

Poeții tineri ai vremii au înnoit poezia și au înălțat-o pe culmi neatinsse: Nichita Stănescu, Marin Sorescu, Ana Blandiana, Ion Alexandru. Acestora li s-au alăturat poeții maturi, cu opera cenzurată de factorii politici ai vremii: Emil Botta, Ștefan Augustin Doinaș, Geo Dumitrescu.

Particularități ale poeziei neomoderniste:

- poezia contrariază permanent așteptările cititorului;
- o poetică a existenței și a cunoașterii;
- lupta sinelui cu sinele;

- confruntarea dintre creator și gânditor;
- redefinirea poeticului;
- lupta cu verbul (necuvintele);
- cunoașterea deplină numai prin poezie, ca gest de participare la creație;
- intelectualismul;
- reinterpretarea miturilor;
- reflecția filozofică, abordarea marilor teme ale liricii;
- ironia, spiritul ludic;
- reprezentarea abstracțiilor în formă concretă are ca efect plăsmuirea unui univers poetic original, cu un imaginar propriu, inedit;
- transferul dintre concret și abstract funcționează bivalent, punând în discuție relația dintre conștiință și existență;
- ambiguitatea limbajului împinsă până la aparența de nonsens, de absurd; răsturnarea firescului;
- ermetismul expresiei;
- subtilitatea metaforei;
- insolitul imaginilor artistice.

8. Postmodernismul, numit și **Generația '80** se afirmă începând cu anul 1980 și se manifestă până în zilele noastre, fiind **complementar modernismului**. Prefixul „post” definește această perioadă, arătând dimensiunea livrescă ce se adaugă modernismului.

În anul 1986, reunind în revista „Caiete critice” probleme referitoare la postmodernism, colectivul de redacție format din Eugen Simion, Ion Bogdan Lefter, Mircea Iorgulescu, Damian Necula, Monica Spiridon și Ștefan Stoenescu a reușit să atragă atenția scriitorilor și să **încurajeze referirile la postmodernism**, acestea devenind tot mai frecvente.

Relația pe care postmodernismul o are cu tradiția este simplă de explicat: principiile tradiției sunt identificate dintr-un alt punct de vedere, modern. În fond, „modernii de azi sunt clasicii de mâine”. Repetarea istoriei e posibilă doar prin **ironie**, acesta fiind alt **procedeu specific postmoderniștilor**, care se adaugă următoarelor trăsături:

- Se estompează granițele tradiționale dintre genuri și specii literare
- Trecerea la proza autoreflexivă
- Eliberarea fanteziei și împrumutarea limbajului familiar
- Amestecul de narativitate și lirism în poezie
- Oralitatea expresiei
- Desolemnizarea discursului
- Valorificarea prozaismului (banalului)
- Mitologizarea ostentativă a lucrurilor comune
- Renunțarea la metaforă și la imaginea elaborată
- Tehnica de creație preferată de postmoderniști = intertextualitatea prin care textul trimite mereu, citând fără ghilimele, preluând personaje, simboluri, fragmente, sintagme celebre sau rescriind pur și simplu alte texte
- Recuperarea ironică și parodică a trecutului, a fenomenelor de cultură ale predecesorilor
- Ironia, ludicul
- Poezia se întoarce spre realitatea orașului și a străzii

Postmoderniștii modifică fundamental chiar conceptul de ”literatură”, introduc genurile nonficionale (jurnal, corespondența, literatura de popularizare) și literaturile noncanonice (literatura minorităților naționale, cea pentru femei etc.)



APLICAȚII

1. Prezintă, într-un text de minimum 50 de cuvinte, semnificațiile textului următor, evidențiind două trăsături ale *ideologiei pașoptiste*:

”Voi ce stați în adormire, voi ce stați în nemișcare,
 N-auziți prin somnul vostru acel glas triumfător,
 Ce se-nalță pân' la ceruri din a lumii deșteptare,
 Ca o lungă salutare
 Cătr-un falnic viitor?”

Nu simțiți inima voastră că tresare și se bate?
Nu simțiți în pieptul vostru un dor sfânt și românesc
La cel glas de înviere, la cel glas de libertate
Ce pătrunde și răzbate
Orice suflet omenesc?” (Vasile Alecsandri, *Deșteptarea României*)

2. Prezintă, într-un text de minimum 50 de cuvinte, semnificațiile textului următor, evidențiind două trăsături ale *liriciisimboliste*:

”Mă prăfuisse timpul dormind peste hârtii...
Se întindea noianul de unde nu mai vii;
O umbră, în odaie, pe umeri m-apăsa -
Vedeam ce nu se vede, vorbea ce nu era.

- Poți să te culci, e ora și noaptea-ntârziată,
Vei scrie, altă dată, orice, și tot nimic.
O umbră ești acuma, și pot să te ridic,
Lăsând odaia goală, și lampa afumată...” (George Bacovia, *Umbra*)

3. Prezintă, într-un text de minimum 50 de cuvinte, semnificațiile textului următor, evidențiind două trăsături ale *artei poetice moderne*:

”Cincizeci de ani, de când încerci, mereu,
Condeiu, gândurile și cerneala,
N-au mai ajuns să-ți curme, fătul meu,
Frica de tine și-ndoiala.

Te temi și-acum de ce te-ai mai temut,
De pagina curată și de rândul,
Și de cuvântul de la început.
Te sperie și litera și gândul.

Foile tale scrise, de hârtie,
Se rup și zboară, ca dintr-o livadă
Frunzele smulse-n vijelie,
Fără ca piersicul să și le vadă.

La fiecare cuvânt, o șovăire
Te face să tresari și-ai aștepta.
Parcă trăiești în somn și-n amintire
Și nu știi cine-a scris cu mâna ta.” (Tudor Arghezi, *Frunze pierdute*)

4. Prezintă, într-un text de minimum 50 de cuvinte, semnificațiile textului următor, evidențiind două trăsături ale *liricii tradiționaliste*:

”Deschid cu teamă ușa cămării de-altădată
Cu cheia ruginie a raiului oprit,
Trezind în taina mare a poamelor, smerit,
Mireasma, și răcoarea, și umbra lor uitată.

Mă prinde amintirea în vânățul ei fum,
Prin care cresc pe poliți și rafturi, ca pe ruguri,
Arzând în umbră, piersici de jar, și-albaștri struguri
Și pere de-aur roșu cu flăcări de parfum.” (Ion Pillat, *Cămara de fructe*)

5. Prezintă, într-un text de minimum 50 de cuvinte, semnificațiile textului următor, evidențiind două trăsături ale *liricii romantice*:

”Să fie sara-n asfințit
Și noaptea o să înceapă;
Răsaie luna liniștit

Și tremurând din apă;

Și să împrăștie scânteii
Cărărilor din crânguri,
În ploaia florilor de tei
Să stăm în umbră singuri.” (Mihai Eminescu, *Să fie sara-n asfințit*)

6. Prezintă, într-un text de minimum 50 de cuvinte, semnificațiile textului următor, evidențiind două trăsături ale *liricii neomoderniste*:

”Mă învelesc de frig într-o speranță
cum se-nvelește soba nou zidită
în reliefurile de faianță
cu focul pururi logodită.

Nu pune mâna peste mine dacă-i vară
căci n-ai să înțelegi nimic
stimată doamnă-domnișoară
din frig.

Ci vino când nu merge nimeni,
când nu avem picioare, vino
dar mai ales când voi fi orb,
lumino.” (Nichita Stănescu, *Mă învelesc de frig*)

7. Prezintă, într-un text de minimum 50 de cuvinte, semnificațiile textului următor, evidențiind două trăsături ale *liricii postmoderniste*:

”Cădere

Sufletul meu s-a rostogolit la picioarele
celor trei Grații
luați-l, legați-l

lumea mea se rostogolește peste mine
cel ce-o păzeam de ani, de albine

inima mea e un măr căzut în Grădină
cine-i de vină, cine-i de vină

trupul meu e un sâmbure mai mare decât fructul,
decât inima mea
mâncat dinlăuntru” (Ion Stratan, *Cădere*)

8. Prezintă, într-un text de minimum 50 de cuvinte, semnificațiile textului următor, evidențiind două trăsături ale *realismului*:

”Dușu, om de vreo douăzeci și opt de ani, mai mult slab decât plin la trup, mai mult bălan decât oacheș, cu fața cam prelungă și cu ochii căprui, rămase nemișcat și cu fața galbenă și mai lungă decât de obicei. Îi trecuse un fel de junghi prin inimă, i se oprise sângele-n vine și i se tăiaseră picioarele.

- Dăduși de cazan?! grai Dumitru al Ciungului, care săpa la o depărtare de vreo zece pași.

Dușu se cutremură în tot trupul și se uită speriat împregiurul său. Vorbise Dumitru-n glumă, dar grăise un adevăr atât de grozav, încât Dușu abia se mai putea stăpâni să nu-l lovească cu cazmaua-n cap, ca să-l lase mort pe loc.” (Ioan Slavici, *Comoara*)

9. Prezintă, într-un text de minimum 50 de cuvinte, semnificațiile textului următor, evidențiind trăsături ale *personajului prezentat*:

”Cine-a întâlnit vrodată în calea sa un popă, îmbrăcat cu straie sărăcuțe, scurt la stat, smolit la față, cu capul pleș, mergând cu pas rar, încet și gânditor, răspunzând îndesat "sluga dumitale" cui nu-l trecea cu vederea, căscând cu zgomot când nu-și găsea omul cu care să stea de vorbă, făcând lungi popasuri prin aleiele ascunse ale grădinilor publice din Iași, câte cu o carte în mână, tresărind la cântecul păserelelor și oprindu-

se cu mirare lângă moșinoaiile de furnici, pe care le numea el "republici înțelepte", dezmerdând iarba și florile câmpului, icoane ale vieții omenești, pe care le uda câte c-o lacrimă fierbinte din ochii săi și apoi, cuprins de foame și obosit de osteneală și gândire, își lua cătinel drumul spre gazdă, unde-l aștepta sărăcia cu masa întinsă.

Acesta era părintele Isaia Duhu, născut în satul Cogeasca-Veche din județul Iași. (...)

Mare de inimă, iar de gură și mai mare, părintele Duhu nu se învrednicise de o viață mai bună; dar se vede că nici poftea el una așa, de vreme ce nu-și astâmpăra gura cătră mai-marii săi măcar să-l fi picat cu lumânarea.” (Ion Creangă, *Popa Duhu*)

Bibliografie:

1. Dumitrache M., Nicolae Boltașu D., Bacalaureat, 80 de teste complete, Editura Booklet, 2017
2. Got M., Lungu R., Literatura română, Editura Nomina, 2007
3. Limba și literatura română. Bacalaureat, Rentrop&Straton, Bacalaureat, 2018
4. <https://ro.wikipedia.org/wiki/Wikipedia>
5. www.didactic.ro

VIII. GENURILE LITERARE



Genul literar este o categorie fundamentală a teoriei literare, ce reunește opere literare asemănătoare prin structura conținutului, procedee estetice comune, modalități componențiale de exprimare a sentimentelor, stărilor sufletești sau de construire a acțiunilor și a procedeelelor artistice. Genurile literare sunt: genul epic, genul liric și genul dramatic.

	Genul epic	Genul liric	Genul dramatic
Definire	– cuprinde totalitatea creațiilor epice, acele opere literare în care <u>autorul își exprimă indirect sentimentele prin relatarea unor fapte, a unor întâmplări prin intermediul unui narator (personaj, martor, mesager).</u>	– cuprinde operele literare în care <u>autorul își exprimă direct, nemijlocit gândurile, ideile și sentimentele.</u>	– cuprinde totalitatea operelor destinate reprezentării scenice; <u>autorul își transmite indirect ideile și sentimentele, prin intermediul acțiunii și a personajelor; intervențiile lui se observă doar în didascalii (indicațiile scenice)</u>
Caracteristici	– are trei elemente definitorii: narator, acțiune și personaje – întâmplările sunt relatate de către un personaj – relatarea se poate face la persoana I sau a III-a – acțiunea este constituită din totalitatea faptelor relatate – are o mare mobilitate în timp și în spațiu – e caracterizat de unitate compozițională; întâmplările povestite se constituie în momente ale subiectului literar (expozițiunea, intriga, desfășurarea acțiunii, punctul culminant, deznodământul) – personajele sunt variate; diferă	– exprimarea directă a gândurilor, ideilor și sentimentelor, realizată prin confesiune, autoexprimare, subiectivitate, prin prezența nemijlocită a eului care se exprimă pe sine – au formă versificată – utilizează imagini artistice – lirica cetățenească cuprinde: imnul, oda, psalmul, pamfletul, satira și epigrama; lirica intimă conține: elegia, cântecul, romanța și meditația, iar	– impune anumite limite privind amploarea în timp și spațiu a acțiunii reprezentate – textul dramatic e organizat în acte, scene, tablouri și replici; are caracter ficțional – operele se realizează în plan textual prin: dialog (schimb de replici), monolog dramatic (uneori și aparte), iar în plan meta-textual, prin indicațiile scenice – Acțiunea se dezvoltă

	<p>ca număr în funcție de complexitatea și amploarea acțiunii; sunt atât agenți ai acțiunii, cât și purtătoare ale mesajului autorului</p> <p>– mod de expunere predominant: narațiunea</p>	<p>lirica peisagistică este constituită din pastel și idilă</p> <p>– specificul poeziei este dat de relația care se stabilește între formă, limbaj poetic și conținut</p> <p>– lirica subiectivă - eul liric (nu se confundă cu autorul operei) e prezent în poezie prin verbe la persoana I și a II-a, dativ etic, valoarea afectivă a unor derivate lexicale (diminutive, augmentative), substantive în vocativ, superlative stilistice ale adjectivului, topică afectivă</p> <p>– lirica obiectivă / lirica rolurilor - când poetul își însușește concepția și forma de trăire a unei categorii sociale sau când poetul se exprimă alegoric sub forma unor “măști” sau “voci” lirice</p>	<p>în jurul conflictului dramatic (care determină nașterea unei crize, apariția unui dezechilibru care trebuie rezolvat; efectul crizei este tensiunea interioară/ așteptarea, încordarea, care declanșează un lanț de evenimente, orientat în mod necesar spre o soluție/ o rezolvare)</p> <p>– când situația dramatică nu se rezolvă, dramaticul se transformă în tragic (care este legat de fatalitate)</p> <p>– între spectator și scriitor (dramaturgul) apare o convenție, spectatorul admitând ideea că pe scenă apar adevărații eroi, iar comunicarea este mediată de regizor, actori și ceilalți implicați în montarea scenică a textului dramatic</p> <p>– spectacolul teatral este sincretic, prin combinarea simultană a mai multor aspecte: gestică și rostirea actorilor, decorul, costumele, lumina, muzica, mișcarea (dansul)</p> <p>– mod de expunere predominant: dialogul</p>
<p>Exemple de specii și subspecii</p>	<p>– poemul eroic, balada, legenda, epopeea, snoava, fabula (în versuri)</p> <p>– basmul, povestirea, nuvela, romanul, momentul, schița, anecdota, eseul, jurnalul, amintirile, memoriile (în proză)</p>	<p>– elegia, oda, pastelul, meditația, satira, pamfletul, sonetul, rondelul, gazelul, glossa</p>	<p>– tragedia, comedia, drama</p>



APLICAȚII

1. Prezintă, într-un text de minimum 50 de cuvinte, semnificațiile textului următor, evidențiind trăsături ale *genului epic*:

”Când eram mic venea pe la noi unul Cârstache a lui Dumitrache cu câte-o carte sub braț. Seara, se așeza lângă lampă și ne citea la toți, și toată lumea îl asculta, și tata și mama și frații mei vitregi, care erau prieteni cu el...Nimeni nu mi-a stârnit mai târziu, în materie de carte, mai multă admirație decât Cârstache astă...Mi se părea un mare învățat, cum sta el cu cojocul pe el lângă lampă și ne dezvăluia formidabile perepeli dintr-o lume fantastică, în care caii aveau glas ca oamenii, și vulturul cerea viteazului pe care îl scăpa de pe tărâmul celălalt să-i dea carne așa cum se înțeleseseră, și cum asta nu mai avea, și atunci și-a scos sabia și și-a tăiat din pulpă și i-a dat... Dar stai să vezi că pe urmă Cârstache închidea cartea! Gata! Altădată, ne spunea, cu toate că îl rugam toți să ne mai citească măcar una...”. (Marin Preda, *Marele singuratic*)

2. Prezintă, într-un text de minimum 50 de cuvinte, semnificațiile textului următor, evidențiind trăsături ale *genului liric*:

”Niciodată toamna nu fu mai frumoasă
Sufletului nostru bucuros de moarte.
Palid așternut e șesul cu mătasă.
Norilor copacii le urzesc brocarte.

Casele-adunate, ca niște urcioare
Cu vin îngroșat în fundul lor de lut,
Stau în țărnu-albastru-al rîului de soare,
Din mocirla cărui aur am băut.” (Tudor Arghezi, *Niciodată toamna*)

3. Prezintă, într-un text de minimum 50 de cuvinte, semnificațiile textului următor, indicând *rolul expresiv al figurilor de stil*:

”Amurg de toamnă violet...
Doi plopi, în fund, apar în siluete
-- Apostoli în odăjdii violete --
Orasul e tot violet.

Amurg de toamnă violet...
Pe drum e-o lume lenesă, cochetă;
Multimea toată pare violetă,
Orasul tot e violet.”(George Bacovia, *Amurg violet*)

4. Prezintă, într-un text de minimum 50 de cuvinte, semnificațiile textului următor, evidențiind trăsături ale *genului dramatic*:

” Acțiunea se petrece în anul 1932, în orice oraș unde există soacre, neveste și prefecturi.

Actul întâi. Scena 1

Spirache, Dacia, Chiriachița, Gena, Traian și Decebal

(După ridicarea cortinei familia își continuă un timp ocupațiile individuale. Ziarul lui Spirache își întoarce pagina, mâna Daciei răsucesce vertiginos bobinul sub ochii lui Decebal, atenți să vadă cât mai e de depănat din sul. Chiriachița înșiră ultimele cărți cu gesturi de preoteasă antică, Traian schițează vag colaci de fum, ceștile de cafea zornăie pe bufet, pila de unghii râcăie cu zgomotul ei specific... câteva clipe pauză...)

Chiriachița (îi cade o carte pe jos): - Sarmisegetusa... Ia apleacă-te, maică, și dă-mi valetelede jos.

Miza: - Mamă mare, te-am rugat de o sută de mii de ori. Până acuma să nu-mi mai zici Sarmisecetusa... zi-mi Miza, cum îmi zice toată lumea. (se apleacă în silă, Gena îi ia înainte și-i ridică cartea)

Gena: - Pofțim... (îi dă cartea)

Chiriachița: - Mersi maică... ” (Tudor Mușatescu, *Titanic Vals*)

4. Prezintă, într-un text de minimum 50 de cuvinte, semnificațiile textului următor, evidențiind rolul *notațiilor autorului (didascalii / indicații scenice)*:

” Actul I

Scena 6

Lunătescu, Săbiuță (dând buzna în odaie pe ușa din fund)

Săbiuță: - Iată-mă-s cucoane Tachi. Ce-mi poroncești?

Lunătescu (răsărind): - Ho, ca m-ai spăriet! ... Dar bine c-ai venit, arhon șătrar, pentru că am să-ți descopăr niște lucruri care au să te-ngrozească din talpă pân-în creștet.

Săbiuță: - Sunt gata să te-ascult, cucoane.

Lunătescu: Prea bine! ... dar mai întâi răspunde: te simți în stare să te jărtfești pentru patrie?

Săbiuță (îngrijit): Ce fel ... să ma jărfesc?

Lunătescu (serios): Cu totul ... și cu viața, poate! ... dupa împregiurări.

Săbiuță (spăriet): Cu viața mea? ori cu alta?

Lunătescu: Cu a d-tale!” (Vasile Ieșandri, *Iășii de carnaval*)

Bibliografie:

1. Dumitrache M., Nicolae Boltașu D., Bacalaureat, 80 de teste complete, Editura Booklet, 2017
2. Got M., Lungu R., Literatura română, Editura Nomina, 2007
3. Limba și literatura română. Bacalaureat, Rentrop&Straton, Bacalauraet, 2018
4. <https://ro.wikipedia.org/wiki/Wikipedia>
5. www.didactic.ro

VARIANTE DE LUCRU PENTRU PREGĂTIREA EXAMENULUI DE BACALAUREAT TEST LA LIMBA ROMÂNĂ

• VARIANTA 1

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă **10 puncte** din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I (50 de puncte)

Citește următorul fragment:

„Miercuri, 19 noiembrie 1980

Am sosit ieri seară cu Andrei în Păltiniș, după un drum extenuant, de 12 ore, cu mașina. Pene de motor repetate: către Dealul Negru am vrut să ne întoarcem în București. Mai fiecare drum către Păltiniș a fost însoțit de peripeții și de piedici, cărora Andrei se grăbește să le găsească o semnificație inițiativă: conjurația realului și a precarităților sale împotriva oricărei ascensio spiritualis*. Păltinișul l-am descoperit și de astă dată ca pe un „celălalt tărâm”: este o senzație unică, de intimitate în spirit, aceea pe care o am ori de câte ori la sosire apuc drumul către cămăruța mansardată a vilei 23. Pe Noica îl descopăr de fiecare dată treptat, mai întâi prin fereastra luminată, îngropată în acoperișul de șindrilă, prin merele din geam sau prin cheia lăsată pe dinafară în ușă. În cameră este întotdeauna cald și miroase a tutun de pipă. Ne prinde mâna în mâinile lui, bătându-ne încetitor spatele palmei, întru regăsire tandră și pact reînnoit de statornică prietenie. „Mă pot lipsi de o călătorie mereu amânată în Grecia, mă pot lipsi de București, dar de voi văd că nu mă pot lipsi. Ați venit într-un moment bun: Scrisorile despre logică și Cartea arheilor lăncezesc deocamdată, așa că sunt gata să vă slujesc pe voi. Tocmai mă gândeam că noiembrie e cea mai frumoasă lună a anului, e „timpul pur”, singurul pe care omul nu l-a poluat cu sărbătorile și însemnele lui: e un timp suspendat între anotimpuri, când nu începe și nu sfârșește nimic, când nu e nici „sărbătoarea recoltei”, nici început de an universitar, nici o mare sărbătoare sfântă. E timpul nemarcat în vreun fel, singurul care te cheamă să trăiești în nedeterminat. Am găsit deci o scuză pentru sterilitatea mea, citesc și aștept, asemeni sfintei Tereza, să mi se întâmple ceva în cea de a șaptea lună, după ce mă voi fi rugat zadarnic – șase.” Ne povestim, ca de obicei, răstimpurile. Andrei îi relatează săptămâna petrecută în Germania, în urmă cu două-trei luni, la un oarecare simpozion. Interesant a fost să descopere că germanii înșiși încep să nu-și mai afle satisfacțiile doar în bunăstarea lor. Se simt coborâți la rangul de simplă anexă a planului Marshall.*

(Gabriel Liiceanu, *Jurnalul de la Păltiniș*)

**conjurație* – conspirație, complot; **ascensio spiritualis* (lat.) – ascensiune spirituală.

A. Scrie pe foaia de examen, în enunțuri, răspunsul la fiecare dintre următoarele cerințe cu privire la textul dat:

1. Explică sensul din text al sintagmei „*mă pot lipsi*”. **6 puncte**
2. Menționează patru motive pentru care luna noiembrie este considerată de Constantin Noica „timpul pur”, așa cum reiese din text. **6 puncte**
3. Identifică două activități ale celor reuniți la Păltiniș. **6 puncte**
4. Precizează o trăsătură a lui Constantin Noica, potrivit informațiilor din textul dat. **6 puncte**
5. Prezintă, în 30–50 de cuvinte, semnificația secvenței: *Păltinișul l-am descoperit și de astă dată ca pe un „celălalt tărâm”*: este o senzație unică, de intimitate în spirit, aceea pe care o am ori de câte ori la sosire apuc drumul către cămăruța mansardată a vilei 23. **6 puncte**

B. Redactează un text de minimum 150 de cuvinte, în care să argumentezi dacă o prietenie este sau nu o formă de împlinire spirituală, raportându-te atât la informațiile din fragmentul extras din *Jurnalul de la Păltiniș* de Gabriel Liiceanu, cât și la experiența personală sau culturală. **20 de puncte**

În redactarea textului, vei avea în vedere următoarele repere:

- formularea unei opinii față de problematica pusă în discuție, enunțarea și dezvoltarea corespunzătoare a două argumente adecvate opiniei și formularea unei concluzii pertinente; 14 puncte
- utilizarea corectă a conectorilor în argumentare, respectarea normelor limbii literare (norme de exprimare, de ortografie și de punctuație), așezarea în pagină, lizibilitatea. 6 puncte

În vederea acordării punctajului pentru redactare, textul trebuie să aibă minimum 150 de cuvinte și să dezvolte subiectul propus.

SUBIECTUL al II-lea

(10 puncte)

Prezintă, în minimum 50 de cuvinte, semnificațiile textului următor, evidențiind două trăsături ale simbolismului:

Clavirile plâng în oraș...

*Afară o vreme de plumb
Și vântul împrăștie ploaia,
Tomnatice frunze prin târg
Aleargă, pe drumuri, cu droaia.*

*Un bolnav poet, afectat
Așteaptă tușind pe la geamuri-
O fată, prin gratii, plângând,
Se uită ca luna prin ramuri.*

(George Bacovia, *Toamnă*)

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți particularități ale unui text poetic studiat, aparținând lui George Bacovia.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

- evidențierea a două trăsături care permit încadrarea textului poetic studiat într-un curent cultural/literar;
- prezentarea modului în care tema se reflectă în textul poetic studiat, prin comentarea a două imagini sau idei poetice;
- analiza, la alegere, a două elemente de compoziție și de limbaj, semnificative pentru textul poetic studiat, din seria: titlu, imaginar poetic, figuri semantice (tropi), motive poetice.

Notă! Ordinea integrării reperelor în cuprinsul eseului este la alegere.

Pentru **conținutul** eseului, vei primi **18 puncte** (câte 6 puncte pentru fiecare cerință/reper). Pentru **organizarea** discursului, vei primi **12 puncte** (existența părților componente – introducere, cuprins, încheiere – 3 puncte; logica înlănțuirii ideilor – 3 puncte; abilități de analiză și de argumentare – 3 puncte; claritatea exprimării – 2 puncte; respectarea precizării privind numărul minim de cuvinte – 1 punct).

În vederea acordării punctajului pentru organizarea discursului, eseu trebuie să aibă minimum 400 de cuvinte și să dezvolte subiectul propus.

● **VARIANTA 2**
SUBIECTUL I (50 de puncte)

Citește următorul fragment:

Cotroceni, martie 1910

Simt dorința de a-mi așterne pe hârtie amintirile, ca să mi le pot rechema în minte în anii ce vor urma; sunt atâtea lucruri pe care mă tem să nu le uit, dar nu știu câtuși de puțin în ce ordine am să le povestesc. Acesta nu se vrea a fi jurnal și va fi scris prost. Niciodată n-am fost în stare să scriu cum trebuie-se pare, vai, că multe capete regale suferă de slăbiciunea aceasta–, cu toate că am fost educată cu grijă și am avut toate șansele pe care le-au avut și alte fete. Acum am aproape 35 de ani și trăiesc deja de 17 ani în țara aceasta–uneori mi se pare că au fost foarte lungi, dar alteori parcă ieri am sosit aici, în țara aceasta necunoscută. Acum a devenit casa mea și o iubesc, dar primii ani au fost plini de greutate, pe care am să le povestesc, una câte una. Cred că, privind înapoi, avem tendința de a vedea lucrurile în timp ce le suferim, suntem înclinați, poate, să le exagerăm, sau poate să rămânem orbi cu desăvârșire la cealaltă parte a situației.

M-am căsătorit la 17 ani. Am avut o copilărie minunată de fericită, din care voi mai povesti din când în când, cu inima plină de recunoștință. Am fost cea mai mare dintre cele patru surori, dar Alfred, singurul nostru frate, era cu un an mai mare decât mine. M-am născut în Anglia, la Eastwell Park, unde mi-am petrecut primii ani din viață, dar am și călătorit mult cu familia, căci tata era în Marină, iar mama-mare ducesă, singura fiică a țarului Alexandru II, care a fost, după cum se știe, ucis în împrejurări atât de cumplite tocmai când era pe cale, probabil, să dea țării o constituție. Așadar, din fragedă copilărie am călătorit din Anglia în Rusia și înapoi de mai multe ori, dar nu am decât amintiri foarte încețoșate despre bunicii mei din Rusia. (...)

Firește, pentru restul lumii cea mai interesantă de departe este bunica mea, Regina Victoria. Îmi amintesc că, pentru a deosebi bunicile una de alta, pe când eram foarte mici, le numeam Bunica-regină și Bunica-țarină. Totuși, ce aer de interes respectuos domnea întotdeauna în jurul Bunicii-regină! Și câtă demnitate în femeia aceea micuță.

(Maria, Regina României, *Jurnal de război 1916-1917*, precedat de însemnări în 1910-1916)

- A.** Scrie pe foaia de examen, în enunțuri, răspunsul la fiecare dintre următoarele cerințe cu privire la textul dat:
1. Transcrie două cuvinte/ structuri care sunt mărci ale subiectivității în textul dat. **6p.**
 2. Indică enunțul în care autoarea jurnalului își exprimă sentimentele față de țara în care a ajuns regină. **6p.**
 3. Menționează care este ascendența Reginei Maria a României, utilizând informațiile din textul dat. **6p.**
 4. Precizează atitudinea reginei în fața suferinței, așa cum se desprinde din următoarea secvență: *Cred că, privind înapoi, avem tendința de a vedea lucrurile în timp ce le suferim, suntem înclinați, poate, să le exagerăm, sau poate să rămânem orbi cu desăvârșire la cealaltă parte a situației.* **6p.**
 5. Precizează, în 30-50 de cuvinte, care este opinia reginei referitoare la scopul jurnalului. **6p.**
- B.** Redactează un text de minimum 150 de cuvinte, în care să argumentezi dacă rolul lecturii jurnalului unor personalități aparținând caselor regale din Europa este sau nu important, valorificând informațiile din fragmentul citat. **20 de puncte**

În redactarea textului, vei avea în vedere următoarele repere:

- formularea unei opinii față de problematica pusă în discuție, enunțarea și dezvoltarea corespunzătoare a două argumente adecvate opiniei și formularea unei concluzii pertinente; **14 puncte**
- utilizarea corectă a conectorilor în argumentare, respectarea normelor limbii literare (norme de exprimare, de ortografie și de punctuație), așezarea în pagină, lizibilitatea. **6 puncte**

În vederea acordării punctajului pentru redactare, textul trebuie să aibă minimum 150 de cuvinte și să dezvolte subiectul propus.

SUBIECTUL AL II-LEA

(10 puncte)

Prezintă, în minimum 50 de cuvinte, caracterizarea personajului, evidențiind două modalități de caracterizare folosite în text:

David Pop iubea viața tihnită. Zbuciumările de niciun fel nu i-au plăcut niciodată. Râvnea liniște multă și muncă puțină sau chiar deloc; și izbutise să le aibă pe urma hărniciei tatălui său, un țăran aprig, sânguitor și zgârcit, care făcuse avere. Numai sângele rece îl moștenise David din firea părinților. Încolo nicio ambiție nu-l necăjea. Bătrânul Pop fusese încăpățânat și stăruitor. Își pusese în minte să-l facă „domn”, mai ales că școala era acolo, la îndemână, în Năsăud, și nu costa mai nimic. La început păruse că și băiatului îi place cartea și că nici n-are să se oprească până nu va ajunge avocat sau cel puțin protopop. Dar pe urmă, când a crescut mai mărișor, s-a înmuia. Ar fi fost mai bucuros să păzească vacile decât să-și sfarme creierii cu sintaxa latinească. Totuși, cu chiu-cu-vai, a ispăvit liceul și a trecut la Cluj să învețe legile, căci bătrânul ținea morțiș să-l vadă avocat. Degeaba. N-a mai mers. Șapte ani a tot învățat David și veșnic, în preajma examenelor, s-apomenit cu câte-o boală sau cine știe ce nenorocire atât de mare, că nu era chip să dea ochii cu profesorii.

(Liviu Rebreanu, *Catastrofa*)

SUBIECTUL AL III-LEA

(30 puncte)

Redactează un eseu, de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți particularitățile unui text liric studiat, aparținând romantismului.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

- evidențierea a două trăsături care fac posibilă încadrarea textului poetic studiat într-un curent cultural/literar;
- prezentarea modului în care tema se reflectă în textul poetic studiat, prin comentarea a două imagini sau idei poetice;
- analiza, la alegere, a două elemente de compoziție și de limbaj, semnificative pentru textul poetic studiat, din seria: titlu, imaginar poetic, figuri semantice (tropi), motive poetice.

Notă! Ordinea integrării reperelor în cuprinsul eseului este la alegere.

Pentru **conținutul** eseului, vei primi **18 puncte** (câte 6 puncte pentru fiecare cerință/reper).

Pentru **organizarea** discursului, vei primi **12 puncte** (existența părților componente—introducere, cuprins, încheiere—3puncte; logica înlănțuirii ideilor—3puncte; abilități de analiză și de argumentare—3puncte; claritatea exprimării—2puncte; respectarea precizării privind numărul minim de cuvinte—1 punct).

În vederea acordării punctajului pentru organizarea discursului, eseu trebuie să aibă minimum 400 de cuvinte și să dezvolte subiectul propus.

VARIANTA 3

SUBIECTUL I

(50 de puncte)

Citește următorul text :

„Am trăit câteva luni la Roma, fără panica maratoanelor între două trenuri, dar și fără degajarea ce ți-o dă graba. Impresiile s-au amestecat, uneori contradictorii, alteori influențate de motive strict personale. Mi-e mult mai ușor, parcă, să-mi aduc aminte ceva sigur dintr-un oraș prin care am trecut o singură zi. Poate și de aceea e mai simplu, în general, să-i judecăm pe alții decât pe noi înșine. Orașele unde, un timp, ne-am pierdut starea de călător rămân o formă a noastră de a fi, expirată și acoperită de altele, și ar trebui probabil să ne dispensăm de multe detalii subiective ca să cântărim totul exact, dacă o astfel de experiență ar fi cu putință.

Oricât ar părea de curios, la Roma plouă mai mult decât în Londra, cea mai îmbibată de cețuri. Numai că ploile din «cetatea eternă» sunt ploi care trec repede; ploi rapide, nervoase, urmate de soare. Rareori, se întâmplă să dureze, să se cearnă putrede, ca la noi, toamna. De altminteri, Romei nu-i convine cerul închis. Ploile o îmbătrânesc. O spală de zgomote, de mirosul de benzină arsă, dar și de legende. Îi iau din distincție și din cordialitate, o fac să pară posacă. Marc Aureliu călărește singur atunci, prin pânza de apă, pe calul său înverzit de pe Capitoliu. Fântânile își cam pierd spectatorii. Cumva, deși pare mai «istoric», orașul își modifică relațiile cu istoria ... nu istoria carnavalescă din restaurantele cu prețuri piperate unde chelnerii servesc îmbrăcați în toga de pe vremea lui Cezar, ci aceea din zidurile roșii peste care vântul a risipit urmele celor ce-au intrat în Roma ca pelerini sau cuceritori, umiliți sau aroganți...

Cred că piramidele egiptene ar fi nu mai puțin utopice în ploaie, după cum tragediile lui Shakespeare au nevoie de castele otrăvite de ceață. La Roma, piatra cere vremea frumoasă de după ploaie, când pisicile se întorc să doarmă la soare pe treptele din Colosseum, lumina șiroiește pe coroanele pinilor, iar orașul își recapătă culoarea sa naturală. E vorba de un roșu evaziv, ruginos și spălăcit, întâlnit, mai ales, în cartierele istorice; ceva între sângeriul pământurilor bogate în oxizi de fier și tonurile argiloase ale unui

tablou de Leonardo, San Gerolamo, aflat la Pinacoteca Vaticanului; și diferit de cel de pe zidurile Veneției, care e romantic.

N-am reușit să aflu când și de ce au început romanii să-și zugrăvească astfel casele. M-am oprit la opinia celor care consideră că motivul a fost dorința de a combate, de a atenua, lumina prea crudă. Opțiunea a căzut, însă, în desuetudine. Arhitecții moderni renunță treptat la această culoare veche, poate cea mai potrivită cu vârsta și clima Romei. Zidurile zugrăvite în roșu rețin surplusul de lumină ca un burete, temperează amiezile prea fierbinți și dau până și tristeților un aer de noblețe. Strecurându-mă prin valurile de pietoni de pe Via del Corso, unde înghesuiala mașinilor și autobuzelor devine la anumite ore insuportabilă, am reușit aproape de fiecare dată să-mi regăsesc liniștea, după câțiva pași, cotind în direcția Pantheonului sau invers, a Pieței Spaniei...” (Octavian Paler, *Culoarea Romei*, în *Drumuri prin memorie*)

1. Menționează sensul din text al secvenței *fără panica maratoanelor între două trenuri*. (6p)
2. Indică numele a două personalități istorice/culturale prezente în text. (6 p)
3. Explică, valorificând informațiile din text, care este efectul ploii asupra Romei. (6 p)
4. Precizează motivul/le pentru care casele sunt vopsite în Roma într-o anumită culoare. (6 p)
5. Prezintă, în 30-50 de cuvinte, atitudinea autorului față de orașul Roma, raportându-te la textul dat. (6 p)

B. Redactează un text de minimum 150 de cuvinte, în care să argumentezi dacă impresiile de călătorie pot fi influențate sau nu de cunoașterea istoriei locului vizitat, raportându-te atât la informațiile din textul extras din volumul *Drumuri prin memorie*, de Octavian Paler, cât și la experiența personală sau culturală. În redactarea textului, vei avea în vedere următoarele repere:

- formularea unei opinii față de problematica pusă în discuție, enunțarea și dezvoltarea corespunzătoare a două argumente adecvate opiniei și formularea unei concluzii pertinente; 14 p
- utilizarea corectă a conectorilor în argumentare, respectarea normelor limbii literare (norme de exprimare, de ortografie și de punctuație), așezarea în pagină, lizibilitatea. 6 puncte

SUBIECTUL al II-lea

(20 puncte)

Prezintă, în minimum 50 de cuvinte, semnificațiile textului următor, evidențiind două trăsături ale modernismului:

*Aici e casa mea. Dincolo soarele și grădina cu stupi.
Voi treceți pe drum, vă uitați printre gratii de poartă
și așteptați să vorbesc. – De unde să-ncep?
Credeți-mă, credeți-mă,
despre orișice poți să vorbești cât vrei:
despre soartă și despre șarpele binelui,
despre arhanghelii cari ară cu plugul
grădinile omului,
despre cerul spre care creștem,
despre ură și cădere, tristețe și răstigniri
și înainte de toate despre marea trecere.
Dar cuvintele sunt lacrimile celor ce ar fi voit
așa de mult să plângă și n-au putut.
Amare foarte sunt toate cuvintele,
de aceea – lăsați-mă
să umblu mut printre voi,
să vă ies în cale cu ochii închiși.*

(Lucian Blaga, *Către cititori*)

Subiectul al III-lea (30 puncte)

Redactează un eseu de minimum două pagini, în care să prezinți particularitățile unui text poetic studiat, aparținând lui Tudor Arghezi.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

- evidențierea a două trăsături care permit încadrarea textului poetic studiat într-un curent cultural/literar;
- prezentarea modului în care tema se reflectă în textul poetic studiat, prin comentarea a două imagini sau idei poetice;
- analiza, la alegere, a patru elemente de compoziție și de limbaj, semnificative pentru textul poetic studiat, din seria: titlu, imaginar poetic, figuri semantice (tropi), motive poetice.

Notă

Pentru **conținutul** eseului, vei primi **18 puncte** (câte 6 puncte pentru fiecare cerință/reper). Pentru **redactarea** eseului, vei primi **12 puncte** (existența părților componente – introducere, cuprins, încheiere – 1 punct; logica înlănțuirii ideilor – 1 punct; abilități de analiză și de argumentare – 3 puncte; utilizarea limbii literare – 2 puncte; ortografia – 2 puncte; punctuația – 2 puncte; așezarea în pagină, lizibilitatea – 1 punct).

În vederea acordării punctajului pentru redactare, eseul trebuie să aibă minimum 400 de cuvinte și să dezvolte subiectul propus.

Capitolul 2. Matematică

1. MULȚIMI ȘI ELEMENTE DE LOGICĂ MATEMATICĂ

1.1. Mulțimea numerelor reale

În acest paragraf vom prezenta principalele mulțimi de numere studiate în anii precedenți, indicând proprietățile algebrice, de ordine și corespondență cu punctele unei drepte.

Prima mulțime de numere cunoscute este *mulțimea numerelor naturale*, notată $\mathbb{N}=\{0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$, iar mulțimea numerelor naturale fără zero: $\mathbb{N}^*=\{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$.

Dar nu se poate efectua scăderea între două numere naturale obținându-se de fiecare dată un număr natural. Exemplu: $10-15=-5$ care nu este număr natural. Apare deci necesitatea extinderii acestei mulțimi de numere la *mulțimea numerelor întregi*, notată

$$\mathbb{Z}=\{\dots-n, \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\}, \text{ observându-se că } \mathbb{N} \subset \mathbb{Z}.$$

În această mulțime nu se poate efectua împărțirea de fiecare dată ca să obținem un număr întreg. Exemplu $7:2=3,5 \notin \mathbb{Z}$. Atunci vom fi conduși la ideea extinderii mulțimii numerelor întregi, obținând *mulțimea numerelor raționale*, notată $\mathbb{Q}=\left\{\frac{m}{n} / m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0\right\}$, numere numite și fracții (\mathbb{Q} conține numerele zecimale finite, periodice simple și periodice compuse), cu observația că $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.

Dar mai apar și alte numere: în calcularea diagonalei unui pătrat de latură 1, unde diagonala este $\sqrt{2}$. Calculând pe $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \dots$, s-a observat că se obțin numere zecimale cu un număr infinit de zecimale care nu se repetă periodic. Toate aceste numere reunite dau *mulțimea numerelor reale*, notată cu \mathbb{R} .

Așadar: Numărul real este o fracție zecimală, finită sau infinită.

Mulțimea numerelor reale împreună cu operația de adunare sau înmulțire formează o structură algebrică. Ne referim la perechea $(\mathbb{R}, +)$.

Proprietățile adunării pe \mathbb{R} :

A1. Adunarea este *asociativă* : $(a+b)+c=a+(b+c)$; $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$.

A2. Adunarea este *comutativă* : $a+b=b+a$; $\forall a, b \in \mathbb{R}$.

A3. Numărul 0 este *element neutru* pentru adunare : $a+0=0+a=a$, $\forall a \in \mathbb{R}$.

A4. Numărul $(-a)$ este *simetricul* lui a (*opusul*) față de adunare : $a+(-a)=(-a)+a=0$ Ca exercițiu, scrieți proprietățile înmulțirii pe \mathbb{R} .

Proprietatea care "leagă" cele două operații între ele se numește *distributivitatea înmulțirii în raport cu adunarea*:

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad \forall a, b, c \in \mathbb{R}. \quad (\text{Temă de studiu: Revedeți scoaterea factorului comun!})$$

Referitor la relația de ordine: Oricare ar fi două numere reale între ele există una din relațiile "<" mai mic; ">" mai mare "=" egal. Sau "<=" mai mic sau egal, ">=" mai mare sau egal.

Axa reală: O dreaptă pe care s-a fixat originea O, un sens și o unitate de măsură se numește axă. Între mulțimea punctelor de pe axă și mulțimea numerelor reale există o corespondență biunivocă. Oricărui număr real îi corespunde un punct pe axă și reciproc. S-au mai introdus două simboluri respectiv "+∞" și "-∞", care reprezintă un număr foarte mare pozitiv iar "-∞" reprezintă un număr foarte mare în valoare absolută dar cu semnul minus.

Valoarea absolută sau **modulul** unui număr real a este numărul nenegativ $|a| = \begin{cases} a, & \text{dacă } a \geq 0 \\ -a, & \text{dacă } a < 0 \end{cases}$.

Exemple: $|3|=3$; $|-6,32|=6,32$; $\left|-\frac{1}{2}\right|=\frac{1}{2}$.

Partea întregă și partea fracționară a unui număr: Se numește **partea întregă** a numărului a , numărul notat $[a]$, ce reprezintă cel mai mare număr întreg mai mic sau egal cu a .

Deci $[a] \in \mathbb{Z}$, $[a] \leq a \leq [a]+1$.

Partea fracționară a numărului a , notat $\{a\}$ este diferența dintre a și partea întreagă a sa $[a]$.

Deci $\{a\} = a - [a]$. Se poate scrie și că $\{a\} + [a] = a$.

Exemple:

a) $[3,76]=3$, $\{3,76\}=3,76-[3,76]=3,76-3=0,76$;

b) $[10]=10$; $\{10\}=10-[10]=0$;

c) $[-3,16]=-4$, $\{-3,16\} = -3,16-[-3,16] = -3,16-(-4) = -3,16+4 = 0,84$.

Observație: De observat că partea fracționară a numărului este pozitivă și număr subunitar.

1.2. Propoziție, predicat, cuantificatori

Numim alfabet, o mulțime de semne iar enunțul este orice succesiune de semne dintr-un alfabet.

Exemple:

1) $1+9=10$;

2) $3 \geq 8$;

3) $\frac{10}{2} + 4 \cdot 5 = 25$;

4) $x+1 \leq 3$;

5) $x^2+y^2=z^2$, $x,y,z \in \mathbb{Z}$.

Se numește propoziție un enunț care, într-un context dat, este fie adevărat fie fals. Notăm propozițiile cu litere mici: p, q, r, \dots sau cu litere mici indexate: p_1, p_2, p_3, \dots .

Valoarea de adevăr a unei propoziții este proprietatea acestuia de a fi adevărată sau falsă.

Se notează:
$$v(p) = \begin{cases} 1, & \text{dacă } p \text{ este adevărată} \\ 0, & \text{dacă } p \text{ este falsă} \end{cases}$$

Se numește predicat un enunț care conține una sau mai multe variabile, cărora, atribuindu-le "valori", obținem propoziții adevărate sau false.

Exemple:

$p(x): x+1 \leq 3; x \in \mathbb{R}$;

$q(x): x+1 \leq 3, x \in \mathbb{R}$;

$p(x,y): x \text{ se divide cu } y; x, y \in \mathbb{N}$.

Cuantificatorul existențial ($\exists x$) $p(x)$ (citim: există x pentru care are loc $p(x)$).

Exemplu:

$p(x): x+5=16, x=11 \in \mathbb{R}$.

Cuantificatorul universal ($\forall x$) $p(x)$ (citim: oricare ar fi x , are loc $p(x)$).

Exemplu:

$p(x): x^2+1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

1.3. Operații logice elementare corelate cu operațiile și relațiile cu mulțimi

1. Negația Negația unei propoziții p este propoziția "non p " (\bar{p})

care este adevărată când p este falsă și este falsă când p este adevărată.

Valoarea de adevăr:

p	\bar{p}
1	0
0	1

2. Conjunția propozițiilor Conjunția propozițiilor p, q este propoziția $p \wedge q$ (citim p și q) care este adevărată dacă și numai dacă p și q sunt adevărate și falsă în celelalte cazuri.

3. Disjuncția propozițiilor Disjuncția propozițiilor p și q este propoziția $p \vee q$ (citim p sau q) care este adevărată dacă și numai dacă cel puțin una este adevărată și falsă în caz contrar.

4. Implicația propozițiilor Implicația propozițiilor p, q în această ordine este propoziția $p \rightarrow q$ (p implică q sau *dacă p atunci q*) care este falsă dacă și numai dacă p este adevărată și q falsă.

5. Echivalența propozițiilor. Echivalența propozițiilor p, q este propoziția notată $p \leftrightarrow q$ (p echivalent cu q sau *p dacă și numai dacă q*).

Exerciții:

1. Să se arate că dacă a este număr par, atunci $\frac{a}{12} + \frac{a^2}{8} + \frac{a^3}{24} \in \mathbb{Z}$.
2. Calculați $[x] + [y]$ și $[x + y]$ și comparați aceste numere în cazurile:
1) $x=6, y=11$; 2) $x=-10, y=-36$; 3) $x=3.3, y=2.6$.
3. Calculați $\{x\} + \{y\}$ și $\{x + y\}$ și comparați aceste numere în cazurile: 1) $x=4,6, y=9,5$; 2) $x=2,4, y=3,3$.
4. Să se arate că numărul $\sqrt{3}$ nu este rațional.

2. FUNCȚII

2.1. Funcții definite pe mulțimea numerelor naturale \mathbb{N} (șiruri)

În limbajul uzual prin șir înțelegem o mulțime de numere aranjate într-o anumită ordine. Elementele unui șir se numesc termenii șirului.

Exemple de șiruri: $(a_n)_{n \geq 1}; 1, 2, 3, \dots, n, \dots$ 2) $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots$

Definiție: Se numește **șir de numere reale** orice funcție $f: \mathbb{N} \setminus A \rightarrow \mathbb{R}$, unde A este o submulțime finită a lui \mathbb{N} , cu $f(n) = a_n$.

Moduri de a defini un șir:

- printr-o regulă de calcul. *Exemplu:* șirul $(a_n)_{n \geq 1}$ cu $a_n = \frac{n}{n+1}$. Are termenul $a_3 = \frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}$.
- prin mai multe reguli de calcul. *Exemplu:* șirul: $(a_n)_{n \geq 1}$ cu termenul general $a_n = \begin{cases} n-1, & n = \text{impar} \\ n^2 + 1, & n = \text{par} \end{cases}$
- printr-o relație de recurență. *Exemplu:* $(a_n)_{n \geq 0}$ cu $a_0 = -1, a_{n+1} = a_n + 3; n \geq 0$.

Exemple de șiruri – Progresia aritmetică

Definiție: Un șir $(a_n)_{n \geq 1}$ pentru care fiecare termen al său, începând cu al doilea, se obține din precedentul prin adăugarea aceluiași termen r se numește **progresie aritmetică**. Numărul r se numește **rația progresiei**.

Formula termenului general. Dacă șirul $(a_n)_{n \geq 1}$ este o progresie aritmetică cu primul termen a_1 și rația r , atunci $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r, \forall n \geq 1$.

Observație: Orice termen al unei progresii aritmetice începând cu al doilea este medie aritmetică între precedentul și succesorul său:

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}, \forall n \geq 2.$$

Suma primilor n termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$ este $S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}, n \geq 1$.

Exemple:

1. Găsiți termenii x și y ai progresiei aritmetice: $x, -2, y, 8$.

Soluție: $y = \frac{-2+8}{2} = \frac{6}{2} = 3$, deci progresia are termenii: $x, -2, 3, 8$, ceea ce înseamnă că rația este $r = 8 - 3 = 5$. Deci $x = -2 - r = -2 - 5 = -7$.

2. Să se determine $x \in \mathbb{R}$, știind că numerele $5, 2^{3x} + 1, 13$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

Soluție:

$$2^{3x} + 1 = \frac{5 + 13}{2}$$

$$2^{3x} + 1 = 9 \Rightarrow 2^{3x} = 8 \Rightarrow 2^{3x} = 2^3 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1.$$

3. Să se determine suma primilor 10 termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$ știind că $a_1 = 1$ și $a_2 = 4$.

Soluție:

$a_1 = 1$ și $a_2 = 4 \Rightarrow r = 3$ (rația progresiei aritmetice)

Utilizând $a_n = a_1 + (n-1)r$ și $S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$ vom obține $a_{10} = 28$ și $S_{10} = 145$.

4. Să se afle al patrulea termen al unei progresii aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că primul termen este $\frac{5}{2}$ și rația este $\frac{5}{6}$.

Soluție:

$$a_1 = \frac{5}{2}r = \frac{5}{6}$$

$$a_n = a_1 + (n-1)r.$$

Pentru a_4 :

$$a_4 = a_1 + 3r$$

$$a_4 = \frac{5}{2} + 3 \cdot \frac{5}{6}$$

$$a_4 = \frac{5}{2} + \frac{5}{2}$$

$$a_4 = \frac{10}{2} = 5$$

Exerciții propuse:

Fie progresia aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$.

Determinați în fiecare din cazuri, elementele cerute:

- (1) $a_1=3$; $r=2$. Calculați a_{15} și S_{15} .
- (2) $a_1=-2$; $a_{25}=22$. Calculați r și S_{15} .
- (3) Dacă $a_1+a_2=42$ și $a_{10}+a_3=21$. Calculați a_1 și r .

Progresia geometrică: Șirul $(b_n)_{n \geq 1}$ cu $b_1 \neq 0$, pentru care fiecare termen al său începând cu al doilea, se obține din precedentul prin înmulțirea cu același număr $q \neq 0$ se numește progresie geometrică.

Numărul q se numește rație.

Formula termenului general $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}, \forall n \geq 1$.

Observație: Într-o progresie geometrică (având termeni pozitivi), orice termen începând cu al doilea este media geometrică între precedentul său și succesorul său: $b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$.

Suma unei progresii geometrice:
$$S_n = \begin{cases} b_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}, & \text{dacă } q \neq 1 \\ nb_1, & \text{dacă } q = 1 \end{cases}$$

Exemple:

1. Să se determine suma primilor 7 termeni ai unei progresii geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$, știind că $b_1 = 1$ și $b_2 = 3$.

Soluție:

Rația progresiei geometrice $q = \frac{b_2}{b_1} = 3$.

Suma primilor 7 termeni ai progresiei geometrice date este $S_7 = b_1 \frac{q^7 - 1}{q - 1} = \frac{2187 - 1}{2} = 1093$.

2. Să se determine $x \in \mathbb{R}$, știind că numerele $2x, x - 3, x + 1$ sunt termenii consecutivi ai unei progresii geometrice.

Soluție: Numerele $2x, x - 3, x + 1$ sunt termenii consecutivi ai unei progresii geometrice $\Leftrightarrow (x - 3)^2 = 2x(x + 1) \Rightarrow x^2 + 8x - 9 = 0 \Rightarrow x_1 = 1$ și $x_2 = -9$.

3. Să se determine al patrulea termen al unei progresii geometrice știind că rația este egală cu $\frac{1}{3}$ și

primul termen este 27.

Soluție:

$$b_1 = 27$$

$$r = \frac{1}{3}$$

Formula termenului general pentru progresia geometrică este: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$.

Scriem al patrulea termen cu ajutorul acestei formule:

$$b_4 = b_1 \cdot q^3 = 27 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = 27 \cdot \frac{1}{27} = 1$$

4. Într-o progresie geometrică se dă $b_2 = 3$ și raportul dintre primul termen și al patrulea termen este $\frac{1}{8}$. Determinați primul termen al progresiei.

Soluție:

$$b_2 = 3$$

$$\frac{b_1}{b_4} = \frac{1}{8}$$

Formula termenului general pentru progresia geometrică este: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$.

$$\begin{cases} b_1 \cdot q = 3 \\ \frac{b_1}{b_1 \cdot q^3} = \frac{1}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 \cdot q = 3 \\ q^3 = 8 \Rightarrow (q-2)(q^2 + 2q + 4) = 0 \end{cases}$$

Cum $q^2 + 2q + 4 \neq 0$ în mulțimea numerelor reale $q - 2 = 0 \Rightarrow q = 2$.

Exerciții propuse:

Fie progresia geometrică $(b_n)_{n \geq 1}$ cu rația q .

Determinați în fiecare caz, elementele cerute:

(1) $q=4$, $n=8$, $b_8=49152$. Calculați b_1 și S_8 ;

(2) $b_1 = \frac{1}{4}$, $q=4$. Calculați b_{10} ;

(3) $b_{30} = \left(\frac{1}{2}\right)^{28}$; $q = -\frac{1}{2}$. Calculați b_1 ;

(4) $b_1 = 3$, $b_9 = \frac{1}{3^7}$. Calculați $q > 0$.

2.2. Funcții

Produsul cartezian

Considerăm două mulțimi nevide A și B . Se numește produsul cartezian al mulțimii A cu mulțimea B , luate în această ordine, mulțimea perechilor având prima componentă din A și a doua componentă din B .

Notăție: Produsul cartezian al mulțimii A cu mulțimea B se notează: $A \times B = \{(a, b) / a \in A \text{ și } b \in B\}$.

Observație: Produsul cartezian nu este comutativ, adică $A \times B \neq B \times A$.

Exemplu:

Fie $A = \{1, 2, 3\}$ și $B = \{u, v\} \Rightarrow \begin{cases} A \times B = \{(1, u), (1, v), (2, u), (2, v), (3, u), (3, v)\} \\ B \times A = \{(u, 1), (u, 2), (u, 3), (v, 1), (v, 2), (v, 3)\} \end{cases} \Rightarrow A \times B \neq B \times A$.

Funcția

Fie A și B două mulțimi nevide. Spunem că am definit o **funcție** pe mulțimea A cu valori în B dacă printr-un procedeu oarecare facem ca fiecărui element $x \in A$ să-i corespundă un singur element $y \in B$.

Se notează $f: A \rightarrow B$ (se citește: "f definită pe A cu valori în B").

A = domeniul de definiție;

B = codomeniul sau mulțimea din care funcția ia valori,

x = variabila independentă, iar $y = f(x)$ e numită variabilă dependentă

Dacă A și B sunt submulțimi ale lui \mathbb{R} , funcția $f: A \rightarrow B$ este o funcție numerică sau funcție reală de variabilă reală.

Graficul unei funcții $f: A \rightarrow B$ este mulțimea: $Gf = \{(x, f(x)) / x \in A \wedge Y = f(x) \in B\}$.

2.3. Funcția de gradul I

Definiție: Funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=ax+b, a, b \in \mathbb{R}$ se numește funcție afină. Dacă $a \neq 0$ atunci f se numește **funcție de gradul I** cu coeficienții a și b .

Graficul funcției de gradul întâi este o dreaptă. Ecuația dreptei este: $y=ax+b, a \neq 0$.

Dreapta AB taie axa Ox și face cu aceasta un unghi α .

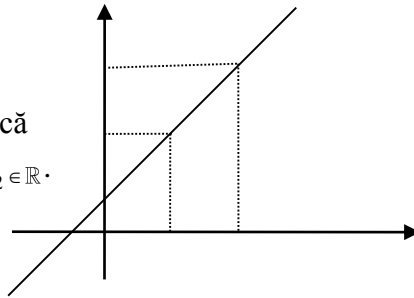
Iar $\tan \alpha$ este panta dreptei AB .

Monotonia funcției de gradul I

Spunem că funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este **strict crescătoare** dacă

din $x_1 < x_2$, rezultă că $f(x_1) < f(x_2), \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}$.

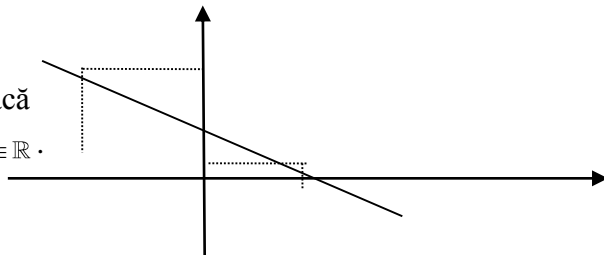
x	$-\infty$			$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	\nearrow	\nearrow	$+\infty$



Spunem că funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este **strict descrescătoare** dacă

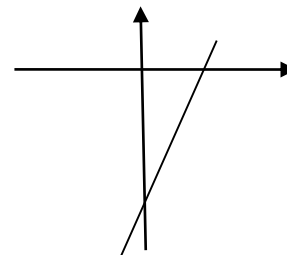
din $x_1 < x_2$ rezultă că $f(x_1) > f(x_2), \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}$.

x	$-\infty$			$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	\searrow	\searrow	$-\infty$



Proprietăți: Dacă $a > 0$ funcția este strict crescătoare.

Dacă $a < 0$ funcția este strict descrescătoare



Exemplu: Să se reprezinte grafic funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x)=2x-6$. Vom găsi punctele unde Gf intersectează axele de coordonate.

- Intersecția cu $Ox: \begin{cases} y=0 \\ 2x-6=0 \Leftrightarrow x=3 \end{cases} A(3,0)$ - Intersecția cu $Oy: \begin{cases} x=0 \\ y=2 \cdot 0 - 6 = -6 \end{cases} B(0,-6)$.

Semnul funcției de gradul I

Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=ax+b, a \neq 0$, are zeroul (sau rădăcina ecuației $ax+b=0$): $x = -\frac{b}{a}$, iar semnul este

dat în tabelul:

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$f(x)$	Semn contrar lui a	0	Semnul lui a

Exemplu: Să se afle semnul funcției $f(x)=-3x+18$, atașăm ecuația $-3x+18=0$ și găsim $x=6$.

x	$-\infty$	6	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-

Dacă: $x \in (-\infty, 6): f(x) > 0$, dacă $x = 6: f(x) = 0$ și dacă $x \in (6, \infty): f(x) < 0$.

Rezolvarea unor inecuații de forma $\frac{ax+b}{cx+d} \leq 0$; $\frac{ax+b}{cx+d} \geq c$.

Exemplu: Să se rezolve inecuația $\frac{5x-10}{-x+6} < 0$.

Găsim rădăcinile numărătorului și numitorului acestei fracții, apoi studiem semnul în tabelul.
 $5x-10=0$ cu rădăcina $x=2$ și $-x+6=0$ cu rădăcina $x=6$.

x	$-\infty$			2		6		$+\infty$
$5x-10$	-	-	-	0	+	+	+	
$-x+6$	+	+	+	+	+	0	-	-
$\frac{5x-10}{-x+6}$	-	-	-	0	+		-	-

Soluția: $x \in (-\infty, 2) \cup (6, \infty)$.

Exerciții:

- 1) Să se rezolve inecuațiile: a) $\frac{2x-1}{x+3} \leq 0$; b) $\frac{1-3x}{x} < 0$; c) $\frac{x}{x+3} \geq 0$; d) $\frac{(x+1)(x-1)}{2x+3} \geq 0$; e) $(2x-1)(3x+1)(4x-5) > 0$.
- 2) Să se reprezinte grafic funcțiile: $f: D \rightarrow \mathbb{R}$:
- a) $f(x) = 3x, D = [-2, \infty)$; b) $f(x) = -3x, D = (-\infty, 1]$;

Rezolvarea sistemelor de tipul : $\begin{cases} ax+by=c \\ mx+ny=p \end{cases}, m, n, p, c, a, b \in \mathbb{R}$

- prin metoda reducerii și metoda substituției din gimnaziu. Având în vedere că cele două ecuații sunt două drepte, ne interesează poziția relativă a celor două drepte.

Pentru rezolvarea sistemelor de inecuații de gradul I vom rezolva fiecare inecuație apoi intersectăm soluțiile lor și obținem soluția sistemului.

Exemplu: a) $\begin{cases} x+1 > 3 \\ 2x+1 \leq 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ 2x \leq 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (2, \infty) \\ x \in (-\infty, \frac{9}{2}] \end{cases} \Rightarrow x \in (2, \infty) \cap (-\infty, \frac{9}{2}] = (2, \frac{9}{2}]$

Să se rezolve:

a) $\begin{cases} \frac{x-2}{3} + x \geq \frac{x}{2} - 1 \\ -\frac{x}{3} + \frac{3x}{2} < \frac{x+1}{6} \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x-3 \leq 0 \\ 3x-1 > 0 \\ 2x-1 \geq 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x+3 \geq 0 \\ \frac{x(x-1)}{x+1} < 0 \end{cases}$

Exemple:

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 3$. Să se calculeze $f(-4) \cdot f(-3) \cdot \dots \cdot f(3) \cdot f(4)$.

Soluție: $f(3) = 0 \Rightarrow f(-4) \cdot f(-3) \cdot \dots \cdot f(3) \cdot f(4) = 0$.

2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x^2 - 3x + 1$ și $g(x) = x - 1$. Să se afle soluțiile reale ale ecuației $f(x) = -g(x)$.

Soluție: $f(x) = -g(x) \Leftrightarrow 3x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x_1 = 0$ și $x_2 = \frac{2}{3}$.

3. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = mx^2 - 8x - 3$, unde m este un număr real nenul. Să se afle m , știind că valoarea maximă a funcției f este egală cu 5.

Soluție: Identificăm $a = m, b = -8, c = -3$. În continuare determinăm valoarea discriminantului: $\Delta = b^2 - 4ac = 64 + 12m$.

O funcție de gradul al II-lea admite punct de maxim dacă și numai dacă $a < 0$. $\max_{x \in \mathbb{R}} f(x) = y_V \Rightarrow y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{3m+16}{m} = 5 \Rightarrow m = -2$.

4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, unde $f(x) = ax + b$. Să se determine a și b , știind că $3 \cdot f(x) + 2 = 3x + 5, \forall x \in \mathbb{R}$.

Soluție: $3 \cdot f(x) + 2 = 3x + 5 \Leftrightarrow f(x) = x + 1 \Leftrightarrow ax + b = x + 1$
 $\Rightarrow a = 1$ și $b = 1$.

Compunerea unei funcții cu altă funcție

Fie $f: A \rightarrow B, g: B \rightarrow C$.

Definiție: Funcția $g \circ f: A \rightarrow C$ se numește **compunerea lui f cu g** și $(g \circ f)(x) = g(f(x))$.

Funcția $f: A \rightarrow B$ este inversabilă dacă există o funcție $g: B \rightarrow A$ astfel încât $g \circ f = 1_A$ și $f \circ g = 1_B$.

Funcția g se numește **inversa** lui f și se notează cu f^{-1} .

Exemple:

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 4$. Să se calculeze $(f \circ f)(3)$.

Soluție: $(f \circ f)(3) = f(f(3)) = f(2) = 0$.

2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 2$. Să se determine $f(2) + f(f(2)) + f(f(f(2)))$.

Soluție:

$$f(f(2)) = f(2) = 2, f(f(f(2))) = f(f(2)) = f(2) = 2.$$

$$(2) + f(f(2)) + f(f(f(2))) = 6.$$

3. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 1$. Să se determine $f(f(2))$.

Soluție: $f(f(2)) = f(1) = 0$.

2.4. Funcția de gradul al II-lea

Funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c, a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$ se numește funcția de gradul al doilea (sau funcția pătratică) cu coeficienți a, b, c .

Menționăm că ecuația de gradul al II-lea s-a rezolvat în gimnaziu: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}, \Delta = b^2 - 4ac$.

Dacă $\Delta > 0 \Rightarrow$ ecuația are rădăcini reale și diferite.

Dacă $\Delta = 0 \Rightarrow$ ecuația are rădăcini reale și egale.

Dacă $\Delta < 0 \Rightarrow$ ecuația nu are rădăcini reale.

Exercițiul rezolvat: Să se determine funcția $f(x) = ax^2 + bx + c$ dacă $f(0) = 1, f(-2) = 2$ și $f(1) = -1$.

Condițiile date conduc la sistemul de ecuații:

$$\begin{cases} f(0) = 1 \\ f(-2) = 2 \\ f(1) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \cdot 0 + b \cdot 0 + c = 1 \\ a \cdot (-2)^2 + (-2) \cdot b + c = 2 \\ a \cdot 1^2 + 1 \cdot b + c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}; b = -\frac{3}{2}; c = 1 \Rightarrow f(x) = -\frac{x^2}{2} - \frac{3x}{2} + 1.$$

Monotonia funcției de gradul al doilea. Intervale de monotonie

Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c, a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$.

- 1) Dacă $a > 0$ atunci funcția este strict descrescătoare pe $\left(-\infty, -\frac{b}{2a}\right]$ și strict crescătoare pe $\left[-\frac{b}{2a}, +\infty\right)$

Tabelul de variație al funcției este

Pentru $a > 0$	x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$	$V_{\min}\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$
	$f(x)$	$+\infty$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$+\infty$	

- 2) Dacă $a < 0$ este strict crescătoare pe $\left(-\infty, -\frac{b}{2a}\right]$ și strict descrescătoare pe $\left[-\frac{b}{2a}, +\infty\right)$, cu tabelul:

Pentru $a < 0$	x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$	$V_{\max}\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$
	$f(x)$	$-\infty$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$+\infty$	

Imaginea funcției de gr.II: pentru $a < 0, \text{Imf} = \left(-\infty, -\frac{\Delta}{4a}\right]$; pentru $a > 0, \text{Imf} = \left[-\frac{\Delta}{4a}, +\infty\right)$.

Forma canonică a funcției de gradul al doilea: $f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a}$

Exemplu: Să se scrie funcția de gradul II sub forma canonică și să se deducă valoarea extremă a funcției în cazurile:

a) $f(x) = 3x^2 - x$; b) $f(x) = x^2 + x + 2$; c) $f(x) = -4x^2 + 2x + 3$

Rezolvare:

b) $f = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a} = 1\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}$

$a = 1$

$b = 1 \quad \Delta = b^2 - 4ac = 1 - 8 = -7$

$c = 2$

Dacă $a = 1 > 0$, f are un minim $V_{\min}\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$, $X_{\min} = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2}$; $Y_{\min} = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{7}{4} \Rightarrow f_{\min} = \frac{7}{4}$.

La fel pentru a) și c).

Graficul funcției de gradul al doilea

Graficul funcției de gradul al doilea se numește **parabolă**. Cuplul $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right) \in Gf$ și este vârful parabolei.

Să se reprezinte grafic funcția: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 2x - 8$.

Etape: a) Intersecția cu axele de coordonate:

- Intersecția cu O_x : $\begin{cases} y = 0 \\ x^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \end{cases}$ $A(2, 0)$ și $B(-4, 0)$

$\Delta = b^2 - 4ac = 4 + 32 = 36$

$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 6}{2} \Rightarrow x_1 = 2; x_2 = -4$

- Intersecția cu O_y : $\begin{cases} x = 0 \\ y = -8 \end{cases}$ $C(0, -8)$

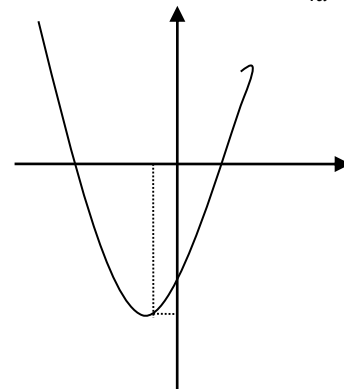
Dacă $a > 0 \Rightarrow f$ are un minim: $V_{\min}\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$ $X_{\min} = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2} = -1$;

$Y_{\min} = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{-36}{4} = -9$;

$V_{\min}(-1, -9)$.

a) Tabel de valori

x	$-\infty$	-4	-1	0	2	$+\infty$
$f(x)$		0	-9	-8	0	



d) Graficul – trasarea lui. De reținut că axa de simetrie este $x = -\frac{b}{2a}$.

Exerciții: Să se traseze graficul următoarelor funcții:

1) $f(x) = -x^2 - 2x + 8$;

2) $f(x) = -x^2 + 4x - 4$;

3) $f(x) = x^2 + 2x - 3$;

Semnul funcției de gradul doi $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c, a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$

1) Dacă $\Delta > 0$ atunci $x_1 \neq x_2 \in \mathbb{R}$ și semnul este dat de tabelul

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	
$f(x)$	Semnului lui a	0	Semn contrar lui a	0	Semnului lui a

2) Dacă $\Delta = 0$, atunci $x_1 = x_2 \in \mathbb{R}$ și semnul este dat în tabelul

x	$-\infty$	$x_1 = x_2$	$+\infty$
$f(x)$	Semnul lui a		Semnul lui a
		0	

3) Dacă $\Delta < 0$ atunci $x_1, x_2 \notin \mathbb{R}$, semnul fiind

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	Peste tot semnul lui a	

Aplicații: Rezolvare de inecuații:

a) $x^2 - x \geq 0$; b) $3x^2 + 6x < 0$; c) $x^2 - 9 < 0$; d) $x^2 + 4x + 9 \geq 0$

Rezolvăm b) $3x^2 + 6x < 0$; atașăm ecuația $3x^2 + 6x = 0$; o rezolvăm $x(3x + 6) = 0$ $x_1 = 0$; $x_2 = -2$ $S: x \in (-2, 0)$

x	$-\infty$	$-$	0	$+$	$+\infty$						
		2									
$f(x) = 3x^2 + 6x$	+	+	+	0	-	-	-	0	+	+	+

Funcției de gr II i se atașează ecuația de gr II: $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$ cu rădăcinile x_1, x_2 (distincte sau nu).

Relațiile lui Viète (relațiile între rădăcini și coeficienți):

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad S = \text{suma rădăcinilor } x_1 + x_2$$

$$P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}, \quad P = \text{produsul rădăcinilor } x_1 \cdot x_2$$

$$\text{Se demonstrează că } x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P \text{ și } x_1^3 + x_2^3 = S^3 - 3SP; \quad x_1^4 + x_2^4 = (S^2 - 2P)^2 - 2P^2$$

Exemple:

1. Să se determine parametrul m dacă între rădăcinile ecuației $x^2 - (2m+1)x + (m-1) = 0$ există relația $x_1 = 2x_2$.

Rezolvare:

Se atașează sistemul:
$$\begin{cases} x_1 = 2x_2 \\ x_1 + x_2 = 2m+1 \Leftrightarrow x_1 = \frac{2(2m-1)}{3}; x_2 = \frac{2m+1}{3} \\ x_1 \cdot x_2 = m-1 \end{cases}$$
 Înlocuim în a treia ecuație, obținând $8m^2 - m + 11 = 0$,

care n-are rădăcini reale.

2. Se dă ecuația $x^2 - 7x + 5 = 0$ cu rădăcinile x_1 și x_2 . Calculați $2x_1 - 3x_1x_2 + 2x_2$.

Soluție:

Din relațiile lui Viète $x_1 + x_2 = 7$ și $x_1x_2 = 5$, obținem: $2x_1 - 3x_1x_2 + 2x_2 = 2(x_1 + x_2) - 3x_1x_2 = 14 - 15 = -1$.

3. Să se determine $m \in \mathbb{R}$, care verifică relația $x_1 + x_2 + x_1x_2 = -2$, unde x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2 + 3mx + m^2 = 0$.

Soluție:

Din relațiile lui Viète $x_1 + x_2 = -3m$ și $x_1x_2 = m^2$.

$$x_1 + x_2 + x_1x_2 = -2 \Leftrightarrow -3m + m^2 = -2 \Leftrightarrow m^2 - 3m + 2 = 0, \text{ cu soluțiile } m_1 = 1 \text{ și } m_2 = 2.$$

$$\text{Rezolvarea sistemelor simetrice de forma } \begin{cases} x + y = S \\ x \cdot y = P \end{cases}$$

Atunci ecuația în sumă și produs este $Z^2 - SZ + P = 0$

Exemplu:

$$\begin{cases} 2xy + 5(x+y) = 55 \\ 6xy + 3(x+y) = 81 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2P + 5S = 55 \\ 6P + 3S = 81 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S = 7 \\ P = 10 \end{cases} \text{ atunci } Z^2 - 7Z + 10 = 0 \Rightarrow Z_1 = 2 \text{ și } Z_2 = 5 \text{ care dau tocmai soluția sistemului}$$

(2, 5) și (5, 2).

Rezolvarea sistemelor formate dintr-o ecuație de gradul I și o ecuație de gradul 2 sau intersecția

dintre o dreaptă și o parabolă, de forma
$$\begin{cases} mx + n = y \\ ax^2 + bx + c = y \end{cases} \quad a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$$

Exemplu: $\begin{cases} y = x+1 \\ y = x^2 - 3x + 5 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 - 3x + 5 = x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$, de unde $x_1 = x_2 = 2 \Rightarrow y_1 = y_2 = 3$.

3. VECTORI ÎN PLAN

Segment orientat, relația de echipolență, vectori, vectori coliniari

În geometrie, fizică, științe tehnice sunt întâlnite mărimi scalare și mărimi vectoriale.

O mărime este scalară, dacă pentru determinarea ei este suficient să indicăm un singur număr.

Ex.: lungimea unui segment, aria unei suprafețe, temperatura etc.

O mărime este vectorială dacă este determinată de trei elemente: mărime, direcție și sens.

Se numește direcția dreptei d mulțimea formată din dreapta d și toate dreptele paralele cu d . Sens:

Pe dreapta d am fixat punctele A și B ($A \neq B$).

Punctele A și B pot fi parcurse de la A la B , iar sensul opus de la B la A .

Definiția vectorului

O pereche ordonată (A, B) , $A, B \in \mathcal{P}$ ($A, B \in \mathcal{P}$) se numește segment orientat sau vector legat (de A) și se notează \overrightarrow{AB} , unde A este originea iar B extremitatea vectorului.

Vectorul legat \overrightarrow{AA} , se numește **vector nul**.

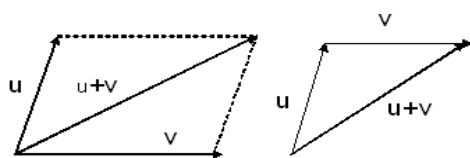
Vectorul de lungimea 1 se numește **vector unitate** sau **versor**.

Operații cu vectori. Condiția de coliniaritate

1. Adunarea vectorilor a) **Regula paralelogramului**



b) **Regula triunghiului**



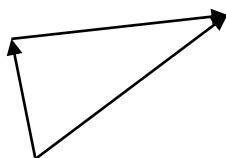
Doi vectori liberi sunt **coliniari** dacă au aceeași direcție.

Descompunerea după doi vectori dați, necoliniari și nenuli

Teoremă: Fie \vec{a} și \vec{b} doi vectori necoliniari. Oricare ar fi vectorul \vec{v} , există $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ (unice) astfel încât $\vec{v} = \alpha \cdot \vec{a} + \beta \cdot \vec{b}$.

Coliniaritate. Concurență. Paralelism

Vectorul de poziție al unui punct: În planul P fixăm un punct O și dacă M este un punct din plan, atunci vectorul \overrightarrow{OM} va fi numit **vectorul de poziție al punctului M** , notat \vec{r}_M .



atunci $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$.

Dacă $M(x, y)$ se află în planul înzestrat cu sistemul de axe xOy , atunci vectorul de poziție pentru punctul M are forma următoare: $\vec{OM} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}$

Exemple:

1) Fie $M(2,3)$. Vectorul de poziție pentru punctul M este $\vec{OM} = 2 \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j}$

2) Fie $M(-3,4)$. Vectorul de poziție pentru punctul M este $\vec{OM} = -3 \cdot \vec{i} + 4 \cdot \vec{j}$

3) Fie $M\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$. Vectorul de poziție pentru punctul M este $\vec{OM} = \frac{1}{2} \cdot \vec{i} + \frac{3}{2} \cdot \vec{j}$

Modulul unui vector de poziție \vec{OM} se notează prin $|\vec{OM}|$ și se calculează prin formula următoare:

$$|\vec{OM}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Exemple:

1) $\vec{OM} = 2 \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j}$

Modulul vectorului se calculează astfel: $|\vec{OM}| = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$

Concluzia: $\vec{OM} = 2 \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j}$ are modulul (lungimea) egală cu $\sqrt{13}$.

2) $\vec{OM} = -3 \cdot \vec{i} + 4 \cdot \vec{j}$

Modulul vectorului se calculează astfel: $|\vec{OM}| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$

Concluzia: $\vec{OM} = -3 \cdot \vec{i} + 4 \cdot \vec{j}$ are modulul (lungimea) egală cu 5.

3) $\vec{OM} = \frac{1}{2} \cdot \vec{i} + \frac{3}{2} \cdot \vec{j}$

Modulul vectorului se calculează astfel: $|\vec{OM}| = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{10}{4}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$

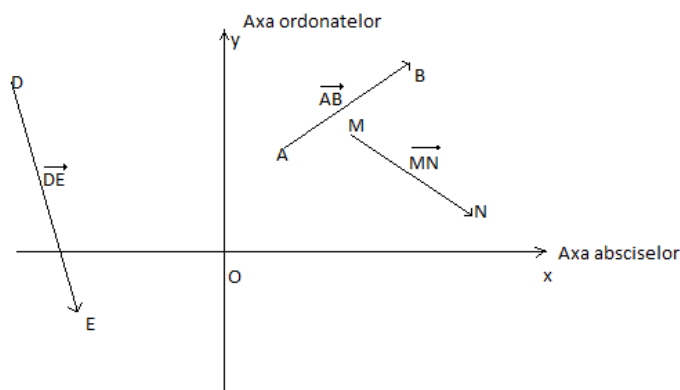
Concluzia: $\vec{OM} = \frac{1}{2} \cdot \vec{i} + \frac{3}{2} \cdot \vec{j}$ are modulul (lungimea) egală cu $\frac{\sqrt{10}}{2}$.

Lungimea (modulul) unui vector. Vectori paraleli. Vectori perpendiculari

Fie două puncte $A(x_A, y_A)$ și $B(x_B, y_B)$ care sunt situate în sistemul de axe xOy .

Un vector \vec{AB} se poate exprima cu ajutorul versorilor \vec{i} și \vec{j} aplicând relația vectorială:

$$\vec{AB} = (x_B - x_A) \cdot \vec{i} + (y_B - y_A) \cdot \vec{j}$$



Exemple:

1) Fie $A(2,3)$ și $B(4,2)$. Exprimați vectorial pe \vec{AB} .

$$\vec{AB} = (x_B - x_A) \cdot \vec{i} + (y_B - y_A) \cdot \vec{j}$$

$$\vec{AB} = (4-2) \cdot \vec{i} + (2-3) \cdot \vec{j}$$

$$\vec{AB} = 2 \cdot \vec{i} + (-1) \cdot \vec{j}$$

Cu alte cuvinte vectorul \vec{AB} are coordonatele: 2 și -1. Coordonatele vectorului \vec{AB} se pot exprima și sub forma: $\vec{AB}(2,-1)$.

2) Fie $A(5,-1)$ și $B(2,2)$. Exprimați vectorial pe \vec{AB} .

$$\vec{AB} = (x_B - x_A) \cdot \vec{i} + (y_B - y_A) \cdot \vec{j}$$

$$\vec{AB} = (2-5) \cdot \vec{i} + (2+1) \cdot \vec{j}$$

$$\vec{AB} = -3 \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j}$$

Cu alte cuvinte vectorul \vec{AB} are coordonatele: -3 și 3. Coordonatele vectorului \vec{AB} se pot exprima și sub forma: $\vec{AB}(-3,3)$.

Modulul (lungimea) vectorului \vec{AB} se calculează cu relația: $|\vec{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Exemple:

1) Fie $A(2,3)$ și $B(4,2)$. Calculați lungimea (modulul) lui \vec{AB} .

Aplicăm relația $|\vec{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Realizăm înlocuirile în cadrul relației matematice și vom obține:

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(4-2)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

Concluzia: \vec{AB} are lungimea (modulul) egal cu $\sqrt{5}$.

2) Fie $A(5,-1)$ și $B(2,2)$. Calculați lungimea (modulul) lui \vec{AB} .

Aplicăm relația $|\vec{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Realizăm înlocuirile în cadrul relației matematice și vom obține:

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(2-5)^2 + (2+1)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

Concluzia: \vec{AB} are lungimea (modulul) egal cu $3\sqrt{2}$.

Mijlocul segmentului AB: $x_M = \frac{x_A + x_B}{2}, y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$.

Centrul de greutate al triunghiului ABC: $x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}, y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}$.

Exemple:

1. Fie punctele $A(5; 2)$, $B(-2; 3)$ și $C(-3; -2)$. Notăm cu G centrul de greutate al triunghiului ABC . Să se calculeze lungimea lui $[AG]$.

Soluție:

$$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}$$

$$x_G = \frac{5 + (-2) + (-3)}{3}$$

$$x_G = 0$$

$$y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}$$

$$y_G = \frac{2 + 3 + (-2)}{3}$$

$$y_G = 1$$

Coordonatele lui G sunt următoarele: $G(0; 1)$.

În continuare vom determina lungimea lui $[AG]$:

$$AG = \sqrt{(5-0)^2 + (2-1)^2}$$

$$AG = \sqrt{5^2 + 1^2}$$

$$AG = \sqrt{26}$$

2. În reperul cartezian xOy se consideră următoarele puncte: $A(1; 2)$, $B(-1; 0)$ și $C(2; -3)$. Să se calculeze lungimea lui $[AM]$, unde M este mijlocul lui $[BC]$.

Soluție:

Determinăm coordonatele lui M :

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2}$$

$$x_M = \frac{-1 + 2}{2}$$

$$x_M = \frac{1}{2}$$

$$y_M = \frac{y_B + y_C}{2}$$

$$y_M = \frac{0 + (-3)}{2}$$

$$y_M = -\frac{3}{2}$$

Determinăm lungimea lui $[AM]$: $AM = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Există două cazuri particulare în care se pot afla doi vectori unul față de celălalt:

- vectori coliniari (paraleli);
- vectori perpendiculari (ortogonali);

Considerăm $\vec{AB} = \vec{u}(x_1, y_1)$ și $\vec{CD} = \vec{v}(x_2, y_2)$.

a) $\vec{u}(x_1, y_1)$ este coliniar (paralel) cu $\vec{v}(x_2, y_2)$ dacă este verificată egalitatea:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$$

b) $\vec{u}(x_1, y_1)$ este perpendicular (ortogonal) pe $\vec{v}(x_2, y_2)$ dacă este verificată egalitatea:

$$x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 = 0$$

Example:

1) Fie următorii vectori $\vec{u}(4,6)$ și $\vec{v}(8,12)$. Verificați dacă $\vec{u}(4,6)$ și $\vec{v}(8,12)$ sunt paraleli.

Soluție: Verificăm egalitatea $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} \Leftrightarrow \frac{4}{8} = \frac{6}{12} \Leftrightarrow 48 = 48$ (adevărat) .

Rezultă că vectorii $\vec{u}(4,6)$ și $\vec{v}(8,12)$ sunt paraleli.

2) Fie vectorii $\vec{u}(3,3)$ și $\vec{v}(-3,3)$. Verificați dacă vectorii $\vec{u}(3,3)$ și $\vec{v}(-3,3)$ sunt ortogonali (perpendiculari).

Soluție: Verificăm egalitatea $x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 = 0 \Leftrightarrow 3 \cdot (-3) + 3 \cdot 3 = 0 \Leftrightarrow -9 + 9 = 0$ (adevărat) .

Rezultă că vectorii $\vec{u}(3,3)$ și $\vec{v}(-3,3)$ sunt ortogonali (perpendiculari).

4. TRIGONOMETRIE

Considerăm în plan un sistem de coordonate, determinat de reperul O, A, B . Cercul C , de centru O și rază l conține punctele:

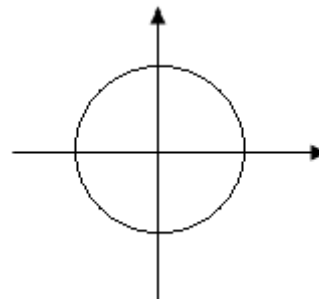
$A(l, 0); B(0, l); A'(-l, 0); B'(0, -l)$.

Lungimea acestui cerc este 2π (măsurat în radiani, o altă unitate de măsură pentru unghiuri).

Unghiul care subîntinde un arc de cerc egal cu raza se numește radian.

Un cerc întreg are 2π radiani $\Rightarrow 360^\circ = 2\pi$.

$$\pi = 180^\circ, \frac{\pi}{2} = 90^\circ, \frac{\pi}{3} = 60^\circ, \frac{\pi}{6} = 30^\circ.$$



Reperul O, A, B determină cadranele I, II, III, IV respectiv $(0, \frac{\pi}{2}), (\frac{\pi}{2}, \pi), (\pi, \frac{3\pi}{2}), (\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$.

Definiție: Cercul C de centru O , de rază l pe care s-a fixat un sens pozitiv (invers acelor de ceasornic) se numește **cerc trigonometric**.

Formula fundamentală a trigonometriei

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Formule utile

$$\sin(\pi - x) = \sin x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cos(\pi - x) = -\cos x$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$$\operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

Exemple:

$$1) \sin \frac{6\pi}{7} = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{7}\right) = \sin \frac{\pi}{7}$$

$$2) \cos \frac{10\pi}{11} = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{11}\right) = -\cos \frac{\pi}{11}$$

$$3) \cos \frac{11\pi}{26} = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{11\pi}{26}\right) = \sin \frac{\pi}{13}$$

$$4) \sin \frac{3\pi}{4} = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

5) Să se determine $\cos x$, știind că $\sin x = \frac{3}{4}$, unde $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$.

Soluție: Utilizăm formula fundamentală a trigonometriei: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{7}{16}$. Cum $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, atunci $\cos x = -\frac{\sqrt{7}}{4}$.

6) Să se calculeze $\sin^2 75^\circ + \cos^2 105^\circ$.

Soluție: $\cos 105^\circ = \cos(180^\circ - 75^\circ) = -\cos 75^\circ$

Înlocuim în formula fundamentală a trigonometriei și obținem: $\sin^2 75^\circ + \cos^2 75^\circ = 1$.

7) Să se determine $\sin 170^\circ - \sin 10^\circ$.

Soluție: $\sin 170^\circ = \sin(180^\circ - 10^\circ) = \sin 10^\circ \Rightarrow \sin 170^\circ - \sin 10^\circ = 0$.

Ecuatii trigonometrice fundamentale

1. Ecuația $\sin x = a$, unde $x \in \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R}$

Discuție după parametrul a :

a) Dacă $-1 < a < 1$, atunci mulțimea soluțiilor S este dată sub forma următoare:

$$S = \{x | x = (-1)^k \arcsin a + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$$

sau

$$S = \{\arcsin a + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\pi - \arcsin a + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$$

b) Dacă $|a| > 1$, atunci mulțimea soluțiilor S este dată sub forma următoare: $S = \emptyset$

c) Dacă $a = -1$, atunci mulțimea soluțiilor S este: $S = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

d) Dacă $a = 0$, atunci mulțimea soluțiilor S este: $S = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

e) Dacă $a = 1$, atunci: $S = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Exemplu:

Rezolvați următoarea ecuație trigonometrică $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Soluție: Cu alte cuvinte ne aflăm în cazul $a = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, adică $-1 < a < 1$.

Mulțimea soluțiilor S pentru ecuația de mai sus este următoarea:

$$S = \{x | x = (-1)^k \arcsin a + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$$

$$S = (-1)^k \arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$S = (-1)^k \left(-\frac{\pi}{3}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

2. Ecuația $\cos x = a$, unde $x \in \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R}$

Discuție după parametrul a :

a) Dacă $-1 < a < 1$, atunci $S = \{x | x = \pm \arccos a + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

sau

$$S = \{\arccos a + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\} \cup \{-\arccos a + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$$

b) Dacă $|a| > 1$, atunci $S = \emptyset$

c) Dacă $a = -1$, atunci $S = \pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

d) Dacă $a = 0$, atunci $S = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

e) Dacă $a = 1$, atunci $S = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Exemplu:

Rezolvați următoarea ecuație trigonometrică $\cos x = \frac{2}{3}$.

Soluție: Observăm că $a = \frac{2}{3}$, prin urmare ne aflăm în cazul în care $-1 < a < 1$.

Mulțimea soluțiilor ecuației date are forma următoare:

$$S = \left\{ x \mid x = \pm \arccos \frac{2}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$S = \left\{ \arccos \frac{2}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ -\arccos \frac{2}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

3. Ecuația $\operatorname{tg} x = a$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$, $a \in \mathbb{R}$.

Discuție după parametrul a :

a) Dacă $a \in \mathbb{R}$, atunci mulțimea soluțiilor S are forma următoare:

$$S = \{x \mid x = \arctg a + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$$

sau

$$S = \arctg a + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

b) Dacă $a = -1$, atunci $S = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

c) Dacă $a = 0$, atunci $S = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

d) Dacă $a = 1$, atunci $S = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Exemplu:

Rezolvați următoarea ecuație trigonometrică $\operatorname{tg} x = -5$.

Soluție: Constatăm faptul că $a = -5$, adică vom aplica cazul $a \in \mathbb{R}$. Prin urmare mulțimea soluțiilor a acestei ecuații trigonometrice are forma:

$$S = \arctg(-5) + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$S = -\arctg 5 + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

4. Ecuația $\operatorname{ctg} x = a$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$, $a \in \mathbb{R}$.

Discuție după parametrul a :

a) Dacă $a \in \mathbb{R}$, atunci mulțimea soluțiilor S are forma următoare:

$$S = \{x \mid x = \operatorname{arctctg} a + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$$

sau

$$S = \operatorname{arctctg} a + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

b) Dacă $a = -1$, atunci $S = \frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

c) Dacă $a = 0$, atunci $S = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

d) Dacă $a = 1$, atunci $S = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Exemplu:

Rezolvați ecuația trigonometrică $\operatorname{ctg} x = -\sqrt{3}$.

Soluție: Observăm că $a = -\sqrt{3}$, adică $a \in \mathbb{R}$. Prin urmare mulțimea soluțiilor pentru ecuația

trigonometrică de mai sus are forma următoare: $S = \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Rezolvarea triunghiului dreptunghic

A rezolva un triunghi dreptunghic înseamnă a determina măsurile unghiurilor și lungimile laturilor sale, când se cunosc:

- lungimile a două laturi oarecare;
- măsura unui unghi ascuțit și lungimea uneia dintre laturi.

Exemplu: În triunghiul ABC , dreptunghic în A , se cunoaște faptul că $\sin B = \frac{4}{5}$, iar lungimea ipotenuzei

este egală cu 15 cm.

Să se determine: a) AB ; b) AC ; c) $\operatorname{ctg} C$; d) $\cos B$.

Soluție:

a) $\triangle ABC$: $m(\angle A) = 90^\circ \Rightarrow \sin B = \frac{AC}{BC}$, $AC = 12$ cm

b) $\triangle ABC$: $m(\sphericalangle A) = 90^\circ \xrightarrow{T.Pitagora} BC^2 = AB^2 + AC^2$, $AB = 9 \text{ cm}$

c) $\triangle ABC$: $m(\sphericalangle A) = 90^\circ \Rightarrow \operatorname{ctg} C = \frac{4}{3}$

d) $\triangle ABC$: $m(\sphericalangle A) = 90^\circ \Rightarrow \cos B = \frac{3}{5}$.

Determinarea ariei unui triunghi utilizând funcția sinus

În continuare vom considera $\triangle ABC$ și realizăm următoarele notații:

$$AB = c, BC = a, AC = b$$

$$A_{\triangle ABC} = \frac{b \cdot c \cdot \sin A}{2} \text{ (relația (1))}$$

$$A_{\triangle ABC} = \frac{c \cdot a \cdot \sin B}{2} \text{ (relația (2))}$$

$$A_{\triangle ABC} = \frac{b \cdot a \cdot \sin C}{2} \text{ (relația (3))}$$

Exemplu: Calculați aria triunghiului ABC știind că $AC = 9\sqrt{3}$, $BC = 4$ și $m(\sphericalangle C) = 120^\circ$.

Soluție: $A_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot BC \cdot \sin C}{2} = \frac{9\sqrt{3} \cdot 4 \cdot \sin(180^\circ - 60^\circ)}{2} = 27$.

APLICAȚII ALE TRIGONOMETRIEI ÎN GEOMETRIA PLANĂ

Teorema sinusurilor

În orice triunghi ABC are loc relația:

$$(1) \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R, \text{ cu } R = \text{raza cercului circumscris } \triangle ABC.$$

De aici:

$$a = 2R \sin A; b = 2R \sin B; c = 2R \sin C.$$

Exemplu: Să se determine lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC , știind că $AC = 12$ și $m(\sphericalangle B) = 30^\circ$.

Soluție: Din teorema sinusurilor obținem: $\frac{b}{\sin B} = 2R$, $R = 12$.

Teorema cosinusului

În orice triunghi ABC au loc relațiile:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Din aceste formule deducem ușor:

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc};$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac};$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}.$$

Exemple:

1. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 4$, $AC = 5$, $BC = 6$. Să se determine $\cos B$.

Soluție: Din teorema cosinusului: $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B \Rightarrow 25 = 16 + 36 - 48 \cdot \cos B$
 $\cos B = \frac{9}{16}$.

2. Triunghiul MNP are $MN = 6$, $MP = 3$ și $NP = 5$. Calculați $\cos M$.

Soluție: În triunghiul MNP aplicăm: $NP^2 = MN^2 + MP^2 - 2MN \cdot MP \cdot \cos M$, $\cos M = \frac{5}{9}$.

TEST 1

1. Produsul dintre partea fracționară a numărului $-3,1$ și modulul său este:
a) $-2,79$; b) $-27,9$; c) $-12,4$; d) $-0,31$; e) $9,3$; f) $2,79$.
2. Se consideră expresia: $E(x) = (2x - 7)^2 + |2 - x|$. Valoarea expresiei pentru $x = 3$ este egală cu:
a) 1; b) 2; c) 3; d) -3 .
3. Mulțimea soluțiilor inecuației: $3x - 6 \leq 0$, este intervalul:
a) $(-\infty, 2)$; b) $(-\infty, 2]$; c) $[2, +\infty)$; d) $(2, +\infty)$.
4. Valoarea de adevăr a propoziției $p: (1+\sqrt{5})(1-\sqrt{5}) \in \mathbb{N}$ este . . .
5. Calculați: $[2,04 - 2,4] + \left[-\frac{5}{3}\right] - 2$.
6. Comparați numerele $a = |\sqrt{5} + \sqrt{3}| + |\sqrt{5} - \sqrt{3}|$ și $b = |\sqrt{5} + \sqrt{3}| - |\sqrt{3} - \sqrt{5}|$.
7. Arătați că dacă $n \in \mathbb{N}$, atunci $\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$ este natural.
8. Se consideră predicatelor $p_1(x): x+1 > 0, x \in \mathbb{R}$ și $p_2(x): x-2 \leq 0, x \in \mathbb{R}$.
Să se determine valorile lui x pentru care:
(1) $p_1(x)$ este adevărată; (2) $p_2(x)$ este adevărată; (3) $p_1(x) \vee p_2(x)$ este adevărată; (4) $p_1(x) \wedge p_2(x)$ este adevărată.

TEST 2

1. Dacă $A = \{x, y, z\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$ și $f(x) = 1, f(y) = 2, f(z) = 1$, atunci $f: A \rightarrow B$:
a) nu poate fi funcție; b) este funcție; c) este funcție pară.
2. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (m-1)x^2 + (m^2-1)x + 2$, unde $m = 1$. Funcția f are graficul:
a) o parabolă cu ramurile în sus; b) o dreaptă paralelă cu Oy ; c) o dreaptă ce trece prin origine; d) o parabolă cu ramurile în jos; e) o dreaptă paralelă cu Ox .
3. Fie $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = x - 3$. Atunci $G_g \cap OY = (a)A(3,0); (b)A(0,-3); (c)A(3,0) \text{ și } B(-3,0); (d)A(0,-3) \text{ și } B(0,3); (e)\emptyset$.
4. Fie $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = x^2 - 6x + 8$. Vârful parabolei graficului G_h are coordonatele . . .
5. Determinați funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = mx - 3$, știind că graficul său trece prin punctul $A(-2, 5)$.
6. Rezolvați inecuația: $\frac{x-2}{-x+3} < 0$.
7. Găsiți termenii a și b ai progresiei aritmetice: $-5, a, 7, b$.
8. Dacă x_1 și x_2 sunt rădăcinile ecuației $x^2 + 5x - 2 = 0$, fără să rezolvați ecuația, calculați:
a) $x_1 + x_2$; b) $x_1 \cdot x_2$; c) $\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2}$.

TEST 3

1. Completați spațiile punctate:
a) O mărime vectorială este determinată de
b) Versorul axei Oy se notează cu
c) Doi vectori liberi sunt coliniari dacă
2. Fie punctele $A(3, 0)$ și $B(-2, 4)$. Determinați:
a) coordonatele vectorului \overrightarrow{AB} ;
b) modulul vectorului \overrightarrow{AB} ;
c) vectorul de poziție al mijlocului segmentului AB .

TEST 4

1. $\sin^2(\pi - x) + \cos^2(\pi - x) = \dots$
(a) 1; (b) $[\sin(\pi - x) + \cos(\pi - x)]^2$; (c) $[\sin(\pi - x) - \cos(\pi - x)]^2$; (d) $\sin(\pi - x) - \cos(\pi - x)$; (e) 0.
2. Sinusul este negativ pentru unghiurile din cadranele:
(a) I și II; (b) IV și II; (c) IV și I; (d) IV și III; (e) II și III.

3. $\cos 135^\circ = \dots$

4. $\sin 150^\circ =$

(a) 1; (b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; (c) $\frac{1}{2}$; (d) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; (e) $-\frac{1}{2}$.

6. Calculați lungimea laturii AB a triunghiului ABC , știind că $m(B) = 30^\circ$, $m(C) = 45^\circ$ și $AB = 8$.

7. Laturile triunghiului ABC sunt $a = 1$, $b = \frac{3}{2}$, $c = 2$. Calculați $\cos B$.

8. Calculați lungimea ipotenuzei BC a triunghiului ABC , dreptunghic în A , dacă $AB = 6$ și $m(\hat{B}) = 30^\circ$.

TEST 5

1) Fie punctul $M(2,5)$.

- a) Reprezentați punctual M în sistemul de axe xOy ;
- b) Scrieți vectorul de poziție pentru punctul M ;
- c) Calculați modulul vectorului de poziție de la b).

2. Fie punctul $M(-5,-2)$.

- a) Reprezentați punctual M în sistemul de axe xOy ;
- b) Scrieți vectorul de poziție pentru punctul M ;
- c) Calculați modulul vectorului de poziție de la b).

3. Fie punctul $A\left(\frac{3}{2}, 4\right)$.

- a) Reprezentați punctual A în sistemul de axe xOy ;
- b) Scrieți vectorul de poziție pentru punctul A ;
- c) Calculați modulul vectorului de poziție de la b).

4. Fie punctul $B\left(-\frac{5}{2}, \frac{7}{2}\right)$.

- a) Reprezentați punctual B în sistemul de axe xOy ;
- b) Scrieți vectorul de poziție pentru punctul B ;
- c) Calculați modulul vectorului de poziție de la b).

CLASA A X-A ALGEBRĂ – LOGARITMI

Def: $\log_a N$ - La ce putere trebuie ridicat a pentru a obține N ?

Ex: $\log_2 4 =$ $\log_3 27 =$ $\log_a a =$ $\log_a 1 =$ $\log_a a^x =$
 $\log_a N = x \Leftrightarrow a^x = N$

Condiții de existență pentru logaritmi:

• $\log_a N$ există dacă $\begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \\ N > 0 \end{cases}$

Proprietățile logaritmilor:

1) $\log_a A \cdot B = \log_a A + \log_a B$

2) $\log_a \frac{A}{B} = \log_a A - \log_a B \Rightarrow \log_a \frac{1}{B} = -\log_a B$

3) $\log_a A^m = m \log_a A \Rightarrow \log_a \sqrt[n]{A} = \frac{1}{n} \log_a A$

4) Formula de schimbare a bazei logaritmului $\log_a A = \frac{\log_b A}{\log_b a} \Rightarrow \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$.

Monotonia funcției exponențiale: $a^x > a^y \Leftrightarrow \begin{cases} x > y & \text{daca } a > 1 \\ x < y & \text{daca } a \in (0,1) \end{cases}$

Monotonia funcției logaritmice: $\log_a x > \log_a y \Leftrightarrow \begin{cases} x > y & \text{daca } a > 1 \\ x < y & \text{daca } a \in (0,1) \end{cases}$

NUMERE COMPLEXE

Forma algebrică a numărului complex z este $z = x + iy$, unde $x, y \in \mathbb{R}$, $x = \text{Re}(z)$ se numește **partea reală** a numărului complex z , $y = \text{Im}(z)$ se numește **partea imaginară** a numărului complex z , iar $i^2 = -1$.

Mulțimea numerelor complexe este: $\mathbb{C} = \{z = x + iy \mid x, y \in \mathbb{R}, i^2 = -1\}$

Conjugatul numărului complex $z = x + iy$ este $\bar{z} = x - iy$.

Modulul numărului complex $z = x + iy$ este $|z| = \sqrt{x^2 + y^2} \in \mathbb{R}$.

Puterile lui i : $i^1 = i, i^2 = -1, i^3 = -i, i^4 = 1$, în general:

$$i^n = \begin{cases} i, & \text{dacă } n = 4k + 1 \\ -1, & \text{dacă } n = 4k + 2 \\ -i, & \text{dacă } n = 4k + 3 \\ 1, & \text{dacă } n = 4k \end{cases}, \text{ unde } n, k \in \mathbb{N}.$$

ELEMENTE DE COMBINATORICĂ

1) $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$, $n \in \mathbb{N}^*$; Convenție: $0! = 1$;

2) **Permutări:** $P_n = n!$

Se numește **permutare** a mulțimii A nevidă, orice mulțime ordonată care se formează cu elementele sale.

3) **Aranjamente:** $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$; $n, k \in \mathbb{N}$; $n \geq k, n \neq 0$

Se numesc **aranjamente de n elemente luate câte k** ale mulțimii A nevide, submulțimile ordonate cu k elemente ale mulțimii A .

Proprietăți:

- $A_n^0 = 1$; $A_n^n = n!$;
- $A_n^{k+1} = (n-k) \cdot A_n^k$;
- $A_n^k = n \cdot A_{n-1}^{k-1}$; $A_n^k = A_{n-1}^k + k \cdot A_{n-1}^{k-1}$;

4) **Combinări:** $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$; $n, k \in \mathbb{N}$; $n \geq k$

Se numesc **combinări de n elemente luate câte k** ale mulțimii A nevide, submulțimile cu k elemente ale mulțimii A .

Proprietăți:

- $C_n^0 = C_n^n = 1$;
- $C_n^k = C_n^{n-k}$; (formula combinărilor complementare)
- $C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}$; (formula de descompunere a combinărilor)
- $C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = 2^n$ (numărul tuturor submulțimilor unei mulțimi cu n elemente este 2^n).
- $C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + \dots = C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + \dots = 2^{n-1}$
- **Probabilități** $P = \frac{\text{nr cazuri favorabile}}{\text{nr cazuri posibile}}$; $P \in [0,1]$

GEOMETRIE
Ecuatiile dreptei în plan

Ecuatia carteziană generală a dreptei: $ax+by+c=0$ (d)

Punctul $M(x_M, y_M) \in d \Leftrightarrow a \cdot x_M + by_M + c = 0$

Ecuatia dreptei determinate de 2 puncte distincte: $\frac{x-x_A}{x_B-x_A} = \frac{y-y_A}{y_B-y_A}$

Ecuatia dreptei determinată de un punct $A(x_A, y_A)$ și panta m : $y-y_A = m(x-x_A)$

Dreptele d_1, d_2 sunt paralele $\Leftrightarrow m_{d_1} = m_{d_2}$

Dreptele d_1, d_2 sunt perpendiculare $\Leftrightarrow m_{d_1} \cdot m_{d_2} = -1$

Distanța dintre punctele $A(x_A, y_A), B(x_B, y_B)$: $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Distanța de la punctul $A(x_A, y_A)$ la dreapta $h: ax+by+c=0$:

$$d(A,h) = \frac{|ax_A + by_A + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

CLASA A XI-A
ALGEBRĂ - Matrice inversabile

Inversa unei matrice: $A \in M_n(C)$ se numește inversabilă dacă există o matrice notată $A^{-1} \in M_n(C)$ a.i. $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I_n$

Teoremă: $A \in M_n(C)$ inversabilă $\Leftrightarrow \det A \neq 0$

$A^{-1} = \frac{1}{\det A} A^*$, A^* adjuncta matricei A . A^* se obține din tA înlocuind fiecare element cu complementul său algebric.

Dacă $A, B \in M_n(C)$ sunt inversabile, atunci au loc relațiile: a) $(A^{-1})^{-1} = A$ b) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

Aplicații ale determinanților în geometrie

1. Ecuatia dreptei determinată de două puncte distincte: $A(x_A, y_A), B(x_B, y_B)$ $AB: \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \end{vmatrix} = 0$

2. Punctele A,B,C sunt coliniare $\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix} = 0$

3. Aria triunghiului $A_{ABC} = \frac{1}{2} |\Delta|$ unde $\Delta = \begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix}$

Sisteme de ecuații liniare

Forma generală a unui sistem de m ecuații cu n necunoscute:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

a_{ij} -coeficienții necunoscutelor, x_1, x_2, \dots, x_n - necunoscute, b_1, b_2, \dots, b_m - termenii liberi

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \text{-matricea sistemului, } \bar{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & b_m \end{pmatrix} \text{-matricea extinsă}$$

$$B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{pmatrix} \text{matricea coloană a termenilor liberi, } X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} \text{matricea necunoscutelor.}$$

AX=B -forma matriceală a sistemului

Definiție:

- Un sistem se numește incompatibil dacă nu are soluție;
- Un sistem se numește compatibil dacă are cel puțin o soluție;
- Un sistem se numește compatibil determinat dacă are o singură soluție;
- Un sistem se numește compatibil nedeterminat dacă are mai mult de o soluție.

Rezolvarea sistemelor prin metoda lui Cramer:

Un sistem de ecuații liniare este de tip Cramer dacă numărul de ecuații este egal cu numărul de necunoscute și determinantul matricei sistemului este nenul.

Teorema lui Cramer: Dacă $\det A$ notat $\Delta \neq 0$, atunci sistemul $AX=B$ are o soluție unică $x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}$, unde Δ_i se obține înlocuind coloana în Δ coloana i cu coloana termenilor liberi.

ANALIZĂ MATEMATICĂ LIMITE DE FUNCȚII

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} a_n x^n$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{a_k x^k + a_{k-1} x^{k-1} + \dots + a_1 x + a_0}{b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_1 x + b_0} = \begin{cases} \frac{a_k}{b_m}, k = m \\ 0, m > k \\ \frac{a_k}{b_m} \cdot (\pm\infty)^{k-m}, k < m \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0 \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0 \quad \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \frac{1}{x} = -\infty \quad \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{1}{x} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} = \infty \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[3]{x} = \infty \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[3]{x} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} a^x = \begin{cases} \infty, \text{daca } a > 1 \\ 0, \text{daca } a \in (0,1) \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = \begin{cases} 0, \text{daca } a > 1 \\ \infty, \text{daca } a \in (0,1) \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \log_a x = \begin{cases} \infty, \text{daca } a > 1 \\ -\infty, \text{daca } a \in (0,1) \end{cases} \quad \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \log_a x = \begin{cases} -\infty, \text{daca } a > 1 \\ \infty, \text{daca } a \in (0,1) \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \operatorname{arctg} x = -\frac{\pi}{2} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \operatorname{arcctg} x = 0 \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \operatorname{arcctg} x = \pi$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a, \quad a > 0, a \neq 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin u(x)}{u(x)} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} u(x)}{u(x)} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin u(x)}{u(x)} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} u(x)}{u(x)} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+u(x))}{u(x)} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^{u(x)} - 1}{u(x)} = \ln a, \quad a > 0, a \neq 1 \text{ unde } \lim_{x \rightarrow x_0} u(x) = 0$$

Operații fără sens: $\frac{\infty}{\infty}, \frac{0}{0}, \infty - \infty, 0 \cdot \infty, 1^\infty, 0^0, \infty^0$

FUNCȚII CONTINUE. ASIMPTOTE

Teoremă: Fie $f : D \rightarrow R$ și $x_0 \in D$ punct de acumulare pentru $D \Rightarrow f$ continuă în $x_0 \Leftrightarrow l_s(x_0) = l_d(x_0) = f(x_0)$

1. Asimptote verticale

Definiție: Fie $f : E \rightarrow R, a \in R$ punct de acumulare pentru E . Se spune că dreapta $x = a$ este asimptotă verticală la stanga pentru f , dacă $\lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x < a}} f(x) = \infty$ sau $\lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x < a}} f(x) = -\infty$.

2. Asimptote oblice

Teorema : Fie $f : E \rightarrow R$, unde E conține un interval de forma (a, ∞)

Dreapta $y = mx + n, m \neq 0$ este asimptotă oblică spre $+\infty$ la graficul lui f dacă și numai dacă m, n sunt numere reale finite, unde $m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}, n = \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - mx]$. Analog la $-\infty$.

3. Asimptote orizontale

Dacă $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = l, l$ număr finit atunci $y = l$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul lui f .

Analog la $-\infty$

Obs : O funcție nu poate admite atât asimptotă orizontală cât și oblică spre $+\infty (-\infty)$

DERIVABILITATE

Definiție: Fie $f : D \rightarrow R, x_0 \in D$ punct de acumulare pentru D . Derivata într-un punct: $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.

f este derivabilă în x_0 dacă limita precedentă există și este finită.

• Dacă f este derivabilă în x_0 , graficul funcției are în punctul $M_0(x_0, f(x_0))$ tangentă a cărei pantă este $f'(x_0)$. Ecuația tangentei este: $y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$.

Teoremă: Fie $f : D \rightarrow R, x_0 \in D$ punct de acumulare pentru $D \Rightarrow f$ este derivabilă în punctul de acumulare $x_0 \Leftrightarrow f'_s(x_0) = f'_d(x_0) \in R$ (finite) $\Leftrightarrow \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x < x_0}} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x > x_0}} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \in R$.

Teoremă . Orice funcție derivabilă într-un punct este continuă în acel punct.

Puncte de întoarcere. Puncte unghiulare.

Definiții: Fie $f : D \rightarrow R, x_0 \in D$ punct de acumulare pentru D . Punctul x_0 se numește punct de întoarcere al funcției f , dacă f este continuă în x_0 și are derivate laterale infinite și diferite în acest punct. Punctul x_0 se numește punct unghiular al funcției f dacă f este continuă în x_0 , are derivate laterale diferite în x_0 și cel puțin o derivată laterală este finită.

Derivatele funcțiilor elementare

Funcția	Derivata
c	0
x	1
$x^n, n \in \mathbf{N}^*$	nx^{n-1}
$x^r, r \in \mathbf{R}$	rx^{r-1}
\sqrt{x}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$\sqrt[n]{x}$	$\frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x
$a^x (a > 0, a \neq 1)$	$a^x \ln a$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\operatorname{ctg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\operatorname{arctg} x$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\operatorname{arcctg} x$	$-\frac{1}{1+x^2}$

Reguli de derivare

$$(f \pm g)' = f' \pm g'; (f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'; (\lambda \cdot f)' = \lambda \cdot f'; \left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$$

$$(f \circ u)' = f'(u) \cdot u'$$

Proprietățile funcțiilor derivabile

Definiție: Fie $f: D \rightarrow \mathbf{R}$. Un punct $x_0 \in D$ se numește punct de maxim local (respectiv de minim local) al lui f dacă există o vecinătate U a punctului x_0 astfel încât $f(x) \leq f(x_0)$ (respectiv $f(x) \geq f(x_0)$) pentru orice $x \in D \cap U$.

Dacă $f(x) \leq f(x_0)$ (respectiv $f(x) \geq f(x_0)$) pentru orice $x \in D$ atunci x_0 se numește punct de maxim absolut (respectiv minim absolut).

Teoremă . (Fermat) Fie I un interval deschis și $x_0 \in I$ un punct de extrem al unei funcții $f: I \rightarrow \mathbf{R}$. Dacă f este derivabilă în punctul x_0 atunci $f'(x_0) = 0$.

Definiție: O funcție $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ ($a < b$) se numește funcție Rolle dacă este continuă pe intervalul compact $[a, b]$ și derivabilă pe intervalul deschis (a, b) .

Teorema lui Rolle

Fie $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, $a < b$ o funcție Rolle astfel încât $f(a) = f(b)$, atunci există cel puțin un punct $c \in (a, b)$ astfel încât $f'(c) = 0$.

Teorema(teorema lui J. Lagrange). Fie f o funcție Rolle pe un interval compact $[a, b]$. Atunci $\exists c \in (a, b)$ astfel încât $f(b) - f(a) = (b - a)f'(c)$

Consecințe:

1. Dacă o funcție derivabilă are derivata nulă pe un interval atunci ea este constantă pe acel interval.
2. Dacă două funcții derivabile au derivatele egale pe un interval atunci ele diferă printr-o constantă pe acel interval.

Rolul primei derivate

3. Fie f o funcție derivabilă pe un interval I .

Dacă $f'(x) > 0$ ($f'(x) \geq 0$), $\forall x \in I$, atunci f este strict crescătoare (crescătoare) pe I .

Dacă $f'(x) < 0$ ($f'(x) \leq 0$), $\forall x \in I$, atunci f este strict descrescătoare (descrescătoare) pe I .

4. Fie $f: D \rightarrow \mathbb{R}$, D interval și $x_0 \in D$. Dacă

1) f este continuă în x_0

2) f este derivabilă pe $D - \{x_0\}$

3) există $\lim_{x \rightarrow x_0} f'(x) = l \in \overline{\mathbb{R}}$

atunci f are derivată în x_0 și $f'(x_0) = l$. Dacă $l \in \mathbb{R}$ atunci f este derivabilă în x_0 .

Observație: Cu ajutorul primei derivate se stabilesc intervalele de monotonie ale unei funcții derivabile și se determină punctele de extrem local.

Rolul derivatei a doua

Teoremă: Fie f o funcție de două ori derivabilă pe I .

Dacă $f''(x) \geq 0$, $\forall x \in I$, atunci f este convexă pe I .

Dacă $f''(x) \leq 0$, $\forall x \in I$, atunci f este concavă pe I .

Definiție: Fie f o funcție continuă pe I și $x_0 \in I$ punct interior intervalului. Spunem că x_0 este punct de inflexiune al graficului funcției dacă f este convexă pe o vecinătate stânga a lui x_0 și concavă pe o vecinătate dreapta a lui x_0 sau invers.

Observație: Cu ajutorul derivatei a doua se stabilesc intervalele de convexitate și concavitate și se determină punctele de inflexiune

ALGEBRĂ LEGI DE COMPOZIȚIE

Def: o aplicație $\varphi : M \times M \rightarrow M$, $(x, y) \rightarrow \varphi(x, y)$ se numește **lege de compoziție internă** pe mulțimea M .

Notății: 1) notație aditivă $\varphi(x, y) = x + y$ (sumă)

2) notație multiplicativă $\varphi(x, y) = x \cdot y$ (produs)

Parte stabilă

Def: Fie o mulțime $M \neq \emptyset$ și $\varphi : M \times M \rightarrow M$ o lege de compoziție pe M .

O submulțime $S \subseteq M$ se numește **parte stabilă** a lui M în raport cu legea de compoziție φ , dacă $\forall x, y \in M$, $\varphi(x, y) \in M$.

Proprietăți: Fie $M \neq \emptyset$ și $\bullet : M \times M \rightarrow M$ o lege de compoziție pe M .

1) **Comutativitatea:** $\forall x, y \in M$, $x \bullet y = y \bullet x$

Exemplu: $\varphi : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $\varphi(x, y) = 2xy + x + y + 3 = 2yx + y + x + 3 = \varphi(y, x)$.

2) **Asociativitatea:** $\forall x, y, z \in M$, $(x \bullet y) \bullet z = x \bullet (y \bullet z)$

Contraexemplu: scăderea pe \mathbb{Z} este lege de compoziție neasociativă, deoarece $(3-7)-9 \neq 3-(7-9)$.

3) **Elementul neutru:** $\exists e \in M$ a. î. $\forall x \in M$, $e \bullet x = x \bullet e = x$

4) **Elementele simetrizabile:**

Elementul $x \in M$ se numește simetrizabil în raport cu legea "•" dacă $\exists x' \in M$ a. î. $x \bullet x' = x' \bullet x = e$.

Def: Perechea (M, \bullet) se numește **monoid** dacă legea de compoziție \bullet este asociativă și admite element neutru.

GRUPURI

Def: Fie G o mulțime nevidă și $\bullet : G \times G \rightarrow G$ o lege de compoziție pe G . Perechea (G, \bullet) se numește **grup** dacă legea de compoziție:

1) este asociativă: $(x \bullet y) \bullet z = x \bullet (y \bullet z)$, $\forall x, y, z \in M$

2) admite element neutru: $\exists e \in M$, a. î. $e \bullet x = x \bullet e = x$, $\forall x \in M$

3) admite câte un element simetrizabil pentru oricare element al mulțimii G :

$$\forall x \in M, \exists x' \in M \text{ a. î. } x \bullet x' = x' \bullet x = e$$

Dacă legea de compoziție este și comutativă: $x \bullet y = y \bullet x$, $\forall x, y \in M$,
atunci grupul se numește **comutativ** sau **abelian**.

Exercițiu rezolvat: Să se arate că mulțimea matricelor reale de forma $\begin{pmatrix} a & 0 \\ b & c \end{pmatrix}$, $ac \neq 0$ determină un grup

multiplicativ față de înmulțirea matricelor.

Rezolvare: Cum $\begin{pmatrix} a & 0 \\ b & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a' & 0 \\ b' & c' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} aa' & 0 \\ a'b + b'c & cc' \end{pmatrix}$, operația este peste tot definită. În general ea nu este

comutativă, deoarece $a'b + b'c \neq ab' + bc'$. Operația este asociativă (înmulțirea matricelor). Notând elementul neutru cu $\begin{pmatrix} x & 0 \\ y & z \end{pmatrix}$, trebuie să avem $\begin{pmatrix} a & 0 \\ b & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & 0 \\ y & z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & c \end{pmatrix}$, de unde acesta este $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Elementul simetric

al matricei $\begin{pmatrix} a & 0 \\ b & c \end{pmatrix}$ este $\begin{pmatrix} \frac{1}{a} & 0 \\ -\frac{b}{ac} & \frac{1}{c} \end{pmatrix}$.

MORFISME DE GRUPURI

Fie (G_1, \bullet) și (G_2, \circ) două grupuri.

Def. 1: Funcția $f : G_1 \rightarrow G_2$ se numește **morfism de grupuri** dacă

$$f(x \bullet y) = f(x) \circ f(y), \forall x, y \in G_1.$$

Def. 2: Funcția $f: G_1 \rightarrow G_2$ se numește **izomorfism de grupuri** dacă f este morfism de grupuri și este funcție bijectivă.

Def. 3: Grupurile (G_1, \bullet) și (G_2, \circ) se numesc **grupuri izomorfe** și se scrie $G_1 \cong G_2$ dacă între ele există cel puțin un izomorfism de grupuri.

Exemplu: $f: (\mathbb{R}, +) \rightarrow (\mathbb{R}_+^*, \cdot)$, $f(x) = a^x$, cu a număr real, pozitiv și $a \neq 1$ este morfism de grupuri. În particular $f(x) = e^x$.

Justificare: $\forall x, y \in \mathbb{R}$, avem: $f(x+y) = a^{x+y} = a^x \cdot a^y = f(x) \cdot f(y)$. Elementele neutre în cele două grupuri sunt 0 și 1, și avem $f(0) = a^0 = 1$. În \mathbb{R} , elementul simetric al lui x este $-x$, iar în \mathbb{R}_+^* , elementul a^x are simetricul a^{-x} .

f este chiar izomorfism de grupuri, deoarece am văzut că este morfism și, în plus, este bijectiv.

Deci $(\mathbb{R}, +) \cong (\mathbb{R}_+^*, \cdot)$.

INELE

Definiție. Fie A o mulțime nevidă și legile de compoziție $\perp: A \times A \rightarrow A$ și $T: A \times A \rightarrow A$.

Tripletul (A, \perp, T) se numește **inel** dacă se verifică:

A1. Axiomele grupului, deci (A, \perp) -grup comutativ:

- \perp este asociativă;
- \perp este comutativă;
- \perp admite element neutru;
- toate elementele lui A sunt simetrizabile față de \perp .

A2: Axiomele monoidului, deci (A, T) -monoid:

- T este asociativă;
- T admite element neutru.

A3: Axiomele distributivității:

$$x T (y \perp z) = (x T y) \perp (x T z), \forall x, y, z \in A;$$

$$(x \perp y) T z = (x T z) \perp (y T z), \forall x, y, z \in A.$$

Dacă legea de compoziție T este comutativă, atunci (A, \perp, T) se numește **inel comutativ**.

Elementele simetrizabile din monoidul (A, T) se numesc **elementele inversabile ale inelului** sau **unități ale inelului** și se notează cu $U(A)$. Perechea $(U(A), T)$ este grup, numit **grupul unităților** inelului A .

Exemple: $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$, $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$, $(\mathbb{R}, +, \cdot)$, $(\mathbb{C}, +, \cdot)$, sunt inele comutative.

Exercițiu rezolvat 1: Pe mulțimea \mathbb{Z} se definesc legile de compoziție \circ și $*$ prin:

$$x \circ y = x + y - 5$$

$$x * y = xy - 5x - 5y + 30$$

Rezolvare:

A1:

- $\forall x, y, z \in \mathbb{Z}$, $x \circ (y \circ z) = x \circ (y + z - 5) = x + y + z - 5 - 5 = (x + y - 5) + z - 5 = (x \circ y) \circ z$
- $\forall x, y \in \mathbb{Z}$, $x \circ y = x + y - 5 = y + x - 5 = y \circ x$
- $\exists e \in \mathbb{Z}$, a. î. avem $x \circ e = e \circ x = x$, $\forall x \in \mathbb{Z}$.
 $x \circ e = x$, de unde $x + e - 5 = x$, deci $e = 5$ este elementul neutru al legii \circ .
- $\forall x \in \mathbb{Z}$, $\exists x' \in \mathbb{Z}$ a. î. $x \circ x' = x' \circ x = e$
 $x \circ x' = e$ sau $x \circ x' = 5$, adică $x + x' - 5 = 5$, deci $x' = -x + 10$.

A2:

$$- \forall x, y, z \in \mathbb{Z}, x * (y * z) = x * (yz - 5y - 5z + 30) = xyz - 5xy - 5xz + 30x - 5x - 5yz + 25y + 25z - 150 + 30 =$$

$$= xyz - 5xy - 5xz - 5yz + 25x + 25y + 25z - 120. \quad (1)$$

$$(x * y) * z = (xy - 5x - 5y + 30) * z = xyz - 5xz - 5yz + 30z - 5xy + 25x + 25y - 150 - 5z + 30 =$$

$$= xyz - 5xy - 5xz - 5yz + 25x + 25y + 25z - 120. \quad (2)$$

Din (1) și (2) $\Rightarrow x * (y * z) = (x * y) * z$.

- $\exists e \in \mathbb{Z}$ a. î. să avem: $x * e = x * e = x$, $\forall x \in \mathbb{Z}$,

$$xe - 5x - 5e + 30 = x \Rightarrow e(x - 5) = 6x - 30 \Rightarrow e = \frac{6(x-5)}{x-5} = 6, \text{ pentru } x \neq 5.$$

Verific și pentru 5: $\mathbf{x * e} = 5 * 6 = 30 - 25 - 30 + 30 = 5 = \mathbf{x}$. Deci $\mathbf{e} = \mathbf{6}$ este elementul neutru al legii $*$.

A3:

$$\forall x, y, z \in \mathbf{Z}, \mathbf{x * (y \circ z)} = x * (y + z - 5) = xy + xz - 10x - 5y - 5z + 55 \quad (1)$$

$$(\mathbf{x * y}) \circ (\mathbf{x * z}) = (xy - 5x - 5y + 30) \circ (xz - 5x - 5z + 30) = xy + xz - 10x - 5y - 5z + 55 \quad (2)$$

Din (1) și (2) $\Rightarrow \mathbf{x * (y \circ z)} = (\mathbf{x * y}) \circ (\mathbf{x * z})$.

Analog demonstrăm că $(\mathbf{x \circ y}) * \mathbf{z} = (\mathbf{x * z}) \circ (\mathbf{y * z})$, $\forall x, y, z \in \mathbf{Z}$.

Deci tripletul $(\mathbf{Z}, \circ, *)$ este inel comutativ.

CORPURI

Definiție. Fie A o mulțime nevidă și legile de compoziție $\perp : A \times A \rightarrow A$ și $T : A \times A \rightarrow A$.

Inelul (A, \perp, T) se numește **corp** dacă orice element al său, cu excepția elementului neutru din (A, \perp) , este inversabil în raport cu legea de compoziție T .

Dacă T este comutativă, corpul se numește **corp comutativ**.

Exercițiu rezolvat 2:

Pe mulțimea \mathbf{R} se definesc legile de compoziție \circ și $*$ prin:

$$x \circ y = x + y - 2$$

$$x * y = xy - 2x - 2y + 6$$

Rezolvare: Verificăm axiomele inelului și, în plus, studiem ce elemente sunt inversabile în raport cu legea „ $*$ ”.

A1:

$$- \forall x, y, z \in \mathbf{R}, \mathbf{x \circ (y \circ z)} = x \circ (y + z - 2) = x + y + z - 2 - 2 = (x + y - 2) + z - 2 = (\mathbf{x \circ y}) \circ \mathbf{z}$$

$$- \forall x, y \in \mathbf{R}, \mathbf{x \circ y} = x + y - 2 = y + x - 2 = \mathbf{y \circ x}$$

$$- \exists e \in \mathbf{R}, \text{ a. î. avem } \mathbf{x \circ e} = \mathbf{e \circ x} = \mathbf{x}, \forall x \in \mathbf{R}.$$

$$x \circ e = x, \text{ de unde } x + e - 2 = x, \text{ deci } \mathbf{e} = 2.$$

$$- \forall x \in \mathbf{R}, \exists x' \in \mathbf{R}, \text{ a. î. } \mathbf{x \circ x'} = \mathbf{x' \circ x} = \mathbf{e}$$

$$x \circ x' = e \text{ sau } x + x' - 2 = 2, \text{ adică } x + x' - 2 = 2, \text{ de unde } \mathbf{x'} = 4 - x.$$

A2:

$$- \forall x, y, z \in \mathbf{R}, \mathbf{x * (y * z)} = x * (yz - 2y - 2z + 6) = xyz - 2xy - 2xz + 6x - 2x - 2yz + 4y + 4z - 12 + 3 =$$

$$= xyz - 2xy - 2xz - 2yz + 4x + 4y + 4z - 9 \quad (1)$$

$$(\mathbf{x * y}) * \mathbf{z} = (xy - 2x - 2y + 3) * z = xyz - 2xz - 2yz + 6z - 2xy + 4x + 4y - 12 - 2z + 3 =$$

$$= xyz - 2xy - 2xz - 2yz + 4x + 4y + 4z - 9 \quad (2)$$

Din (1) și (2) $\Rightarrow \mathbf{x * (y * z)} = (\mathbf{x * y}) * \mathbf{z}$.

$$- \forall x, y \in \mathbf{R}, \mathbf{x * y} = xy - 2x - 2y + 6 = yx - 2y - 2x + 6 = \mathbf{y * x}$$

$$- \exists e \in \mathbf{R} \text{ a. î. să avem: } \mathbf{x * e'} = \mathbf{x * e'} = \mathbf{x}, \forall x \in \mathbf{R},$$

$$x * e' = x \Rightarrow xe' - 2x - 2e' + 6 = x \Rightarrow e'(x - 2) = 3x - 6 \Rightarrow e' = \frac{3(x-2)}{x-2} = 3, \text{ pentru } x \neq 2.$$

Probăm și pentru $x = 2$: $\mathbf{x * e} = 2 * 3 = 6 - 4 - 6 + 6 = 2 = \mathbf{x}$. Deci $\mathbf{e'} = \mathbf{3}$ este elementul neutru al legii $*$.

$$- \forall x \in \mathbf{R}, \exists x' \in \mathbf{R} \text{ a. î. } \mathbf{x * x'} = \mathbf{x' * x} = 3 \Rightarrow xx' - 2x - 2x' + 6 = 3 \Rightarrow x' = \frac{2x-3}{x-2}, \text{ pentru } x \neq 2.$$

A3:

$$\forall x, y, z \in \mathbf{R}, \mathbf{x * (y \circ z)} = x * (y + z - 2) = xy + xz - 4x - 2y - 2z + 10 \quad (1)$$

$$(\mathbf{x * y}) \circ (\mathbf{x * z}) = (xy - 2x - 2y + 6) \circ (xz - 2x - 2z + 6) = xy + xz - 4x - 2y - 2z + 10$$

$$(2)$$

Din (1) și (2) $\Rightarrow \mathbf{x * (y \circ z)} = (\mathbf{x * y}) \circ (\mathbf{x * z})$.

Analog demonstrăm că $(\mathbf{x \circ y}) * \mathbf{z} = (\mathbf{x * z}) \circ (\mathbf{y * z})$, $\forall x, y, z \in \mathbf{R}$.

Deci tripletul $(\mathbf{R}, \circ, *)$ este corp comutativ.

RESTURI modulo n

$$\begin{array}{r|l} a & n \\ \hline & c \\ \hline r & \end{array}$$

Fie $a \in \mathbb{Z}$ și $n \in \mathbb{N}^*$.

Conform teoremei de împărțire cu rest,

există și sunt unice două numere întregi c, r astfel încât $a = n \cdot c + r$, $0 \leq r < n$.

$a = \text{deîmpărțit}; n = \text{împărțitor}; c = \text{cât}; r = \text{rest.}$

Atenție. RESTUL ÎMPĂRȚIRII ESTE MAI MIC DECÂT ÎMPĂRȚITORUL.

Notăție: **Restul împărțirii lui a la n** se mai notează cu $a \bmod n$ și se citește **a modulo n**.

Exp. $7 \bmod 3 = 1$ deoarece $7 = 3 \cdot 2 + 1$ și $1 < 3$; $13 \bmod 5 = 3$ deoarece $13 = 5 \cdot 2 + 3$ și $3 < 5$;

$4 \bmod 8 = 4$ deoarece $4 = 8 \cdot 0 + 4$ și $4 < 8$; $8 \bmod 11 = 8$ deoarece $8 = 11 \cdot 0 + 8$ și $8 < 11$; $2 \bmod 5 = 2$ deoarece $2 = 5 \cdot 0 + 2$ și $2 < 5$;

$1 \bmod 7 = 1$ deoarece $1 = 7 \cdot 0 + 1$ și $1 < 7$; $6 \bmod 9 = 6$ deoarece $6 = 9 \cdot 0 + 6$ și $6 < 9$; $203 \bmod 9 = 5$ deoarece $203 = 9 \cdot 22 + 5$ și $5 < 9$.

OBS. Dacă a și n sunt numere naturale, $n \neq 0$, și $a < n$ atunci restul împărțirii lui a la n este egal cu a.

$-5 \bmod 3 = 1$ deoarece $-5 = 3 \cdot (-2) + 1$; **ATENȚIE !!! restul trebuie întotdeauna să fie pozitiv.**

$-4 \bmod 5 = 1$ deoarece $-4 = 5 \cdot (-1) + 1$; $-17 \bmod 5 = 3$ deoarece $-17 = 5 \cdot (-4) + 3$; $-23 \bmod 5 = 2$ deoarece $-23 = 5 \cdot (-5) + 2$.

CLASE DE RESTURI modulo n

Fie $a \in \mathbb{Z}$ și $n \in \mathbb{N}^*$.

Notăm cu $\hat{0} = \{ a \in \mathbb{Z} \mid a \bmod n = 0 \}$ = mulțimea numerelor întregi care împărțite la n dau restul 0.

Exp: dacă $n=5$, atunci $\hat{0} = \{ \dots, -15; -10; -5; 0; 5; 10; 15, \dots \}$

$\hat{1} = \{ a \in \mathbb{Z} \mid a \bmod n = 1 \}$ = mulțimea numerelor întregi care împărțite la n dau restul 1.

Exp: dacă $n=5$, atunci $\hat{1} = \{ \dots, -14; -9; -4; 1; 6; 11; 16, \dots \}$

$\hat{2} = \{ a \in \mathbb{Z} \mid a \bmod n = 2 \}$ = mulțimea numerelor întregi care împărțite la n dau restul 2.

Exp: dacă $n=5$, atunci $\hat{2} = \{ \dots, -13; -8; -3; 2; 7; 12; 17, \dots \}$ ș.a.m.d.

$\hat{n-1} = \{ a \in \mathbb{Z} \mid a \bmod n = n-1 \}$ = mulțimea numerelor întregi care împărțite la n dau restul n-1.

Mulțimea $Z_n = \{ \hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \dots, \hat{n-1} \}$ se numește mulțimea claselor de resturi modulo n.

EXP. $Z_2 = \{ \hat{0}, \hat{1} \}$; $Z_3 = \{ \hat{0}, \hat{1}, \hat{2} \}$; $Z_4 = \{ \hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3} \}$; $Z_9 = \{ \hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \dots, \hat{8} \}$ ș.a.m.d.

Pe Z_n definim două legi de compoziție:

$\hat{a} + \hat{b} = \widehat{a + b} = (a + b) \bmod n \Rightarrow$ adunarea claselor de resturi modulo n

$\hat{a} \cdot \hat{b} = \widehat{a \cdot b} = (a \cdot b) \bmod n \rightarrow$ înmulțirea claselor de resturi modulo n.

EXP dacă $n=5$ atunci $\hat{4} + \hat{3} = (4 + 3) \bmod 5 = \hat{2}$; $\hat{3} + \hat{2} = (3 + 2) \bmod 5 = \hat{0}$; $\hat{3} \cdot \hat{2} = (3 \cdot 2) \bmod 5 = \hat{1}$; $\hat{4} \cdot \hat{4} = (4 \cdot 4) \bmod 5 = \hat{1}$.

ATENȚIE. TOTDEAUNA CÂND FACEM CALCULE CU ELEMENTE DIN Z_n REZULTATUL ESTE UN ELEMENT DIN Z_n .

Exp: 1) Să se calculeze $\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} + \dots + \hat{10}$ în Z_{11} , Z_{15} , Z_{50} .

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$1 + 2 + 3 + \dots + 10 = \frac{10(10+1)}{2} = \frac{10 \cdot 11}{2} = 5 \cdot 11$, atunci $\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} + \dots + \hat{10} = \widehat{(5 \cdot 11) \bmod 11} = \widehat{55 \bmod 11} = \hat{0}$ în Z_{11}

$\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} + \dots + \hat{10} = \widehat{(5 \cdot 11) \bmod 15} = \widehat{55 \bmod 15} = \hat{10}$ în Z_{15} ; $\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} + \dots + \hat{10} = \widehat{(5 \cdot 11) \bmod 50} = \widehat{55 \bmod 50} = \hat{5}$ în Z_{50}

2) Să se calculeze suma $\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} + \dots + \widehat{2014}$ în Z_{2015} .

$$\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} + \dots + \widehat{2014} = \underbrace{(\hat{1} + \widehat{2014}) + (\hat{2} + \widehat{2013}) + (\hat{3} + \widehat{2012}) + \dots + (\widehat{1007} + \widehat{1008})}_{1007 \text{ grupe}} = \underbrace{\hat{0} + \hat{0} + \hat{0} + \dots + \hat{0}}_{de 1007 \text{ ori}} = \hat{0}$$

Proprietățile adunării claselor de resturi modulo n

Iată un exemplu. $Z_6 = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}, \hat{5}\}$. Pentru că mulțimea este finită vom face tabla operației.

+	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{3}$	$\hat{4}$	$\hat{5}$
$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{3}$	$\hat{4}$	$\hat{5}$
$\hat{1}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{3}$	$\hat{4}$	$\hat{5}$	$\hat{0}$
$\hat{2}$	$\hat{2}$	$\hat{3}$	$\hat{4}$	$\hat{5}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$
$\hat{3}$	$\hat{3}$	$\hat{4}$	$\hat{5}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$
$\hat{4}$	$\hat{4}$	$\hat{5}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{3}$
$\hat{5}$	$\hat{5}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{3}$	$\hat{4}$

- Se observă că dacă compunem două elemente din Z_6 rezultatul este tot un element din Z_6 , ceea ce înseamnă că Z_6 este parte stabilă a lui Z_n în raport cu adunarea modulo n;

- $(\hat{1} + \hat{2}) + \hat{5} = \hat{3} + \hat{5} = \hat{8} = \hat{2}$ iar $\hat{1} + (\hat{2} + \hat{5}) = \hat{1} + \hat{7} = \hat{8} = \hat{2}$ ceea ce ne poate conduce la a arăta că **legea este asociativă de altfel**

$$\widehat{(\hat{a} + \hat{b}) + \hat{c}} = \widehat{(\hat{a} + \hat{b}) + \hat{c}} = \widehat{(\hat{a} + \hat{b}) + \hat{c}} = \widehat{a + (b + c)} = \widehat{a + (b + c)} = \widehat{a + (b + c)}, \hat{a}, \hat{b}, \hat{c} \in Z_n$$

- Tabla legii este simetrică față de diagonala principală deci **legea este**

comutativă, după cum se poate ușor observa că $\widehat{\hat{a} + \hat{b}} = \widehat{\hat{a} + \hat{b}} = \widehat{\hat{b} + \hat{a}} = \widehat{\hat{b} + \hat{a}},$

$$\widehat{\forall \hat{a}, \hat{b} \in Z_n}$$

- $\hat{0}$ este **elementul neutru** al legii deoarece lasă toate elementele din Z_n neschimbate ;

$$\widehat{\hat{a} + \hat{0}} = \widehat{\hat{0} + \hat{a}} = \widehat{\hat{a}}, \forall \hat{a} \in Z_n$$

- Dacă **notăm cu $-\hat{a}$ simetricul** (opusul la adunare) **lui a** atunci: $-\hat{0} = \hat{0}$; $-\hat{1} = \hat{5}$; $-\hat{2} = \hat{4}$; $-\hat{3} = \hat{3}$; $-\hat{4} = \hat{2}$; $-\hat{5} = \hat{1}$ (fiecare element compus cu simetricul său trebuie să dea elementul neutru), deci toate au simetric.

$$\widehat{\hat{a} + (-\hat{a})} = \widehat{(-\hat{a}) + \hat{a}} = \widehat{\hat{0}}, \forall \hat{a} \in Z_n$$

REȚINE: $\widehat{-\hat{a}} = \widehat{n - \hat{a}}$ Într-adevăr $\widehat{\hat{a} + n - \hat{a}} = \widehat{a + n - a} = \widehat{n} = \widehat{\hat{0}}$ și atunci $-\hat{4} = \widehat{6 - 4} = \widehat{2}$ sau $-\hat{1} = \widehat{6 - 1} = \widehat{5}$ **pentru a găsi simetricul unui element urmărim pe linia sau pe coloana numărului dorit acolo unde apare 0.**

Exemplu: simetricul lui $\hat{2}$ este $\hat{4}$ deoarece pe linia (coloana) lui $\hat{2}$, $\hat{0}$ apare în dreptul lui $\hat{4}$, sau: simetricul lui $\hat{3}$ este $\hat{3}$ deoarece pe linia (coloana) lui $\hat{3}$, $\hat{0}$ este apare în dreptul lui $\hat{3}$ etc.

Proprietățile înmulțirii claselor de resturi modulo n

·	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{3}$	$\hat{4}$	$\hat{5}$
$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{0}$
$\hat{1}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{3}$	$\hat{4}$	$\hat{5}$
$\hat{2}$	$\hat{0}$	$\hat{2}$	$\hat{4}$	$\hat{0}$	$\hat{2}$	$\hat{4}$
$\hat{3}$	$\hat{0}$	$\hat{3}$	$\hat{0}$	$\hat{3}$	$\hat{0}$	$\hat{3}$
$\hat{4}$	$\hat{0}$	$\hat{4}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$	$\hat{4}$	$\hat{2}$
$\hat{5}$	$\hat{0}$	$\hat{5}$	$\hat{4}$	$\hat{3}$	$\hat{2}$	$\hat{1}$

- Se observă că dacă compunem două elemente din Z_6 rezultatul este tot un element din Z_6 , ceea ce înseamnă că Z_6 este parte stabilă a lui Z_n în raport cu înmulțirea modulo n;

- $(\hat{3} \cdot \hat{4}) \cdot \hat{5} = \widehat{12 \cdot 5} = \widehat{0 \cdot 5} = \widehat{0}$ iar $\hat{3} \cdot (\hat{4} \cdot \hat{5}) = \hat{3} \cdot \widehat{20} = \hat{3} \cdot \hat{2} = \widehat{6} = \widehat{0}$ ceea ce ne poate conduce la a arăta că **legea este asociativă de altfel**

$$\widehat{(\hat{a} \cdot \hat{b}) \cdot \hat{c}} = \widehat{(\hat{a} \cdot \hat{b}) \cdot \hat{c}} = \widehat{(\hat{a} \cdot \hat{b}) \cdot \hat{c}} = \widehat{a \cdot (b \cdot c)} = \widehat{a \cdot (b \cdot c)} = \widehat{a \cdot (b \cdot c)}, \forall \hat{a}, \hat{b}, \hat{c} \in Z_n$$

- Tabla legii este simetrică față de diagonala principală deci **legea este**

comutativă, după cum se poate ușor observa că $\widehat{\hat{a} \cdot \hat{b}} = \widehat{\hat{a} \cdot \hat{b}} = \widehat{\hat{b} \cdot \hat{a}} = \widehat{\hat{b} \cdot \hat{a}},$

$$\widehat{\forall \hat{a}, \hat{b} \in Z_n}$$

- $\hat{1}$ este **elementul neutru al legii** deoarece lasă toate elementele din Z_n neschimbate: $\widehat{\hat{a} \cdot \hat{1}} = \widehat{\hat{1} \cdot \hat{a}} = \widehat{\hat{a}},$

$$\widehat{\forall \hat{a} \in Z_n}$$

- Dacă **notăm cu \hat{a}^{-1} simetricul** (inversul la înmulțire) **lui a** atunci: $\hat{0}^{-1} = \text{nu există}$; $\hat{1}^{-1} = \hat{1}$; $\hat{2}^{-1} = \text{nu există}$; $\hat{3}^{-1} = \text{nu există}$; $\hat{4}^{-1} = \text{nu există}$; $\hat{5}^{-1} = \hat{5}$ (fiecare element compus cu simetricul său trebuie să dea elementul neutru), deci **nu toate elementele au simetric.**

- **pentru a găsi simetricul unui element urmărim pe linia sau pe coloana numărului dorit, acolo unde apare 1.**

Exemplu: simetricul lui $\hat{5}$ este $\hat{5}$ deoarece pe linia (coloana) lui $\hat{5}$, $\hat{1}$ apare în dreptul elementului $\hat{5}$, sau simetricul lui $\hat{1}$ este $\hat{1}$ deoarece pe linia (coloana) lui $\hat{1}$, $\hat{1}$ apare în dreptul elementului $\hat{1}$. Celelalte elemente nu conțin pe linii sau pe coloane pe $\hat{1}$ (elementul neutru), deci nu au simetric.

Deci $(Z_n, +, \cdot)$ formează un inel comutativ.

TEMĂ. Alcătuiți tablele adunării și înmulțirii claselor de resturi modulo n pentru Z_1 ; Z_2 ; Z_3 ; Z_4 ; Z_5 ; Z_7 și determinați pentru fiecare caz în parte simetricele. Ce observați la Z_3 ; Z_5 și Z_7 ?

Proprietate . Un element $\hat{a} \in Z_n$ este inversabil în $Z_n \Leftrightarrow a$ este număr prim cu n adică c.m.m.d.c

$$\widehat{(a, n)} = 1.$$

Notăm cu $U(\mathbf{Z}_n) = \text{mulțimea elementelor inversabile din } \mathbf{Z}_n$. Atunci $U(\mathbf{Z}_p) = \mathbf{Z}_p^*$, p nr prim.

Exemple. $U(\mathbf{Z}_5) = \{\hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}\}$; $U(\mathbf{Z}_8) = \{\hat{1}, \hat{3}, \hat{5}, \hat{7}\}$; $U(\mathbf{Z}_{10}) = \{\hat{1}, \hat{3}, \hat{5}, \hat{7}, \hat{9}\}$; $U(\mathbf{Z}_{12}) = \{\hat{1}, \hat{5}, \hat{7}, \hat{11}\}$; $U(\mathbf{Z}_{20}) = \{\hat{1}, \hat{3}, \hat{7}, \hat{9}, \hat{11}, \hat{13}, \hat{17}, \hat{19}\}$.

De reținut:

$(\mathbf{Z}_n, +)$ formează grup comutativ (\mathbf{Z}_n, \cdot) nu este grup; (\mathbf{Z}_p^*, \cdot) este grup $\Leftrightarrow p$ este număr prim;
 $(\mathbf{Z}_n, +, \cdot)$ este inel comutativ; $(\mathbf{Z}_p, +, \cdot)$ este corp comutativ $\Leftrightarrow p$ este număr prim.

Exerciții rezolvate.

1. Să se rezolve în \mathbf{Z}_4 ecuația $\hat{3}x + \hat{2} = \hat{0}$

Soluție : $\mathbf{Z}_4 = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}\}$

Metoda 1. Pentru $x = \hat{0}$ avem $\hat{3}x + \hat{2} = \hat{3} \cdot \hat{0} + \hat{2} = \hat{2} \neq \hat{0} \Rightarrow x = \hat{0}$ nu este soluție;

$x = \hat{1}$ avem $\hat{3}x + \hat{2} = \hat{3} \cdot \hat{1} + \hat{2} = \hat{1} \neq \hat{0} \Rightarrow x = \hat{1}$ nu este soluție;

$x = \hat{2}$ avem $\hat{3}x + \hat{2} = \hat{3} \cdot \hat{2} + \hat{2} = \hat{2} + \hat{2} = \hat{0} \Rightarrow x = \hat{2}$ este soluție;

$x = \hat{3}$ avem $\hat{3}x + \hat{2} = \hat{3} \cdot \hat{3} + \hat{2} = \hat{1} + \hat{2} = \hat{3} \neq \hat{0} \Rightarrow x = \hat{3}$ nu este soluție;

Așadar singura soluție este $x = \hat{2} \in \mathbf{Z}_4$.

Atenție!

Nu se fac împărțiri cu clase de resturi („decât dacă știi cum” adică $\mathbf{a}:\mathbf{b} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}^{-1}$, deci $\hat{a}:\hat{b} = \hat{a} \cdot \hat{b}^{-1}$ dacă și numai dacă \hat{b} este inversabil în \mathbf{Z}_n) și ca atare **ecuațiile se rezolvă prin înlocuiri succesive.**

Metoda 2. $\hat{3}x + \hat{2} = \hat{0} \Rightarrow \hat{3}x = \hat{0} - \hat{2} \Rightarrow \hat{3}x = -\hat{2} \Rightarrow \hat{3}x = \widehat{4-2} \Rightarrow \hat{3}x = \hat{2} \mid \cdot \hat{3}^{-1} = \hat{3}$, deoarece $\hat{3}$ este inversabil în \mathbf{Z}_4 , 3 fiind prim cu 4, $\Rightarrow \hat{3} \cdot \hat{3}x = \hat{2} \cdot \hat{3} \Rightarrow \hat{1}x = \hat{2} \Rightarrow x = \hat{2} \in \mathbf{Z}_4$.

2. Să se calculeze în \mathbf{Z}_5 determinantul $\begin{vmatrix} \hat{2} & \hat{3} \\ \hat{3} & \hat{2} \end{vmatrix} = \hat{2} \cdot \hat{2} - \hat{3} \cdot \hat{3} = \hat{4} - \hat{4} = \hat{0}$.

3. Să se calculeze în \mathbf{Z}_6 determinantul $\begin{vmatrix} \hat{1} & \hat{2} & \hat{3} \\ \hat{3} & \hat{1} & \hat{2} \\ \hat{2} & \hat{3} & \hat{1} \end{vmatrix}$.

$$\begin{vmatrix} \hat{1} & \hat{2} & \hat{3} \\ \hat{3} & \hat{1} & \hat{2} \\ \hat{2} & \hat{3} & \hat{1} \end{vmatrix} \stackrel{c_1+c_2+c_3}{=} \begin{vmatrix} \hat{1} + \hat{2} + \hat{3} & \hat{2} & \hat{3} \\ \hat{3} + \hat{1} + \hat{2} & \hat{1} & \hat{2} \\ \hat{2} + \hat{3} + \hat{1} & \hat{3} & \hat{1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \hat{0} & \hat{2} & \hat{3} \\ \hat{0} & \hat{1} & \hat{2} \\ \hat{0} & \hat{3} & \hat{1} \end{vmatrix} = \hat{0} \text{ sau folosind regula lui Sarrus avem}$$

$$\begin{vmatrix} \hat{1} & \hat{2} & \hat{3} \\ \hat{3} & \hat{1} & \hat{2} \\ \hat{2} & \hat{3} & \hat{1} \end{vmatrix} = \hat{1} \cdot \hat{1} \cdot \hat{1} + \hat{3} \cdot \hat{3} \cdot \hat{3} + \hat{2} \cdot \hat{2} \cdot \hat{2} - (\hat{3} \cdot \hat{1} \cdot \hat{2} + \hat{2} \cdot \hat{3} \cdot \hat{1} + \hat{1} \cdot \hat{2} \cdot \hat{3}) = \hat{1} + \hat{3} + \hat{2} - (\hat{0} + \hat{0} + \hat{0}) = \hat{0} - \hat{0} = \hat{0}.$$

4. Se consideră funcția $f: \mathbf{Z}_4 \rightarrow \mathbf{Z}_4$, $f(x) = \hat{2}x^2 + \hat{2}x + \hat{3}$. Să se determine valorile lui x pentru care $f(x) = \hat{0}$.

Soluție: $\mathbf{Z}_4 = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}\}$.

Pentru $x = \hat{0}$ avem $f(\hat{0}) = \hat{2} \cdot \hat{0}^2 + \hat{2} \cdot \hat{0} + \hat{3} = \hat{3} \neq \hat{0} \Rightarrow x = \hat{0}$ nu este soluție (rădăcină);

$x = \hat{1}$ avem $f(\hat{1}) = \hat{2} \cdot \hat{1}^2 + \hat{2} \cdot \hat{1} + \hat{3} = \hat{3} \neq \hat{0} \Rightarrow x = \hat{1}$ nu este soluție;

$x = \hat{2}$ avem $f(\hat{2}) = \hat{2} \cdot \hat{2}^2 + \hat{2} \cdot \hat{2} + \hat{3} = \hat{0} + \hat{0} + \hat{3} = \hat{3} \neq \hat{0} \Rightarrow x = \hat{2}$ nu este soluție;

$x = \hat{3}$ avem $f(\hat{3}) = \hat{2} \cdot \hat{3}^2 + \hat{2} \cdot \hat{3} + \hat{3} = \hat{2} + \hat{2} + \hat{3} = \hat{3} \neq \hat{0} \Rightarrow x = \hat{3}$ nu este soluție.

Deci ecuația $f(x) = \hat{0}$ nu are nicio soluție.

Probleme propuse

1. Să se calculeze suma elementelor mulțimilor: $\mathbf{Z}_2, \mathbf{Z}_3, \mathbf{Z}_4, \mathbf{Z}_5, \mathbf{Z}_6, \mathbf{Z}_7, \mathbf{Z}_9$. CE OBSERVAȚI?

2. Să se calculeze suma $\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} + \dots + \hat{10}$ în $\mathbf{Z}_{22}, \mathbf{Z}_{31}, \mathbf{Z}_{40}$.

3. Să se calculeze suma $\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} + \dots + \hat{2010}$ în \mathbf{Z}_{2015} .
4. Să se calculeze suma $\hat{5} + \hat{10} + \hat{15} + \dots + \hat{2010}$ în \mathbf{Z}_{2015} .
5. Să se calculeze produsul $\hat{1} \cdot \hat{2} \cdot \hat{3} \cdot \dots \cdot \hat{7}$ în $\mathbf{Z}_{10}, \mathbf{Z}_8, \mathbf{Z}_{20}$.
6. Să se calculeze produsul $\hat{1} \cdot \hat{2} \cdot \hat{3} \cdot \dots \cdot \hat{2010}$ în \mathbf{Z}_{2015} .
7. Să se determine opusele elementelor mulțimilor: $\mathbf{Z}_2, \mathbf{Z}_3, \mathbf{Z}_4, \mathbf{Z}_5, \mathbf{Z}_6, \mathbf{Z}_7, \mathbf{Z}_9$.
8. Să se determine inversele elementelor mulțimilor: $\mathbf{Z}_2, \mathbf{Z}_3, \mathbf{Z}_4, \mathbf{Z}_5, \mathbf{Z}_6, \mathbf{Z}_7, \mathbf{Z}_9, \mathbf{Z}_{13}$.
9. Să se rezolve ecuația $\hat{2} \cdot x = \hat{0}$ în $\mathbf{Z}_3, \mathbf{Z}_4, \mathbf{Z}_5, \mathbf{Z}_6, \mathbf{Z}_7, \mathbf{Z}_9$.
10. Să se rezolve ecuația $x^2 + x = \hat{0}$ în $\mathbf{Z}_2, \mathbf{Z}_3, \mathbf{Z}_4, \mathbf{Z}_5$.
11. Să se rezolve ecuația $x^3 + x = \hat{0}$ în $\mathbf{Z}_2, \mathbf{Z}_3, \mathbf{Z}_5, \mathbf{Z}_7$.
12. Să se rezolve ecuația $\hat{2} \cdot x + 1 = \hat{0}$ în $\mathbf{Z}_3, \mathbf{Z}_5, \mathbf{Z}_7$.
13. Să se rezolve ecuația $\hat{2} \cdot x + \hat{1} = \hat{3}$ în $\mathbf{Z}_5, \mathbf{Z}_7, \mathbf{Z}_4, \mathbf{Z}_6$.
14. Să se rezolve ecuația $x + y = \hat{0}$ în $\mathbf{Z}_3, \mathbf{Z}_4, \mathbf{Z}_5$.
15. Să se rezolve ecuația $\hat{2}x + y = \hat{1}$ în $\mathbf{Z}_3, \mathbf{Z}_4, \mathbf{Z}_5$.
16. Să se calculeze în $\mathbf{Z}_4, \mathbf{Z}_5, \mathbf{Z}_6$ determinanții :

$$\begin{array}{llllll}
 \text{a)} \begin{vmatrix} \hat{2} & \hat{3} \\ \hat{3} & \hat{2} \end{vmatrix} & \text{b)} \begin{vmatrix} \hat{1} & \hat{2} \\ \hat{3} & \hat{1} \end{vmatrix} & \text{c)} \begin{vmatrix} \hat{2} & \hat{0} \\ \hat{1} & \hat{2} \end{vmatrix} & \text{d)} \begin{vmatrix} \hat{2} & \hat{1} \\ \hat{3} & \hat{2} \end{vmatrix} & \text{e)} \begin{vmatrix} \hat{0} & \hat{3} \\ \hat{2} & \hat{3} \end{vmatrix} & \text{f)} \begin{vmatrix} \hat{1} & \hat{2} & \hat{3} \\ \hat{3} & \hat{1} & \hat{2} \\ \hat{2} & \hat{3} & \hat{1} \end{vmatrix} & \text{g)} \begin{vmatrix} \hat{1} & \hat{2} & \hat{3} \\ \hat{0} & \hat{2} & \hat{2} \\ \hat{0} & \hat{0} & \hat{3} \end{vmatrix}
 \end{array}$$

Atenție ! În general un sistem format din clase de resturi se rezolvă prin **metoda substituției sau prin metoda lui Cramer când nr de ec = nr nec și determinantul matricei sistemului este un număr inversabil în \mathbf{Z}_n .**

17. Să se rezolve în $\mathbf{Z}_3, \mathbf{Z}_4, \mathbf{Z}_5, \mathbf{Z}_6$ sistemele :

$$\begin{array}{llll}
 \text{a)} \begin{cases} x + y = \hat{2} \\ x + \hat{2}y = \hat{0} \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} \hat{2}x + y = \hat{2} \\ x + \hat{2}y = \hat{1} \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} \hat{2}x + y = \hat{2} \\ x + \hat{2}y = \hat{1} \end{cases} & \text{d)} \begin{cases} \hat{2}x + y = \hat{4} \\ x + \hat{2}y = \hat{2} \end{cases} & \text{e)} \\
 \begin{cases} \hat{2}x + \hat{2}y = \hat{1} \\ x + \hat{2}y = \hat{2} \end{cases} & & & &
 \end{array}$$

18. Se consideră funcțiile $f, g : \mathbf{Z}_3 \rightarrow \mathbf{Z}_3$, $f(x) = x^2 + x$ și $g(x) = x^2 + \hat{2}x + a$, unde $a \in \mathbf{Z}_3$.

- a) Să se calculeze $f(\hat{0}) + f(\hat{1})$
- b) Să se determine valorile lui x pentru care $f(x) = \hat{0}$
- c) Să se arate că $f(\hat{0}) + f(\hat{1}) + f(\hat{2}) = g(\hat{0}) + g(\hat{1}) + g(\hat{2})$, pentru orice $a \in \mathbf{Z}_3$.

INELE DE POLINOAME

FORMA ALGEBRICĂ A UNUI POLINOM CU COEFICIENȚI COMPLECȘI

Un polinom se scrie în formă algebrică: $f = a_0 + a_1X + a_2X^2 + \dots + a_nX^n$, unde X este **nedeterminata** polinomului, $a_0, a_1, \dots, a_n \in \mathbf{C}$ se numesc **coeficienții** polinomului, iar dacă $a_n \neq 0$ spunem că **polinomul are gradul n** .

Prin $\mathbf{C}[X]$ vom înțelege **mulțimea polinoamelor cu coeficienți complecși**.

Exemple. Probleme rezolvate: 1) Polinomul $f = 1 + iX - \sqrt{2}X^2 + X^3$ este un polinom din $\mathbf{C}[X]$ și are gradul 3.

2) Polinomul $f = 1 - X$ are gradul 1; 3) Polinomul $f = X + X^3 - X^5$ are gradul 5;

4) Polinomul constant $f = a$, unde $a \in \mathbf{C}$, are gradul 0.

5) Să se determine în raport cu parametrul complex m gradul polinomului $f = (m^2 - 3m + 2)X^3 + (m^2 - 4m + 3)X^2 + (m^2 - 1)X + 7$.

Rezolvare: Este clar că pentru $m^2 - 3m + 2 \neq 0$ gradul lui f este 3. Rezolvând ecuația $m^2 - 3m + 2 = 0$ vom afla $m_1 = 1, m_2 = 2$.

Pentru $m = 1$ polinomul devine: $f = 0 \cdot X^3 + 0 \cdot X^2 + 0 \cdot X + 7 = 7$.

Pentru $m = 2$ polinomul devine: $f = 0 \cdot X^3 + (-1) \cdot X^2 + 3X + 7 = -X^2 + 3X + 7$.

În concluzie: Dacă $m \notin \{1, 2\} \Rightarrow \text{grad } f = 3$; dacă $m = 1 \Rightarrow \text{grad } f = 0$; dacă $m = 2 \Rightarrow \text{grad } f = 2$.

Operații cu polinoame

Definim pe mulțimea $C[X]$ două operații algebrice: adunarea și înmulțirea.

1) Calculați $f + g$ dacă $f = (1+i) + (1-i)X + iX^2$ și $g = -i + iX + (1-i)X^2 - iX^3$.

Rezolvare: $f + g = [(1+i) + (-i)] + [(1-i) + i]X + [i + (1-i)]X^2 - iX^3 = 1 + X + X^2 - iX^3$.

2) Calculați $f \cdot g$ dacă $f = (1+i) + X$ și $g = (1-i) - X$.

Rezolvare: $f \cdot g = (1+i)(1-i) - (1+i)X + (1-i)X - X^2 = 1 - i^2 + [-(1+i) + (1-i)]X - X^2 = 2 - 2iX - X^2$.

Def: Fie $f = a_0 + a_1X + a_2X^2 + \dots + a_nX^n$, atunci **funcția polinomială** asociată polinomului f este

$$F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, F(X) = a_0 + a_1X + a_2X^2 + \dots + a_nX^n.$$

Definiție: Fie $f = a_0 + a_1X + a_2X^2 + \dots + a_nX^n$ un polinom și α un număr complex. Atunci numărul

$$f(\alpha) = a_0 + a_1\alpha + a_2\alpha^2 + \dots + a_n\alpha^n \quad \text{se numește valoarea polinomului } f \text{ în } \alpha.$$

Exemplu: Fie polinomul $f = X^4 - iX + 3$. Valoarea lui f în i este $f(i) = i^4 - i \cdot i + 3 = 1 + 1 + 3 = 5$.

Teorema împărțirii cu rest. Împărțirea polinoamelor. Schema lui Horner

Fiind date două polinoame cu coeficienți complecși $f, g \in C[X]$, cu $g \neq 0$, atunci există două polinoame cu coeficienți complecși q și r astfel încât $f = g \cdot q + r$, cu $\text{grad } r < \text{grad } g$. (Polinomul f se numește **deîmpărțit**, g **împărțitor**, q cât, iar r **rest**)

$$\forall f, g \in C[X], g \neq 0, \exists q, r \in C[X], f = q \cdot g + r, \text{ cu } \text{grad } r < \text{grad } g.$$

Obs: În plus, polinoamele q și r sunt unice.

Exemplu: Fiind date polinoamele $f = 2X^5 + X^4 - 5X^3 - 8X + 1$ și $g = X^2 - 3$, să se determine câtul și restul împărțirii lui f la g .

Rezolvare:

Exemplu: Fie polinoamele $f = 2X^5 + X^4 - 5X^3 - 8X + 1$ și $g = X^2 - 3$. Să determinăm câtul și restul împărțirii lui f la g .

$2X^5 + X^4 - 5X^3 - 8X + 1$	$X^2 - 3$
$-2X^5 \quad + 6X^3$	$\underline{2X^3 + X^2 + X + 3}$
$X^4 + X^3 - 8X + 1$	q
$-X^4 + 3X^2$	
$X^3 + 3X^2 - 8X + 1$	
$-X^3 \quad + 3X$	
$3X^2 - 5X + 1$	
$-3X^2 \quad + 9$	
$-5X + 10$	
$\underline{\hspace{2cm}}$	
r	

Deci câtul este $q = 2X^3 + X^2 + X + 3$, iar restul $r = -5X + 10$. Formula împărțirii cu rest se scrie, în acest caz astfel: $2X^5 + X^4 - 5X^3 - 8X + 1 = (X^2 - 3)(2X^3 + X^2 + X + 3) + (-5X + 10)$.

Teorema restului: Restul împărțirii unui polinom $f \neq 0$ prin binomul $X - a$ este egal cu valoarea $f(a)$.

Obs: Această teoremă ne ajută să găsim restul împărțirii unui polinom oarecare prin binomul $X - a$ fără a mai face împărțirea.

Exemple: 1. Restul împărțirii polinomului $f = X^3 + 2X^2 - 3X + 5$ prin $X - 2$ este $f(2) = 2^3 + 2 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 + 5 = 15$.

2. Să se determine parametrul real m știind că restul împărțirii polinomului $f = X^2 - mx + 3$ prin $X+1$ este 5.
Rezolvare: Punem condiția $f(-1) = 5$. Obținem $4 + m = 5$ de unde rezultă $m = 1$.

Observație: Teorema restului nu ne spune nimic despre câtul împărțirii lui f prin binomul $X - a$. Acest lucru se rezolvă prin procedeul numit "schema lui Horner". Acesta constă în alcătuirea unui tabel din care vom "citi" câtul și restul împărțirii.

SCHEMA LUI HORNER

Exemple: 1) Utilizând schema lui Horner, să se determine câtul și restul împărțirii polinomului $f = 2X^4 - 5X^3 - 8X + 1$ prin binomul $X - 2$.

X^4	X^3	X^2	X	X^0
2	-5	0	-8	1
2	$-5 + 2 \cdot 2 = -1$	$0 + 2(-1) = -2$	$-8 + 2(-2) = -12$	$1 + 2(-12) = -23$
b_3	b_2	b_1	b_0	r

Deci câtul și restul împărțirii sunt $q = 2X^3 - X^2 - 2X - 12$ și $r = -23$.

2) Folosind schema lui Horner aflați câtul și restul împărțirii polinomului $f = X^4 - 3X^2 + 5X + 4$ la $g = X - 2$

Rezolvare:

	X^4	X^3	X^2	X^1	X^0
	1	0	-3	5	4
2	1	$0 + 2 \cdot 1 = 2$	$-3 + 2 \cdot 2 = 1$	$5 + 2 \cdot 1 = 7$	$4 + 2 \cdot 7 = 18$
	1	2	1	7	18

Din ultima linie a tabelului ne rezultă: $q = X^3 + 2X^2 + X + 7$ și $r = 18$.

DIVIZIBILITATEA POLINOAMELOR . TEOREMA LUI BÉZOUT

Din teorema împărțirii cu rest: $\forall f, g \in C[X], g \neq 0, \exists q, r \in C[X], f = q \cdot g + r$, cu $\text{grad } r < \text{grad } g$.

Def: Spunem că f se divide prin g sau f este divizibil prin g ($f : g$) sau g divide polinomul f ($g \mid f$), dacă $r = 0$, sau, altfel spus, dacă există un polinom $h \in C[X]$, astfel încât $f = g \cdot h$.

Exemplu: Polinomul $f = X^3 - 1$ se divide prin polinomul $g = X^2 + X + 1$ deoarece există polinomul $h = X - 1$ astfel încât $X^3 - 1 = (X^2 + X + 1)(X - 1)$.

Ex. rezolvat: Să se determine parametrul real m astfel încât polinomul $f = X^3 + 2X^2 - mX + 3$ să se dividă prin polinomul $g = X + 1$.

Rezolvare: Vom pune condiția ca restul împărțirii polinomului f la g să fie 0. Cum polinomul g este de tipul $X - a$, cu $a = -1$ vom calcula restul pe baza Teoremei restului, adică $r = f(-1) = 4 + m$. Din ecuația $4 + m = 0$ rezultă $m = -4$.

Teorema lui Bézout: Dacă $f(a) = 0$ atunci polinomul f este divizibil prin $X - a$.

RĂDĂCINILE POLINOAMELOR. RELAȚIILE LUI VIÈTE

Definiție: Fie f un polinom nenul cu coeficienți complecși.

Un număr complex, $\alpha \in C$ se numește **rădăcină** a polinomului f dacă $f(\alpha) = 0$

Exemple

1. Numărul 2 este rădăcină pentru polinomul $f = X^2 - 3X + 2$ pentru că $f(2) = 0$.

2. Numărul i este rădăcină pentru polinomul $f = X^2 + 1$ pentru că $f(i) = i^2 + 1 = -1 + 1 = 0$.

Observație: Pentru a afla rădăcinile unui polinom f se rezolvă ecuația $f(x) = 0$.

Spre exemplu, pentru a afla rădăcinile polinomului $f = X^2 - 3X + 2$ vom rezolva ecuația $x^2 - 3x + 2 = 0$ și găsim rădăcinile polinomului $x_1 = 1, x_2 = 2$.

Teorema lui Bézout se poate utiliza și sub forma:

Fie $f \neq 0$ un polinom nenul. Numărul $a \in \mathbb{C}$ este rădăcină a polinomului f dacă și numai dacă $X - a$ divide f .

Exemplu

Polinomul $f = X^2 - 3X + 2$ având rădăcinile $x_1 = 1, x_2 = 2$ se va divide atât prin $X - 1$ cât și prin $X - 2$.

Definiție: Fie $f \neq 0$ un polinom nenul și $a \in \mathbb{C}$ o rădăcină a lui f . Numărul natural $m \geq 1$ cu proprietățile că $(X - a)^m$ divide pe f și $(X - a)^{m+1}$ nu divide pe f se numește **ordinul de multiplicitate al rădăcinii** a . Dacă $m = 1$, atunci rădăcina se numește **rădăcină simplă**, dacă $m \geq 2$, atunci a se numește **rădăcină multiplă de ordinul m** .

Observație: Dacă $m = 2$ rădăcina se mai numește **rădăcină dublă** iar dacă $m = 3$ se mai numește **rădăcină triplă**.

Exemple:

1) $X - 1 / f$. Dar $(X - 1)^2$ nu divide f , deci 1 este rădăcină de ordin de multiplicitate 1 (răd. simplă).

2) $f = (X - 1)^3(X + 1)(X^2 + 1)$. Descompunând în factori ireductibili vom obține:

$f = (X - 1)^3(X + 1)(X - i)(X + i)$, unde: 1 = rădăcină de ordin de multiplicitate 3; $i, -i, -1$ = rădăcini de ordin de multiplicitate 1.

3) Polinomul $f = X^5 - 2X^4 + X^3$ se mai poate scrie $f = X^3(X^2 - 2X + 1) = X^3(X - 1)^2$ și deci se divide prin $(X - 1)^2$ ceea ce înseamnă că are rădăcină dublă pe 1, dar se mai divide și prin X^3 sau dacă vreți prin $(X - 0)^3$ și deci va avea rădăcină triplă pe 0. Altfel spus prin rezolvarea ecuației $x^3(x - 1)^2 = 0$ obținem rădăcinile $x_1 = x_2 = x_3 = 0$ și $x_4 = x_5 = 1$.

Teorema de descompunere în factori ireductibili (primi): Fie $f \neq 0$ un polinom nenul. Dacă a_0, a_1, \dots, a_r sunt rădăcini ale lui f având ordinele de multiplicitate k_1, k_2, \dots, k_r atunci polinomul $(X - a_1)^{k_1}(X - a_2)^{k_2} \dots (X - a_r)^{k_r}$ divide pe f .

Obs: Singurii factori ireductibili (primi) în $\mathbb{C}[X]$ sunt polinoamele de gradul I.

Exemplu: Să se arate că polinomul $f = X^{4n} - nX^{2n} + n - 1$ se divide prin $X^2 - 1$.

Rezolvare: Cum $X^2 - 1$ se mai scrie $(X - 1)(X + 1)$ deci având rădăcinile 1 și -1 vom arăta că și polinomul f are aceste două rădăcini.

$f(1) = 1^{4n} - n \cdot 1^{2n} + n - 1 = 1 - n + n - 1 = 0$ și $f(-1) = (-1)^{4n} - n \cdot (-1)^{2n} + n - 1 = 1 - n + n - 1 = 0$, de unde rezultă că 1 și -1 sunt rădăcini ale lui f . Atunci din teorema rezultă că $(X - 1)(X + 1)$ divide pe f adică $X^2 - 1$ divide pe f .

Consecința 1: Orice polinom f de grad $n \geq 1$ are n rădăcini (nu neapărat distincte; o rădăcină se repetă de un număr de ori egal cu ordinul său de multiplicitate).

Consecința 2: Fie $f = a_0 + a_1X + a_2X^2 + \dots + a_nX^n$ un polinom cu $a_n \neq 0, n \geq 1$. Dacă x_1, x_2, \dots, x_n sunt rădăcinile lui f , atunci $f = a_n(X - x_1)(X - x_2) \dots (X - x_n)$.

Observație: Această formulă am mai întâlnit-o la trinomial de gradul II:

$$aX^2 + bX + c = a(X - x_1)(X - x_2).$$

Relații între rădăcini și coeficienți (formulele lui Viète)

Fie $f = a_0 + a_1X + a_2X^2 + \dots + a_nX^n$ un polinom de grad n . Dacă x_1, x_2, \dots, x_n sunt rădăcinile lui f , atunci:

$$\begin{cases} S_1 = x_1 + x_2 + \dots + x_n = -\frac{a_{n-1}}{a_n} \\ S_2 = x_1x_2 + x_1x_3 + \dots + x_1x_n + \dots + x_{n-1}x_n = \frac{a_{n-2}}{a_n} \\ S_3 = x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + \dots + x_{n-2}x_{n-1}x_n = -\frac{a_{n-3}}{a_n} \\ \dots \\ S_n = x_1x_2\dots x_n = (-1)^n \frac{a_0}{a_n} \end{cases}$$

Invers, dacă numerele complexe x_1, x_2, \dots, x_n satisfac relațiile de mai sus, atunci ele sunt rădăcinile polinomului f .

Exemplu. Să se determine rădăcinile polinomului $f = X^3 - 3X^2 + aX + 8$, $a \in \mathbf{R}$, știind că produsul a două rădăcini este egal cu 4. Aflați în aceste condiții și parametrul a .

Rezolvare: Relațiile lui Viète în acest caz sunt:

$$\begin{cases} S_1 = x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ S_2 = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = a \\ S_3 = x_1x_2x_3 = -8 \end{cases}$$

Știind că $x_1x_2 = 4$, din S_3 vom avea că $4 \cdot x_3 = -8 \Rightarrow x_3 = -2$. Cum -

2 este rădăcină a lui f rezultă că $f(-2) = 0$ adică $(-2)^3 - 3(-2)^2 + a(-2) + 8 = 0 \Leftrightarrow -2a - 12 = 0 \Rightarrow a = -6$.

Pentru a afla celelalte două rădăcini avem două metode:

Metoda I. (relațiile lui Viète)

Înlocuim $x_3 = -2$ în prima relație, vom avea sistemul $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1x_2 = 4 \end{cases}$ ale cărui soluții vor fi $x_1 = 1, x_2 = 4$.

Metoda II. (Horner)

Cum -2 este rădăcină a lui f rezultă că $(X + 2)$ divide pe f . Cu schema lui Horner aflăm câtul împărțirii lui f la $(X + 2)$ și polinomul se va scrie descompus $f = (X + 2)(X^2 - 5X + 4)$. Rezolvând ecuația $x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 4$.

Determinarea unei ecuații dacă se cunosc rădăcinile ei

Cunoscând rădăcinile x_1, x_2, \dots, x_n ale unei ecuații putem forma această ecuație (la fel ca la ecuația de gradul II), calculând în prealabil sumele din relațiile lui Viète și înlocuind în ecuația:

$$x^n - S_1x^{n-1} + S_2x^{n-2} + \dots + (-1)^n S_n = 0$$

Exemplu: Formați ecuația ce are rădăcinile 1, 2 și 5.

Rezolvare:

$$\begin{cases} S_1 = x_1 + x_2 + x_3 = 1 + 2 + 5 = 8 \\ S_2 = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = 2 + 5 + 10 = 17 \\ S_3 = x_1x_2x_3 = 1 \cdot 2 \cdot 5 = 10 \end{cases}$$

și înlocuind în formula dată obținem ecuația

$$x^3 - 8x^2 + 17x - 10 = 0$$

REZOLVAREA ECUAȚILOR ALGEBRICE CU COEFICIENȚI ÎN $\mathbf{Z}, \mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{C}$

Teorema fundamentală a algebrei: Orice ecuație algebrică $a_nX^n + a_{n-1}X^{n-1} + \dots + a_1X + a_0 = 0$ de grad mai mare sau egal cu 1 și cu coeficienți complecși are cel puțin o rădăcină complexă.

Consecință: Orice polinom f de grad n are n rădăcini.

Teorema lui Abel-Ruffini: Ecuația algebrică generală de grad mai mare decât patru nu poate fi rezolvată prin radicali.

$$\mathbb{Z}[X] \subset \mathbb{Q}[X] \subset \mathbb{R}[X] \subset \mathbb{C}[X]$$

A. Mulțimea polinoamelor cu coeficienți întregi

Fie $f \in \mathbb{Z}[X]$ și ecuația $f(x) = 0 \Rightarrow a_n X^n + a_{n-1} X^{n-1} + \dots + a_1 X + a_0 = 0$

Teoremă: Dacă f admite o rădăcină de forma $x_1 = \frac{p}{q}$, $p, q \in \mathbb{Z}$, atunci p/a_0 și q/a_n . Dacă $a_n = 1$, atunci $x_1 = p$.

B. Mulțimea polinoamelor cu coeficienți raționali

Teoremă: Fie $f \in \mathbb{Q}[X]$. Atunci dacă $x_1 = a + \sqrt{b}$ este rădăcină pentru f , cu $a \in \mathbb{Q}, \sqrt{b} \notin \mathbb{Q}, \sqrt{b} \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$, atunci $x_2 = a - \sqrt{b}$ este rădăcină pentru f și x_1 și x_2 au aceeași multiplicitate.

C. Mulțimea polinoamelor cu coeficienți reali

Fie $f \in \mathbb{R}[X]$ și ecuația $f(x) = 0$.

Teoremă: Dacă $x_1 = a + bi \in \mathbb{C} - \mathbb{R}$ este rădăcină pentru f , atunci $x_2 = a - bi$ este rădăcină pentru f , iar x_1 și x_2 au același ordin de multiplicitate.

ANALIZA MATEMATICĂ – CLASA A XII-A

1. PRIMITIVE

1.1. PRIMITIVELE UNEI FUNCȚII. INTEGRALA NEDEFINITĂ a unei funcții continue

Definiție: Fie $f: I \rightarrow \mathbb{R}$, unde I este un interval sau o reuniune finită disjunctă de intervale. Se spune că f admite primitive pe I dacă $\exists F: I \rightarrow \mathbb{R}$ astfel încât a) F este derivabilă pe I ;

b) $F'(x) = f(x), \forall x \in I$. F se numește **primitiva lui f** .

Teoremă: Fie $f: I \rightarrow \mathbb{R}$. Dacă $F_1, F_2: I \rightarrow \mathbb{R}$ sunt două primitive ale funcției f , atunci ele diferă printr-o constantă, adică există o constantă $C \in \mathbb{R}$ astfel încât $F_1(x) = F_2(x) + C, \forall x \in I$.

Obs 1. Fiind dată o primitivă F_0 a unei funcții, atunci orice primitivă F a lui f are forma

$$F = F_0 + C, C = \text{constantă}$$

$\Rightarrow f$ admite o infinitate de primitive.

Obs 2. Orice funcție continuă definită pe un interval I admite primitive pe I .

Definiție Fie $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție care admite primitive. Mulțimea tuturor primitivelor lui f se numește **integrala nedefinită** a funcției f și se notează prin simbolul $\int f(x) dx$. Operația de calculare a primitivelor unei funcții se numește **integrare**. Aceasta este operația inversă derivării. Simbolul \int a

fost propus pentru prima dată de Leibniz, în 1675.

$$\int f(x) dx = \{F: I \rightarrow \mathbb{R} / F \text{ primitivă a lui } f\}.$$

$$\int f(x) dx = F(x) + C.$$

Teorema de liniaritate: Dacă $f, g: I \rightarrow \mathbb{R}$ sunt funcții care admit primitive și $\alpha \in \mathbb{R}, \alpha \neq 0$, atunci funcțiile $f+g, \alpha f$ admit de asemenea primitive și au loc relațiile: $\int(f+g) = \int f + \int g, \int \alpha f = \alpha \int f, \alpha \neq 0, \int f = \int f + C$.

1.2. Primitivele funcțiilor continue simple. PRIMITIVE UZUALE

$$1. \int c dx = c \cdot x + C, c \in \mathbb{R}$$

$$\text{Ex } \int 6 dx = 6x + C$$

$$2. \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

$$\text{Ex. } \int x^{10} dx = \frac{x^{11}}{11} + C$$

$$3. \int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$$

$$\text{Ex } \int \sqrt[3]{x} dx = \int x^{\frac{1}{3}} dx = \frac{x^{\frac{1}{3}+1}}{\frac{1}{3}+1} + C = \frac{x^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} + C = \frac{3}{4} \cdot \sqrt[3]{x^4} + C$$

$$4. \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$\text{Ex } \int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$$

$$5. \int e^x dx = e^x + C$$

$$6. \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

$$7. \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\text{ctgx} + C$$

$$8. \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \text{tgx} + C$$

$$9. \int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$10. \int \cos x dx = \sin x + C$$

$$11. \int \frac{1}{x^2 + a^2} dx = \frac{1}{a} \text{arctg} \frac{x}{a} + C$$

$$\text{Ex } \int \frac{1}{x^2 + 5^2} dx = \frac{1}{5} \text{arctg} \frac{x}{5} + C$$

$$12. \int \frac{1}{x^2 - a^2} dx = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C$$

$$\text{Ex } \int \frac{1}{x^2 - 25} dx = \frac{1}{10} \ln \left| \frac{x-5}{x+5} \right| + C$$

$$13. \int \frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx = \ln(x + \sqrt{a^2 + x^2}) + C$$

$$\text{Ex } \int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4^2}} dx = \ln(x + \sqrt{4^2 + x^2}) + C$$

$$14. \int \frac{1}{\sqrt{x^2 - a^2}} dx = \ln|x + \sqrt{x^2 - a^2}| + C$$

$$\text{Ex } \int \frac{1}{\sqrt{x^2 - 49}} dx = \ln|x + \sqrt{x^2 - 49}| + C$$

$$15. \int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \arcsin \frac{x}{a} + C$$

$$\text{Ex } \int \frac{1}{\sqrt{16 - x^2}} dx = \arcsin \frac{x}{4} + C$$

$$16. \int \text{tgx} dx = -\ln|\cos x| + C$$

$$17. \int \text{ctgx} dx = \ln|\sin x| + C$$

$$18. \int \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx = \sqrt{x^2 + a^2} + C$$

$$\text{Ex } \int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 25}} dx = \sqrt{x^2 + 25} + C$$

$$19. \int \frac{x}{\sqrt{x^2 - a^2}} dx = \sqrt{x^2 - a^2} + C$$

$$\text{Ex } \int \frac{x}{\sqrt{x^2 - 36}} dx = \sqrt{x^2 - 36} + C$$

$$20. \int \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = -\sqrt{a^2 - x^2} + C$$

$$\text{Ex } \int \frac{x}{\sqrt{25 - x^2}} dx = -\sqrt{25 - x^2} + C$$

$$21. \int \sqrt{x^2 + a^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 + a^2} + \frac{a^2}{2} \ln|x + \sqrt{x^2 + a^2}| + C$$

$$\text{Ex } \int \sqrt{x^2 + 7} dx = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 + 7} + \frac{7}{2} \ln|x + \sqrt{x^2 + 7}| + C$$

$$22. \int \sqrt{x^2 - a^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 - a^2} - \frac{a^2}{2} \ln|x + \sqrt{x^2 - a^2}| + C$$

$$\text{Ex } \int \sqrt{x^2 - 9} dx = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 - 9} - \frac{9}{2} \ln|x + \sqrt{x^2 - 9}| + C$$

$$23. \int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \arcsin \frac{x}{a} + C$$

$$\text{Ex } \int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \arcsin \frac{x}{a} + C$$

Probleme propuse:

I. Să se calculeze primitivele următoarelor funcții:

$$1. \int (3x^5 - 2x^3 + 3x - 2) dx; \quad 2. \int x(x-1)(x-2) dx; \quad 3. \int (\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1) dx; \quad 4. \int (\sqrt[3]{x} + \frac{1}{x^3 \sqrt{x}}) dx$$

$$5. \int (2\sqrt{x} - \sqrt[3]{x} + 4\sqrt[5]{x}) dx; \quad 6. \int \left(\frac{5}{\sqrt[5]{x}} - \frac{3}{\sqrt[3]{x}} + \frac{2}{\sqrt{x}} \right) dx; \quad 7. \int \left(2x + \frac{5}{x} - \frac{3}{x^2} \right) dx; \quad 8. \int \left(e^x + \frac{1}{e^x} \right) dx; \quad 9. \int (x^5 + 5^x) dx;$$

$$10. \int \left(\frac{5+4x}{x} \right)^2 dx; \quad 11. \int \frac{(x+2)^3}{x^3} dx; \quad 12^*. \int \frac{1}{x + \sqrt{x^2 - 1}} dx; \quad 13^*. \int \frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} dx$$

II. Să se determine a, b numere reale, astfel încât F să fie primitiva unei funcții f .

$$1^*. F(x) = \begin{cases} \ln(ax+b), & x > 1 \\ \frac{x+1}{x^2+1}, & x \leq 1 \end{cases}$$

$$2^*. F(x) = \begin{cases} 2a \cdot e^{3x} + b, & x \leq 0 \\ \sqrt{2x^2 - 4x + 1}, & x > 0 \end{cases}$$

III. Să se verifice dacă următoarele funcții admit primitive și în caz afirmativ să se determine o primitivă.

$$1. f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x^2 + 3, & x < 0 \\ e^x + 2, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$2. f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2 + 4}, & x \leq 0 \\ \frac{1}{4} - \sqrt{x}, & x > 0 \end{cases}$$

1.3. METODE DE CALCUL AL INTEGRALELOR NEDEFINITE

A. Formula de integrare prin părți

Teorema: Dacă $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sunt funcții derivabile cu derivatele continue, atunci funcțiile $fg, f'g, fg'$ admit primitive și are loc relația: $\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx$.

Exerciții rezolvate:

1) $\int \underbrace{x}_{f'} \cdot \underbrace{\sin x}_{g'} dx = ?$ Pentru a aplica formula de integrare prin părți, ne trebuie produsele $f \cdot g$ și $f' \cdot g$, deci trebuie să găsim funcția g . Dacă $g'(x) = \sin x$, facem operația inversă derivării, adică integrăm: $g(x) = \int \sin x dx = -\cos x$ (nu mai punem constanta). De aceea în loc de $\sin x$ vom pune pe $(-\cos x)'$. Vom avea așadar:

$$\int x \cdot \sin x dx = \int \underbrace{x}_{f'} \cdot \underbrace{(-\cos x)'}_{g'} dx = \underbrace{x \cdot (-\cos x)}_{f \cdot g} - \int \underbrace{x'}_{f'} \cdot \underbrace{(-\cos x)}_g dx = -x \cos x + \int \cos x dx = -x \cos x + \sin x + C.$$

2) $\int \underbrace{x}_{f'} \cdot \underbrace{\ln x}_{g'} dx = ?$ Pentru a calcula integrala ne trebuie produsele $f \cdot g$ și $f' \cdot g$. Dacă $g'(x) = x$, găsim g

integrând: $g(x) = \int x dx = \frac{x^2}{2}$ Vom avea

$$\int x \cdot \ln x dx = \int \underbrace{\left(\frac{x^2}{2} \right)'}_{g'} \cdot \underbrace{\ln x}_{f'} dx = \int \underbrace{\ln x}_{f'} \cdot \underbrace{\left(\frac{x^2}{2} \right)'}_{g'} dx = \underbrace{\ln x \cdot \left(\frac{x^2}{2} \right)}_{f \cdot g} - \int \underbrace{(\ln x)'}_{f'} \cdot \underbrace{\left(\frac{x^2}{2} \right)}_g dx = \frac{x^2 \ln x}{2} - \int \frac{1}{x} \cdot \frac{x^2}{2} dx = \frac{x^2 \ln x}{2} - \frac{1}{2} \int x dx = \frac{x^2 \ln x}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{2} + C = \frac{x^2}{2} \cdot \left(\ln x - \frac{1}{2} \right) + C.$$

3) $\int \ln x dx = ?$ Aici nu este vorba de produsul a două funcții deci s-ar părea că nu poate fi aplicată formula integrării prin părți. Și totuși... dacă scriem $1 \cdot \ln x$, putem nota $g'(x) = 1$ (fiindcă ne trebuie $f \cdot g'$) atunci $g(x) = \int 1 dx = x$. Vom obține:

$$\int 1 \cdot \ln x dx = \int \underbrace{(x)'}_{g'} \cdot \underbrace{\ln x}_{f'} dx = \int \underbrace{\ln x}_{f'} \cdot \underbrace{(x)'}_{g'} dx = \underbrace{\ln x \cdot (x)}_{f \cdot g} - \int \underbrace{(\ln x)'}_{f'} \cdot \underbrace{(x)}_g dx = x \ln x - \int \frac{1}{x} \cdot x dx = x \ln x - \int 1 dx = x \ln x - x + C$$

$$4) \int \frac{1}{x} \ln x dx = \int (\ln x)' \ln x dx = (\ln x)^2 - \int \ln x \cdot \frac{1}{x} dx \Rightarrow 2 \int \ln x \cdot \frac{1}{x} dx = (\ln x)^2 \Rightarrow \int \frac{1}{x} \ln x dx = \frac{1}{2} (\ln x)^2 + C$$

Obs: La integralele care conțin funcția logaritmică nu se umblă la ea (ea va fi f) ci se scriu celelalte funcții ca g' .

5) $\int \sin x \cdot e^x dx = ?$ Notând $f(x) = \sin x$ și $g'(x) = e^x$, obținem $g(x) = \int e^x dx = e^x$ (nu mai punem constanta).

Așadar :

$$\int \sin x \cdot e^x dx = \int \underbrace{\sin x}_f \cdot \underbrace{(e^x)'}_{g'} \cdot dx = \underbrace{\sin x \cdot e^x}_{f \cdot g} - \int \underbrace{(\sin x)'}_{f'} \cdot \underbrace{(e^x)}_g dx = \sin x \cdot e^x - \int \cos x \cdot e^x dx. \quad (*)$$

Acum însă pentru a calcula $\int \cos x \cdot e^x dx$ voi aplica încă o dată integrarea prin părți punând loc lui g tot pe e^x (altfel „ne învârtim în jurul cozii”). Prin urmare:

$$\int \cos x \cdot e^x dx = \int \underbrace{\cos x}_f \cdot \underbrace{(e^x)'}_{g'} dx = \underbrace{\cos x \cdot e^x}_{f \cdot g} - \int \underbrace{(\cos x)'}_{f'} \cdot \underbrace{e^x}_g dx = e^x \cdot \cos x - \int (-\sin x) \cdot e^x dx = e^x \cdot \cos x + \int \sin x \cdot e^x dx$$

(**)

și acum ne oprim pentru că am dat peste integrala de la care am plecat inițial. Înlocuind integrala obținută în (**) în relația (*) obținem

$$\int \sin x \cdot e^x dx = e^x \cdot \sin x - e^x \cdot \cos x - \int \sin x \cdot e^x dx \Rightarrow \int \sin x \cdot e^x dx + \int \sin x \cdot e^x dx = e^x \cdot \sin x - e^x \cdot \cos x + C,$$

$$\text{adică } 2 \int \sin x \cdot e^x dx = e^x \cdot (\sin x - \cos x) + C \text{ și deci } \int \sin x \cdot e^x dx = \frac{e^x \cdot (\sin x - \cos x)}{2} + C.$$

$$6) \int x^2 \cdot e^x dx = \int x^2 (e^x)' dx = x^2 e^x - \int 2x \cdot e^x dx = x^2 e^x - 2 \int x \cdot (e^x)' dx = x^2 e^x - 2[x \cdot e^x - \int e^x dx] = x^2 e^x - 2x \cdot e^x + 2e^x + C = e^x(x^2 - 2x + 2) + C$$

Obs: La integralele unde apare funcția exponențială, se va scrie aceasta ca g' .

$$7) \int \sin^2 x dx = ? \text{ În loc de } \sin^2 x \text{ vom scrie un produs: } \sin x \cdot \sin x \text{ și, dacă notăm cu } g'(x) = \sin x,$$

atunci $g(x) = \int \sin x dx = -\cos x$ Putem scrie:

$$\int \sin^2 x dx = \int \sin x \cdot \sin x dx = \int \underbrace{\sin x}_f \cdot \underbrace{(-\cos x)'}_{g'} \cdot dx = \underbrace{\sin x \cdot (-\cos x)}_{f \cdot g} - \int \underbrace{(\sin x)'}_{f'} \cdot \underbrace{(-\cos x)}_g dx = -\sin x \cdot \cos x + \int \cos x \cdot \cos x dx \quad (*)$$

Acum însă, pentru a calcula $\int \cos x \cdot \cos x dx$ nu vom mai aplica încă o dată integrarea prin părți, cum am fi tentați (pt că altfel „ne învârtim în jurul cozii”) ci ținem cont de formula $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, de unde rezultă $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$. Prin urmare $\int \cos x \cdot \cos x dx = \int (1 - \sin^2 x) dx = \int 1 dx - \int \sin^2 x dx = x - \int \sin^2 x dx$ și acum ne oprim pentru că am dat iarăși peste integrala de la care am plecat inițial. Înlocuind integrala obținută anterior în prima relație (*) obținem

$$\int \sin^2 x dx = -\sin x \cdot \cos x + x - \int \sin^2 x dx \Rightarrow \int \sin^2 x dx + \int \sin^2 x dx = -\sin x \cos x + x + C,$$

$$\text{adică } 2 \int \sin^2 x dx = -\sin x \cos x + x + C \text{ și deci } \int \sin^2 x dx = \frac{-\sin x \cos x + x}{2} + C.$$

$$8) \int x^2 \cdot \cos x dx = \int x^2 \cdot (\sin x)' dx = x^2 \sin x - \int 2x \cdot \sin x dx = x^2 \sin x - 2(-x \cos x + \sin x) + C \text{ (folosind rezultatul găsit la ex 1).}$$

$$9) \int \frac{x}{\cos^2 x} dx = \int (tg x)' \cdot x dx = x \cdot tg x - \int tg x dx = x \cdot tg x - (-\ln|\cos x|) = x \cdot tg x + \ln|\cos x| + C.$$

Obs: La integralele care conțin funcții polinomiale și funcții trigonometrice nu se va umbla la funcțiile polinomiale ci doar la funcțiile trigonometrice care se vor scrie ca g' .

$$10) \int \sqrt{x^2 + a^2} dx = \int \frac{x^2 + a^2}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx = \int \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx + \int \frac{a^2}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx. \text{ Obținem}$$

$$I_1 = \int \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx = \int \frac{x \cdot x}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx = \int x \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx = x \cdot \sqrt{x^2 + a^2} - \int x' \cdot \sqrt{x^2 + a^2} dx = x \sqrt{x^2 + a^2} - \int \sqrt{x^2 + a^2} dx = x \sqrt{x^2 + a^2} - I_1$$

$$\text{În urma calculului, am dat din nou peste } I_1: I_1 = x \cdot \sqrt{x^2 + a^2} - I_1 \Rightarrow 2I_1 = x \cdot \sqrt{x^2 + a^2} + C \Rightarrow I_1 = \frac{x \cdot \sqrt{x^2 + a^2}}{2} + C.$$

$$\text{Pe de altă parte } I_2 = \int \frac{a^2}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx = a^2 \int \frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx = a^2 \cdot \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2}) + C. \text{ Punem laolaltă cele două}$$

integrale:

$$\int \sqrt{x^2 + a^2} dx = \int \frac{x^2 + a^2}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx = \int \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx + \int \frac{a^2}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx = \frac{x \cdot \sqrt{x^2 + a^2}}{2} + a^2 \cdot \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2}) + C$$

Exerciții propuse: Să se calculeze integralele:

- (1) $\int x^2 \cdot \ln x dx$; (2) $\int \frac{1}{x^2} \ln x dx$; (3) $\int \frac{\ln(\ln x)}{x} dx$; (4) $\int \ln^2 x dx$; (5) $\int (x^2 + 1) \cdot e^x dx$; (6) $\int x \cdot e^{-x} dx$;
 (7) $\int (x^2 + 2x) \cdot e^{3x} dx$; (8) $\int x^2 \cdot e^{2x} dx$; (9) $\int x^2 \cdot e^{-x} dx$; (10) $\int e^x \cdot \cos x dx$; (11) $\int e^x \cdot \sin 2x dx$;
 (12) $\int e^x \cdot \cos 2x dx$; (13) $\int \cos^2 x dx$; (14) $\int x^2 \cdot \sin x dx$; (15) $\int x \cdot \sin^2 x dx$; (16) $\int x \cdot \cos^2 x dx$; (17)
 $\int \frac{x}{\sin^2 x} dx$; (18) $\int \frac{x \cdot \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$; (19) $\int \frac{\arcsin x}{x^2} dx$

B. Formula schimbării de variabilă (sau Metoda substituției)

Teoremă: Fie I, J intervale din R și $\varphi: I \rightarrow J$, $f: J \rightarrow R$ funcții cu proprietățile:

- 1) φ este derivabilă pe I;
- 2) f admite primitive. (Fie F o primitivă a sa.)

Atunci funcția $(f \circ \varphi) \varphi'$ admite primitive, iar funcția F o φ este o primitivă a lui $(f \circ \varphi) \varphi'$ adică:

$$\int f(\varphi(t)) \cdot \varphi'(t) dt = F \circ \varphi + C.$$

Exeriții rezolvate: Să se calculeze integralele:

1) $\int (ax+b)^n dx = \int t^n \frac{dt}{a} = \frac{1}{a} \frac{t^{n+1}}{n+1} + C = \frac{(ax+b)^{n+1}}{a(n+1)} + C$ unde $ax+b = t \Rightarrow adx = dt \Rightarrow dx = \frac{dt}{a}$

2) $\int (2x-1)^9 dx = \int t^9 \frac{dt}{2} = \frac{t^{10}}{20} + C = \frac{(2x-1)^{10}}{20} + C$ unde $2x-1=t \Rightarrow 2dx=dt \Rightarrow dx = \frac{1}{2} dt$

3) $\int x(2x-1)^9 dx = \int \frac{t+1}{2} \cdot t^9 dt = \frac{1}{2} \int (t^{10} + t^9) dt = \frac{t^{11}}{22} + \frac{t^{10}}{20} + C = \frac{(2x-1)^{11}}{22} + \frac{(2x-1)^{10}}{20} + C$

4) $\int x(5x^2-3)^7 dx = \int t^7 \cdot \frac{dt}{10} = \frac{1}{10} \cdot \frac{t^8}{8} + C = \frac{(5x^2-3)^8}{80} + C$, unde $5x^2-3=t \Rightarrow 10xdx=dt$

5) $\int x \cdot 7^{x^2} dx = \int 7^t \frac{dt}{2} = \frac{1}{2} \frac{7^t}{\ln 7} + C = \frac{1}{2} \frac{7^{x^2}}{\ln 7} + C$, unde $x^2 = t$, $2xdx = dt$

6) $\int \frac{e^x}{e^x+1} dx$ Notăm: $e^x + 1 = t \Rightarrow e^x dx = dt \Rightarrow \int \frac{e^x}{e^x+1} dx = \int \frac{1}{t} dt = \ln t + C = \ln(e^x + 1) + C$

7). $\int \sqrt{2x+5} dx$ Notăm: $\sqrt{2x+5} = t$ sau $2x+5 = t^2 \Rightarrow 2dx = 2tdt \Rightarrow dx = t dt$. Deci

$$\int \sqrt{2x+5} dx = \int t \cdot t dt = \frac{t^3}{3} + C = \frac{\sqrt{2x+5}^3}{3} + C.$$

8) $\int \sqrt{x^2-6x-7} dx = \sqrt{(x-3)^2 - \left(\frac{8}{2}\right)^2} = \frac{x-3}{2} \sqrt{x^2-6x-7} - \frac{16}{2} \ln|x-3+\sqrt{x^2-6x-7}| + C$, deoarece

$$\begin{aligned} ax^2+bx+c &= a \cdot \left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right)^2 \right], \text{daca } \Delta > 0 \text{ sau} \\ ax^2+bx+c &= a \cdot \left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{-\Delta}}{2a}\right)^2 \right], \text{daca } \Delta < 0 \end{aligned}$$

9) $\int \frac{\ln \sqrt{x}}{x} dx = \int \frac{\ln t}{t^2} \cdot 2tdt = 2 \int \frac{\ln t}{t} dt = 2 \int z dz$, deoarece $x = t^2 \Rightarrow dx = 2tdt$, $\ln t = z \Rightarrow \frac{1}{t} dt = dz \Rightarrow \int \frac{\ln \sqrt{x}}{x} dx = 2 \frac{z^2}{2} = (\ln t)^2 = (\ln \sqrt{x})^2 + C$

10). $\int \frac{1}{\sqrt{-x^2+3x+4}} dx = \int \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{3}{2}\right)^2}} dx = \arcsin \frac{2x-3}{\frac{5}{2}} + C = \arcsin \frac{2x-3}{5} + C$, putem nota $\frac{2x-3}{2}$ cu t

Justificați egalitățile:

11) $\int (5x+1)' dx = 5x+1+C$; 12) $\int (5x+2)^7 dx = \frac{(5x+2)^8}{40} + C$; 13) $\int e^{2x+4} dx = \frac{e^{2x+4}}{2} + C$; 14) $\int \frac{12}{12x+7} dx = \ln|12x+7| + C$

$$15) \int \frac{1}{(2x-4)^6} dx = \frac{-1}{10} \cdot \frac{1}{(2x-4)^5} + C; \quad 16) \int \frac{4}{16x^2-9} dx = \frac{1}{6} \ln \left| \frac{4x-3}{4x+3} \right| + C; \quad 17) \int \frac{1}{25x^2+4} dx = \frac{1}{10} \operatorname{arctg} \frac{5x}{2} + C;$$

$$18) \int 4 \cdot \sin(4x-5) dx = -\cos(4x-5) + C; \quad 19) \int 6x \cdot \cos(3x^2+7) dx = \sin(3x^2+7) + C;$$

$$20) \int 5 \cdot \operatorname{tg}(5x-7) dx = -\ln |\cos(5x-7)| + C; \quad 21) \int \frac{6}{\cos^2 6x} dx = \operatorname{tg} 6x + C; \quad 22) \int \frac{2x \cdot 2}{\sqrt{9-4x^2}} dx = -\sqrt{9-4x^2} + C; \quad 23) \int \frac{5}{\sqrt{25x^2+7^2}} dx = \ln(5x + \sqrt{25x^2+7^2}) + C; \quad 24) \int \frac{2}{\sqrt{5^2-4x^2}} dx = \arcsin \frac{2x}{5} + C$$

Exerciții propuse:

$$(1) \int x^2(x^3+1)^6 dx; \quad (2) \int \frac{e^x}{e^{2x}+1} dx; \quad (3) \int x\sqrt{1+x^2} dx; \quad (4) \int x^3\sqrt{1-x^4} dx; \quad (5) \int \sqrt{-x^2-x+2} dx$$

$$(6) \int \sqrt{x} \ln x dx; \quad (7) \int \frac{1}{\sqrt{4x^2+2x-3}} dx; \quad (8) \int \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx; \quad (9) \int \frac{1}{x(2010+\ln x)^{2011}} dx; \quad (10) \int \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} dx$$

1.4. INTEGRAREA FUNCȚIILOR RAȚIONALE

Definiție: O funcție $f: I \rightarrow \mathbb{R}$, I interval, se numește **rațională** dacă $R(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, $g(x) \neq 0, x \in I$, unde f, g sunt funcții polinomiale. Dacă $\operatorname{grad} f \geq \operatorname{grad} g$, atunci se efectuează împărțirea lui f la $g \Rightarrow f = g \cdot q + r$, $0 \leq \operatorname{grad} r < \operatorname{grad} g$ și deci $R(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = q(x) + \frac{r(x)}{g(x)}$. Pentru $R(x)$ se face scrierea ca sumă de funcții raționale simple.

$$1) \int \frac{1}{2x-7} dx = \frac{1}{2} \ln |2x-7| + C; \quad 2.) \int \frac{1}{(3x+8)^7} dx = -\frac{1}{6(3x+8)^6} \cdot \frac{1}{3} + C \text{ (Metoda substituției)}$$

$$3)* \int \frac{1}{(x^2+a^2)^2} dx = \frac{1}{a^2} \int \frac{x^2+a^2-x^2}{(x^2+a^2)^2} dx + C = \frac{1}{a^2} \int \frac{1}{x^2+a^2} dx - \frac{1}{a^2} \int x \cdot \left(\frac{-1}{2(x^2+a^2)} \right) dx$$

$$4) \int \frac{1}{(x^2+16)^2} dx = \int \frac{x^2+16-x^2}{(x^2+16)^2} dx = \frac{1}{16} \int \frac{1}{x^2+16} dx - \frac{1}{16} \int x \cdot \left(\frac{-1}{2(x^2+16)} \right) dx =$$

$$= \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{4} \operatorname{arctg} \frac{x}{4} - \frac{1}{16} \left[-\frac{x}{2x^2+32} + \int \frac{1}{2(x^2+4^2)} \right] + C$$

$$5) \int \frac{1}{ax^2+bx+c} dx = \begin{cases} \int \frac{1}{a \left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right)^2 \right]} dx, & \Delta > 0 \\ \int \frac{1}{a \left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{-\Delta}}{2a}\right)^2 \right]} dx, & \Delta < 0 \end{cases}$$

$$6) \int \frac{1}{4x^2-5x+1} dx = \int \frac{1}{4 \left[\left(x - \frac{5}{8}\right)^2 - \left(\frac{3}{8}\right)^2 \right]} dx = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2 \cdot \frac{3}{8}} \ln \left| \frac{x - \frac{5}{8} - \frac{3}{8}}{x - \frac{5}{8} + \frac{3}{8}} \right| + C = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{8x-8}{8x-2} \right| + C$$

$$7) \int \frac{1}{x^2+4x+5} dx = \int \frac{1}{(x+2)^2+1} dx = \operatorname{arctg}(x+2) + C;$$

$$8) \int \frac{8x-6}{4x^2-6x+7} dx = \ln |4x^2-6x+7| + C \text{ (Metoda substituției)}$$

$$9)* \int \frac{Ax+B}{ax^2+bx+c} dx = \int \frac{m(2ax+b)+n}{ax^2+bx+c} dx = m \cdot \ln |ax^2+bx+c| + n \cdot \int \frac{1}{ax^2+bx+c} dx$$

$$\int \frac{3x+4}{2x^2+5x-4} dx = \int \frac{\frac{3}{4} \cdot (4x+5) + 4 - \frac{15}{4}}{2x^2+5x-4} dx = \frac{3}{4} \ln|2x^2+5x-4| + \frac{1}{4} \int \frac{1}{2x^2+5x-4} dx =$$

$$\frac{3}{4} \ln|2x^2+5x-4| + \frac{1}{4} \int \frac{1}{2 \left[\left(x + \frac{5}{4}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{57}}{4}\right)^2 \right]} dx = \frac{3}{4} \ln|2x^2+5x-4| + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2 \cdot \frac{\sqrt{57}}{4}} \ln \left| \frac{4x+5-\sqrt{57}}{4x+5+\sqrt{57}} \right| + C$$

Exerciții propuse și rezolvate:

Să se calculeze:

(1) $\int \frac{2x+3}{2x+1} dx$; (2) $\int \frac{x}{x+4} dx$; (3) $\int \frac{1}{(2x+3)^{2011}} dx$; (4) $\int \frac{x^2}{x^2-2} dx$; (5) $\int \frac{1}{(x-1)(x-2)} dx$; (6) $\int \frac{1}{(x+1)(x+2)} dx$; (7) $\int \frac{1}{x^2-3x+2} dx$;

(8) $\int \frac{1}{x^2-2x+5} dx$; (9); (10) $\int \frac{2x}{1+x^4} dx$;

(11) $\int \frac{x^2}{x^6-3} dx$. Notăm $x^3 = t \Rightarrow 3x^2 dx = dt \Rightarrow \int \frac{x^2}{x^6-3} dx = \int \frac{1}{t^2-3} \cdot \frac{dt}{3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2\sqrt{3}} \ln \left| \frac{t-\sqrt{3}}{t+\sqrt{3}} \right| + C = \frac{1}{6\sqrt{3}} \ln \left| \frac{x^3-\sqrt{3}}{x^3+\sqrt{3}} \right| + C$

(12) $\int \frac{x^3}{1+x^8} dx$. Notăm $x^4 = t \Rightarrow 4x^3 dx = dt \Rightarrow \int \frac{x^3}{1+x^8} dx = \int \frac{1}{t^2+1} \cdot \frac{dt}{4} = \frac{1}{4} \cdot \arctg t + C = \frac{1}{4} \arctg x^4 + C$

(13) $\int \frac{x^3}{(x-1)^{12}} dx$. Notăm $x-1 = t \Rightarrow x=t+1 \Rightarrow dx=dt \Rightarrow$

$$\int \frac{x^3}{(x-1)^{12}} dx = \int \frac{(t+1)^3}{t^{12}} dt = \int \frac{t^3+3t^2+3t+1}{t^{12}} dt = \int (t^{-9}+3t^{-10}+3t^{-11}+t^{-12}) dt =$$

$$= \frac{t^{-8}}{-8} + 3 \frac{t^{-9}}{-9} + 3 \frac{t^{-10}}{-10} + \frac{t^{-11}}{-11} + C = -\frac{1}{8(x-1)^8} - \frac{1}{3(x-1)^9} - \frac{3}{10(x-1)^{10}} - \frac{1}{11(x-1)^{11}} + C$$

(14) $\int \frac{x}{(x-1)^{10}} dx$. Notăm $x-1 = t \Rightarrow \int \frac{x}{(x-1)^{10}} dx = \int \frac{t+1}{t^{10}} dt = \int t^{-9} dt + \int t^{-10} dt = \frac{t^{-8}}{-8} + \frac{t^{-9}}{-9} + C = -\frac{1}{8(x-1)^8} - \frac{1}{9(x-1)^9} + C$

2. INTEGRALA DEFINITĂ

2.1. Integrala unei funcții continue. FORMULA LUI LEIBNIZ-NEWTON

Definiție: Fie $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, o funcție care admite primitive pe $[a, b]$ și F o primitivă a lui f . Numim **integrala definită de la a la b a lui f**, expresia $F(b) - F(a)$ și notăm

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a) = \overset{\text{not}}{F(x)} \Big|_a^b \quad (\text{formula lui Leibniz-Newton}).$$

Reamintim că: Orice funcție continuă admite primitive.

Observații:

- Variabila de integrare nu joacă nici un rol în definiția integralei:

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt = \int_a^b f(u) du = \int_a^b f(y) dy.$$

- $\int_a^a f(x) dx = F(x) \Big|_a^a = F(a) - F(a) = 0.$

- $\int_b^a f(x) dx = F(x) \Big|_b^a = F(a) - F(b) = -[F(b) - F(a)] = -\int_a^b f(x) dx.$

- $\int_a^t f(x) dx = F(x) \Big|_a^t$ este o primitivă a lui f care se anulează în $t=a$.

2.2. PROPRIETĂȚI ALE INTEGRALEI DEFINITE

1) Proprietatea de liniaritate: Fie funcțiile $f, g : [a; b] \rightarrow \mathbb{R}$ continue pe $[a; b]$ și fie $\alpha \in \mathbb{R}$. Atunci avem:

$$\int_a^b (f(x) + g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx \quad \text{și} \quad \int_a^b \alpha \cdot f(x) dx = \alpha \cdot \int_a^b f(x) dx.$$

2) Proprietatea de pozitivitate: Dacă $f : [a; b] \rightarrow \mathbb{R}$, este o funcție pozitivă și continuă, atunci $\int_a^b f(x) dx \geq 0$.

3) Proprietatea de monotonie: Dacă $f, g : [a; b] \rightarrow \mathbb{R}$ sunt funcții continue

cu proprietatea: $f(x) \leq g(x), \forall x \in [a, b]$, atunci $\int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx$.

4) Proprietatea de aditivitate la interval: Fie $f : [a; b] \rightarrow \mathbb{R}$ și $c \in (a, b)$.

Dacă restricțiile lui f sunt continue pe $[a, c]$ și $[c, b]$, atunci $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

5) Proprietatea de medie: $\exists c \in (a, b)$, astfel încât $\int_a^b f(x) dx = f(c) \cdot (b - a)$.

2.3. METODE DE CALCUL AL INTEGRALELOR DEFINITE

A. Integrarea prin părți

Teoremă: Dacă $f, g : [a; b] \rightarrow \mathbb{R}$ sunt funcții derivabile cu derivate continue, atunci

$$\int_a^b f(x)g'(x) dx = f(x)g(x) \Big|_a^b - \int_a^b f'(x)g(x) dx \quad (\text{formula de integrare prin părți})$$

Aplicație: $\int_1^2 x e^x dx = x e^x \Big|_1^2 - \int_1^2 e^x dx = x e^x \Big|_1^2 - e^x \Big|_1^2 = (2e^2 - e) - (e^2 - e) = e^2$.

$$\begin{cases} f = x \\ g' = e^x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f' = 1 \\ g = e^x \end{cases}$$

B. Schimbarea de variabilă

Teoremă. Fie $u : [a; b] \rightarrow I, f : I \rightarrow \mathbb{R}$, (I interval $\subseteq \mathbb{R}$) funcții cu proprietățile:

(1) f continuă pe I și

(2) u este derivabilă, cu derivata continuă pe $[a, b]$,

atunci $x = \int_{u(a)}^{u(b)} f(t) dt$ (formula de schimbare de variabilă)

Aplicație: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cdot \cos x dx$

Considerăm funcția $u : \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow [0, 1]$, $u(x) = \sin x \Rightarrow u'(x) = \cos x$, u' continuă.

Calculăm noile limite (capete) de integrare: $u(0) = 0$, $u\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$.

$f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(t) = t^3$. Deci: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cos x dx = \int_0^1 u^3(x) u'(x) dx = \int_{u(0)}^{u\left(\frac{\pi}{2}\right)} f(t) dt = \int_0^1 t^3 dt = \frac{t^4}{4} \Big|_0^1 = \frac{1}{4}$

Exerciții propuse:

I Să se calculeze, folosind metoda de integrare prin părți:

1) $\int_0^1 x e^{2x} dx$; 2) $\int_1^e x \ln x dx$; 3) $\int_1^e x^2 \ln x dx$; 4) $\int_1^{e^2} \ln^2 x dx$

II Să se calculeze, folosind metoda de schimbare de variabilă:

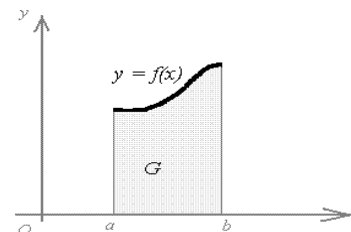
5) $\int_1^2 (x-3)^6 dx$; 6) $\int_{-1}^1 6x^2(2x^3+1)^4 dx$; 7) $\int_1^2 \frac{1}{(2x+1)^3} dx$; 8) $\int_{-1}^0 \sqrt[3]{(x-2)} dx$; 9) $\int_{-1}^0 4x^3 \cdot \sqrt[3]{x^4+1} dx$.

3. APLICAȚII ALE INTEGRALEI DEFINITE

3.1. ARIA UNEI SUPRAFEȚE PLANE

1. **Aria subgraficului lui f** (Γ_f = mulțimea din plan, mărginită de dreptele $x = a$, $x = b$, axa Ox și graficul funcției continue și pozitive $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$) se calculează prin formula:

$$\text{aria}(\Gamma_f) = \int_a^b f(x) dx.$$



2. În cazul $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ continuă și de semn oarecare, avem: $\text{aria}(\Gamma_f) = \int_a^b |f(x)| dx$.

3. **Aria suprafeței** din plan mărginită de dreptele $x = a$, $x = b$ și graficele funcțiilor continue $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ este

calculată prin formula:
$$\text{aria}(\Gamma_{f,g}) = \int_a^b |g(x) - f(x)| dx.$$

Probleme rezolvate / cu indicații: Să se calculeze aria subgraficului următoarelor funcții:

1. $f: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -3x^2 + 2x + 1$; 2. $f: [1,2] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x(x+1)}$; 3.

$f: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x \cdot e^x$.

Rezolvări/Indicații: 1. Se stabilește semnul funcției f și se observă că între 0 și 1 funcția este pozitivă, deci:

$$\begin{aligned} \text{aria}(\Gamma_f) &= \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (-3x^2 + 2x + 1) dx = -\int_0^1 3x^2 dx + \int_0^1 2x dx + \int_0^1 1 dx = -3 \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 + 2 \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 + x \Big|_0^1 = -x^3 \Big|_0^1 + x^2 \Big|_0^1 + x \Big|_0^1 = \\ &= -(1^3 - 0^3) + (1^2 - 0^2) + (1 - 0) = -1 + 1 + 1 = 1. \end{aligned}$$

2. După ce observăm că funcția ia doar valori pozitive între 1 și 2 (intervalul cerut), calculăm aria cu formula:

$$\text{aria}(\Gamma_f) = \int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 \frac{1}{x(x+1)} dx = \int_1^2 \frac{(x+1) - x}{x(x+1)} dx = \int_1^2 \frac{(x+1)}{x(x+1)} dx - \int_1^2 \frac{x}{x(x+1)} dx = \int_1^2 \frac{1}{x} dx - \int_1^2 \frac{1}{x+1} dx = \dots$$

3. $\text{aria}(\Gamma_f) = \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 x \cdot e^x dx = \dots$ (se integrează prin părți).

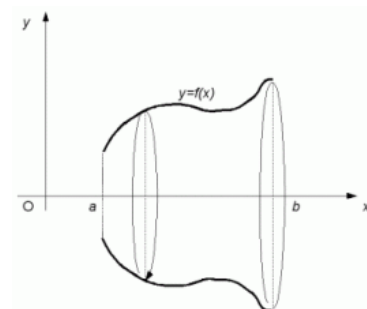
3.2. VOLUMUL UNUI CORP DE ROTAȚIE

Fie funcția $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ($a < b$) o funcție continuă și pozitivă.

Corpul obținut prin rotirea subgraficului funcției f în jurul axei Ox se numește **corpul de rotație** determinat de funcția f și se notează cu

$$C_f = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid \sqrt{y^2 + z^2} \leq f(x), a \leq x \leq b \right\} \text{ și are volumul}$$

$$V(C_f) = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$$



Probleme rezolvate:

1. Se consideră funcția $f: [0;1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x\sqrt{2-x^2}$. Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei Ox , a graficului funcției f .

Rezolvări/Indicații:

$$\begin{aligned} \text{vol}(C_f) &= \pi \int_0^1 f^2(x) dx = \pi \int_0^1 (x\sqrt{2-x^2})^2 dx = \pi \int_0^1 x^2(2-x^2) dx = \pi \left(\int_0^1 2x^2 dx - \int_0^1 x^4 dx \right) = \\ &= \pi \left(2 \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 - \frac{x^5}{5} \Big|_0^1 \right) = \pi \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{5} \right) = \frac{7\pi}{15}. \end{aligned}$$

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{-x} - x$. Să se determine volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei Ox a graficului funcției $g: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x) + f(-x)$.

Rezolvări/Indicații:

În primul rând să găsim funcția g : $g(x) = e^{-x} - x + e^x + x = e^{-x} + e^x$.

$$\begin{aligned} \text{vol}(C_f) &= \pi \int_0^1 f^2(x) dx = \pi \int_0^1 (e^{-x} + e^x)^2 dx = \pi \int_0^1 (e^{-2x} + 2e^{-x} \cdot e^x + e^{2x}) dx = \pi \left(\int_0^1 e^{-2x} dx + \int_0^1 2 dx + \int_0^1 e^{2x} dx \right) = \\ &= \pi \cdot \left(\frac{e^{-2x}}{\ln e^{-2}} \Big|_0^1 + 2 \cdot x \Big|_0^1 + \frac{e^{2x}}{\ln e^2} \Big|_0^1 \right) = \pi \cdot \left(\frac{e^{-2}}{-2} + 2 \cdot x \Big|_0^1 + \frac{e^{2x}}{2} \Big|_0^1 \right) = \pi \cdot \left(\frac{e^{-2}}{-2} - \frac{e^0}{-2} + 2 \cdot 1 - 2 \cdot 0 + \frac{e^2}{2} - \frac{e^0}{2} \right) = \\ &= \pi \cdot \left(-\frac{e^{-2}}{2} + \frac{1}{2} + 2 + \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2} \right) = \pi \cdot \left(-\frac{e^{-2}}{2} + 2 + \frac{e^2}{2} \right) = \pi \cdot \frac{e^2 - e^{-2} + 4}{2}. \end{aligned}$$

Probleme propuse:

1. Se consideră funcția $f: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{1-x}$. (a) Să se calculeze aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$; (b) Să se determine volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei Ox a graficului funcției f .

2. Se consideră funcția $f: [0; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x+3}{x^2+3x+2}$.

a) Să se demonstreze că $f(x) = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2}$, $\forall x \in [0; +\infty)$.

b) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.

c) Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei Ox , a graficului funcției

$$h: [0;1] \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = f(x) - f(x+1) - \frac{1}{x+1}.$$

3. Se consideră funcția $f: [0;1] \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = \sqrt{x}$.

a) Să se determine $\int f(x) dx$, unde $x \in [0;1]$.

b) Să se calculeze aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției $g: [0;1] \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin

$$g(x) = \frac{f^2(x)}{x^2+1}, \text{ axa } Ox \text{ și dreptele de ecuații } x=0 \text{ și } x=1.$$

c) Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei Ox , a graficului funcției

$$h: [0;1] \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = e^{\frac{x}{2}} \cdot f(x), \text{ unde } x \in [0;1].$$

**APLICAȚII – CLASA A XII-A
STRUCTURI ALGEBRICE**

1. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x * y = x + y - 1$.

- a) Arătați că $x * 1 = x, \forall x \in \mathbb{R}$.
- b) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x * x * x = 4$.
- c) Determinați $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$, pentru care $C_n^1 * C_n^2 = 14$.

2. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x * y = (x - 4)(y - 4) + 4$.

- a) Demonstrați că legea „ $*$ ” este asociativă.
- b) Demonstrați că $x * y \in (4, +\infty), \forall x, y \in (4, +\infty)$.
- c) Calculați $1 * 2 * 3 * \dots * 2010$.

3. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x * y = 2xy - 6x - 6y + 21$.

- a) Arătați că $x * y = 2(x - 3)(y - 3) + 3, \forall x, y \in \mathbb{R}$.
- b) Arătați că legea „ $*$ ” este asociativă pe \mathbb{R} .
- c) Calculați $1 * 2 * 3 * \dots * 2011$.

4. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x * y = xy + x + y$.

- a) Arătați că legea „ $*$ ” este asociativă.
- b) Determinați elementul neutru al legii „ $*$ ”.
- c) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x^2 * 2 = x * 4$.

5. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x * y = 2xy - x - y + 1$.

- a) Arătați că $x * y = xy + (1 - x)(1 - y), \forall x, y \in \mathbb{R}$.
- b) Arătați că legea „ $*$ ” este asociativă.
- c) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x * (1 - x) = 0$.

6. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = xy + 2x + 2y + 2$.

- a) Calculați $0 \circ (-2)$.
- b) Arătați că $x \circ y = (x + 2)(y + 2) - 2, \forall x, y \in \mathbb{R}$.
- c) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x \circ x \circ x = 6$.

7. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = xy - 2x - 2y + 6$.

- a) Verificați dacă $x \circ y = (x - 2)(y - 2) + 2, \forall x, y \in \mathbb{R}$.
- b) Arătați că $x \circ 2 = 2 \circ x, \forall x \in \mathbb{R}$.
- c) Calculați $1 \circ 2 \circ 3 \circ \dots \circ 2013$.

8. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 3xy + 3x + 3y + 2$.

- a) Arătați că $x \circ y = 3(x + 1)(y + 1) - 1, \forall x, y \in \mathbb{R}$.
- b) Determinați $a, b \in \mathbb{Z}$, știind că $a \circ b = 2$.
- c) Calculați $(-1) \circ 0 \circ 1 \circ \dots \circ 2015$.

9. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy - 7x - 7y + 56$.

- a) Calculați $(-7) * 7$.
- b) Arătați că $x * y = (x - 7)(y - 7) + 7, \forall x, y \in \mathbb{R}$.
- c) Calculați $1 * 2 * 3 * \dots * 2015$.

10. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = \frac{1}{2}(x - 3)(y - 3) + 3$.

- a) Calculați $(-3) \circ 3$.
- b) Determinați $n \in \mathbb{N}$, știind că $n \circ n = 11$.
- c) Calculați $1 \circ 2 \circ 3 \circ \dots \circ 2015$.

11. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 2xy - 6x - 6y + 21$.

a) Calculați $(-3) \circ 3$.

b) Arătați că $x \circ y = 2(x-3)(y-3) + 3, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

c) Calculați $1 \circ \sqrt{2} \circ \sqrt{3} \circ \dots \circ \sqrt{2015}$.

12. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x * y = -xy - x - y - 2$.

a) Calculați $(-1) * 1$.

b) Arătați că $x * y = -(x+1)(y+1) - 1, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

c) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $(x+2) * (2x-3) = 5$.

13. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x * y = 3xy + 6x + 6y + 10$.

a) Calculați $2 * (-2)$.

b) Arătați că $x * y = 3(x+2)(y+2) - 2, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

c) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x * x * x = x$.

14. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x \circ y = 3xy + 3x + 3y + 2$.

a) Calculați $(-1) \circ 1$.

b) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x \circ x = x$.

c) Determinați $(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, știind că $a \circ b = 8$.

15. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy - 4(x + y - 5)$.

a) Calculați $4 * 5$.

b) Arătați că $x * y = (x-4)(y-4) + 4, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

c) Calculați $1 * 2 * 3 * \dots * 2014$.

16. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x * y = 4(x + y - 3) - xy$.

a) Calculați $2 * 4$.

b) Arătați că $x * y = 4 - (x-4)(y-4), \forall x, y \in \mathbb{R}$.

c) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x * x * x = x$.

17. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = xy - 4x - 4y + 20$.

a) Calculați $3 \circ 4$.

b) Arătați că $x \circ y = (x-4)(y-4) + 4, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

c) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $\underbrace{x \circ x \circ x \circ \dots \circ x}_{\text{de 2013 ori}} = 5$.

18. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x * y = 3x + 3y - xy - 6$.

a) Calculați $1 * 3$.

b) Arătați că $x * y = 3 - (x-3)(y-3), \forall x, y \in \mathbb{R}$.

c) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $\underbrace{x * x * x * \dots * x}_{\text{de 2014 ori}} = x$.

19. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x * y = 3xy + 3x + 3y + 2$.

a) Arătați că $x * y = 3(x+1)(y+1) - 1, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

b) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $(x^2 - 2) * 5 = -1$.

c) Calculați $(-2009) * (-2008) * \dots * 2008 * 2009$.

20. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x * y = -3xy + 9x + 9y - 24$.

a) Arătați că $x * y = -3(x-3)(y-3) + 3, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

b) Demonstrați că legea „ $*$ ” este asociativă.

c) Determinați $x \in \mathbb{R}$, știind că $(x * x) * x = 12$.

21. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x \circ y = xy + 6x + 6y + 30$.

a) Arătați că $x \circ y = (x+6)(y+1) - 6, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

b) Arătați că $e = -5$ este elementul neutru al legii de compoziție „ \circ ”.

c) Determinați $x \in \mathbb{R}$, pentru care $x \circ (-2017) = 2017 \circ (-6)$.

22. Pe mulțimea \mathbb{Z} se definește legea de compoziție $x * y = x + y + 11$.

a) Demonstrați că legea „ $*$ ” este asociativă.

b) Rezolvați în \mathbb{Z} ecuația $\underbrace{x * x * x * \dots * x}_{\text{de 6 ori}} = 1$.

c) Demonstrați că $(\mathbb{Z}, *)$ este grup comutativ.

23. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy + 3x + 3y + 6$.

a) Arătați că $x * y = (x + 3)(y + 3) - 3, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

b) Determinați elementul neutru al legii „ $*$ ”.

c) Determinați $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$, pentru care $C_n^2 * C_n^2 = 13$.

24. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy - 6x - 6y + 42$.

a) Arătați că $x * y = (x - 6)(y - 6) + 6, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

b) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x * x * x * x = x$.

c) Calculați $1 * 2 * 3 * \dots * 2009$.

25. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy - 10(x + y) + 110$.

a) Arătați că $x * y = (x - 10)(y - 10) + 10, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

b) Calculați $C_{10}^1 * C_{20}^1$.

c) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x * (x - 1) = 10$.

26. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy + 7(x + y) + 42$.

a) Calculați $\sqrt{2} * (-\sqrt{2})$.

b) Arătați că $x * y = (x + 7)(y + 7) - 7, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

c) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x * x * x = x$.

27. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție

$x * y = (x - \sqrt{2})(y - \sqrt{2}) + \sqrt{2}$.

a) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x * x = x$.

b) Demonstrați că legea „ $*$ ” este asociativă.

c) Determinați elementul neutru al legii „ $*$ ”.

28. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă

$x * y = xy - \sqrt{2009}(x + y) + 2009 + \sqrt{2009}$.

a) Arătați că $x * y = (x - \sqrt{2009})(y - \sqrt{2009}) + \sqrt{2009}, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

b) Determinați elementul neutru al legii „ $*$ ”.

c) Calculați $(-\sqrt{2009}) * (-\sqrt{2008}) * \dots * \sqrt{2008} * \sqrt{2009}$.

29. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x * y = xy + x + y$ și funcția

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + 1$.

a) Demonstrați că legea „ $*$ ” este asociativă.

b) Arătați că $f(x * y) = f(x) \cdot f(y), \forall x, y \in \mathbb{R}$.

c) Calculați $1 * \frac{1}{2} * \frac{1}{3} * \dots * \frac{1}{2009}$.

30. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x * y = 2xy - 8x - 8y + 36$.

a) Arătați că $x * y = 2(x - 4)(y - 4) + 4, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

b) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x * x = 36$.

c) Calculați $\sqrt{1} * \sqrt{2} * \sqrt{3} * \dots * \sqrt{2009}$.

31. Pe mulțimea $G = (-1, 1)$ se definește legea de compoziție $x * y = \frac{x+y}{1+xy}$.

a) Demonstrați că $x * y \in G, \forall x, y \in G$.

b) Demonstrați că legea „ $*$ ” este asociativă.

c) Rezolvați în G ecuația $x * x = \frac{4}{5}$.

32. Pe mulțimea \mathbb{Z} se definesc legile de compoziție $x * y = x + y + 2$ și $x \circ y = xy + 2x + 2y + 2$.

a) Arătați că $x \circ y = (x+2)(y+2) - 2, \forall x, y \in \mathbb{Z}$.

b) Determinați simetricul elementului $x = -3$ în raport cu legea „ \circ ”.

c) Rezolvați în \mathbb{N} sistemul de ecuații $\begin{cases} x^2 * y^2 = 7 \\ x^2 \circ y^2 = 16 \end{cases}$.

33. Pe mulțimea \mathbb{Z} se definesc legile de compoziție $x * y = x + y - 3$ și $x \circ y = xy - 3(x+y) + 12$.

a) Rezolvați în \mathbb{Z} ecuația $x \circ x = 12$.

b) Arătați că $1 \circ (2 * 3) = (1 \circ 2) * (1 \circ 3)$.

c) Rezolvați în \mathbb{Z} sistemul de ecuații $\begin{cases} (x-3) * y = 2 \\ (x-y) \circ 4 = 10 \end{cases}$.

34. Fie mulțimea $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & 10b \\ b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Q}, a^2 - 10b^2 = 1 \right\}$.

a) Arătați că $A = \begin{pmatrix} 19 & 60 \\ 6 & 19 \end{pmatrix} \in G$.

b) Demonstrați că $X \cdot Y \in G, \forall X, Y \in G$.

c) Demonstrați că mulțimea G este infinită.

35. Fie mulțimea $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & -9 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R})$ și mulțimea

$G = \{ X(a) = I_2 + aA \mid a \in \mathbb{R} \}$.

a) Arătați că $X(a) \cdot X(b) = X(a+b-10ab), \forall a, b \in \mathbb{R}$.

b) Arătați că mulțimea $H = \{ X(a) \mid a \in \mathbb{R} \setminus \{ \frac{1}{10} \} \}$ este parte stabilă a lui $M_2(\mathbb{R})$ în raport cu înmulțirea matricelor.

c) Rezolvați ecuația $X^2 = I_2, X \in G$.

36. Fie mulțimea $G = \left\{ A_x = \begin{pmatrix} 2009^x & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & x & 1 \end{pmatrix} \mid x \in \mathbb{R} \right\}$.

a) Arătați că $I_3 \in G$.

b) Arătați că $A_x \cdot A_y = A_{x+y}, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

c) Arătați că $G = \{ A_x \mid x \in \mathbb{R} \}$ este grup în raport cu înmulțirea matricelor.

37. Pe mulțimea \mathbb{Z} se definesc legile de compoziție

$x * y = x + y - 3$ și $x \circ y = (x-3)(y-3) + 3$.

a) Rezolvați în \mathbb{Z} ecuația $x \circ x = x * x$.

b) Determinați $a \in \mathbb{Z}$ cu proprietatea $x \circ a = 3, \forall x \in \mathbb{Z}$.

c) Rezolvați sistemul de ecuații $\begin{cases} x * (y+1) = 4 \\ (x-y) \circ 1 = 5 \end{cases}, x, y \in \mathbb{Z}$.

38. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x * y = xy - 3x - 3y + 12$.

a) Demonstrați că $x * y = (x-3)(y-3) + 3, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

b) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x * x = 19$.

c) Calculați $\sqrt[3]{1} * \sqrt[3]{2} * \sqrt[3]{3} * \dots * \sqrt[3]{2011}$.

39. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x * y = \frac{1}{2}(x + y - xy + 1), \forall x, y \in \mathbb{R}$.

a) Verificați dacă legea „ $*$ ” este asociativă.

b) Arătați că legea „ $*$ ” admite element neutru.

c) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x * x * x = 3$.

40. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x \circ y = x + ay + 1, \forall a \in \mathbb{R}$.

a) Pentru $a = 1$ calculați $2011 \circ 2012$.

b) Determinați $a \in \mathbb{R}$ pentru care legea „ \circ ” este asociativă.

c) Pentru $a = -1$ rezolvați în \mathbb{R} ecuația $4^x \circ 2^x = 1$.

41. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x * y = \sqrt{x^2 + y^2 + 4}$.

a) Calculați $2 * 2$.

b) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x * x = \sqrt{12}$.

c) Arătați că numărul $\underbrace{1 * 1 * 1 * \dots * 1}_{\text{de 8 ori}} \in \mathbb{Z}$.

42. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x \circ y = 2xy - 3x - 3y + 6$.

a) Calculați $1 \circ 2$.

b) Arătați că $x \circ y = 2\left(x - \frac{3}{2}\right)\left(y - \frac{3}{2}\right) + \frac{3}{2}, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

c) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x \circ x = 2$.

43. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 6xy - 2x - 2y + 1$.

a) Calculați $1 \circ \frac{1}{3}$.

b) Determinați elementul neutru al legii „ \circ ”.

c) Calculați $\frac{1}{1008} \circ \frac{2}{1008} \circ \frac{3}{1008} \circ \dots \circ \frac{2016}{1008}$

44. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy - 4x - 4y + 20$.

a) Arătați că $x * y = (x-4)(y-4) + 4, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

b) Calculați $1 * 2 * 3 * \dots * 2016$.

c) Determinați $a, b, c \in \mathbb{N}, a < b < c$, știind că $a * b * c = 66$.

45. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x * y = -2xy + 10x + 10y - 45$.

a) Arătați că $x * y = -2(x-5)(y-5) + 5, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

b) Arătați că $1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8 * 9 * 10 = 5$.

c) Determinați $m, n \in \mathbb{N}$, știind că $m * n = 27$.

46. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x * y = -xy + 2x + 2y - 2$.

a) Arătați că $x * y = 2 - (x-2)(y-2), \forall x, y \in \mathbb{R}$.

b) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x * x = 1$.

c) Demonstrați că, dacă $m, n, p \in \mathbb{Z}$, astfel încât $m * n * p = 2$, atunci produsul numerelor m, n și p este divizibil cu 2.

47. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 2xy - 6x - 6y + 21$.

a) Arătați că $x \circ y = 2(x-3)(y-3) + 3, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

b) Arătați că $1 \circ 2 \circ 3 \circ 4 = 3$.

c) Determinați $x \in \mathbb{R}$, pentru care $x \circ x \circ x = x$.

48. Pe mulțimea $M = (0, +\infty)$ se definește legea de compoziție $x \circ y = x^{2 \log_3 y}$.

- a) Calculați $2 \circ 9$.
 b) Determinați numărul real $x, x \in M$, știind că $x \circ 3 = 25$.
 c) Demonstrați că legea de compoziție „ \circ ” este comutativă

49. Pe mulțimea \mathbb{Z}_7 se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy + \hat{6}x + \hat{6}y + 2$.

- a) Arătați că $x * y = (x + \hat{6})(y + \hat{6}) + \hat{1}, \forall x, y \in \mathbb{Z}_7$.
 b) Demonstrați că $x * \hat{1} = \hat{1} * x = \hat{1}, \forall x \in \mathbb{Z}_7$.
 c) Calculați $\hat{0} * \hat{1} * 2 * \hat{3} * 4 * \hat{5} * \hat{6}$.

50. Pe mulțimea $\mathbb{Z}_{20} = \{\hat{0}, \hat{1}, 2, \dots, 19\}$ se definește legea de compoziție $x \circ y = xy + \hat{3}x + \hat{3}y + \hat{9}$.

- a) Arătați că $x \circ y = (x + \hat{3})(y + \hat{3}), \forall x, y \in \mathbb{Z}_{20}$.
 b) Determinați $a \in \mathbb{Z}_{20}$, știind că $a \circ x = \hat{0}, \forall x \in \mathbb{Z}_{20}$.
 c) Dați exemplu de $a, b \in \mathbb{Z}_{20} \setminus \{17\}$ pentru care $a \circ b = \hat{0}$.

51. Se consideră inelul $(\mathbb{Z}_6, +, \cdot)$, unde $\mathbb{Z}_6 = \{\hat{0}, \hat{1}, 2, \hat{3}, 4, \hat{5}\}$.

- a) Rezolvați în \mathbb{Z}_6 ecuația $2x + \hat{5} = \hat{1}$.

- b) Calculați în \mathbb{Z}_6 determinantul $\Delta = \begin{vmatrix} \hat{1} & 2 & \hat{3} \\ 2 & \hat{3} & \hat{1} \\ \hat{3} & \hat{1} & 2 \end{vmatrix}$.

- c) Rezolvați în \mathbb{Z}_6 sistemul de ecuații $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x + 2y = \hat{5} \end{cases}$.

POLINOAME

46. Fie polinomul $f \in \mathbb{R}[X], f = X^3 - X - 5$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

- a) Calculați $f\left(-\frac{1}{2}\right)$.
 b) Determinați $\alpha \in \mathbb{R}$, știind că restul împărțirii polinomului f la $X - \alpha$ este egal cu -5 .

- c) Calculați determinantul $D = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}$.

47. Fie polinomul $f \in \mathbb{R}[X], f = X^3 - 9X^2 - X + 9$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

- a) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la $X^2 - 1$.
 b) Arătați că $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 9(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) - 18$.
 c) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $f(3^x) = 0$.

48. Fie polinomul $f \in \mathbb{R}[X], f = X^3 - 3X^2 + 5X + 1$, cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$.

- a) Calculați $(1 - x_1)(1 - x_2)(1 - x_3)$.
 b) Arătați că polinomul f nu are nici o rădăcină întregă.
 c) Calculați $x_1^2 x_2 + x_1^2 x_3 + x_2^2 x_1 + x_2^2 x_3 + x_3^2 x_1 + x_3^2 x_2$.

49. Fie polinomul $f \in \mathbb{R}[X], f = X^3 + mX^2 - mX - 4, m \in \mathbb{R}$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

- a) Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că $x_1 + x_2 + x_3 = -2$.
 b) Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că polinomul f este divizibil cu polinomul $X^2 - 2$.
 c) Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că polinomul f are o rădăcină rațională pozitivă.

50. Fie polinomul $f \in \mathbb{R}[X]$, $f = X^3 + pX^2 + 1$, $p \in \mathbb{R}$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

- Calculați $f(-p)$.
- Determinați $p \in \mathbb{R}$, știind că polinomul f este divizibil cu $X - 1$.
- Calculați în funcție de p suma $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4$.

51. Fie polinomul $f \in \mathbb{R}[X]$, $f = X^3 - 2X^2 + aX + b$, $a, b \in \mathbb{R}$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

- Pentru $a = 1, b = 0$, calculați rădăcinile polinomului f .
- Determinați $a \in \mathbb{R}$, știind că $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 2$.
- Determinați $a, b \in \mathbb{R}$, știind că $f = (X - x_1^2)(X - x_2^2)(X - x_3^2)$.

52. Fie polinomul $f \in \mathbb{R}[X]$, $f = 4X^3 - 12X^2 + aX + b$, cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$.

- Determinați $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât polinomul f să se dividă cu $X^2 - 1$.
- Determinați $a, b \in \mathbb{R}$, știind că polinomul f are rădăcina i .
- Determinați $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât polinomul f să aibă rădăcinile în progresie aritmetică și $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 11$.

53. Fie polinomul $f \in \mathbb{Z}[X]$, $f = X^3 + aX^2 + X + b$, $a, b \in \mathbb{Z}$, cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$.

- Pentru $a = b = 1$, aflați rădăcinile polinomului f .
- Determinați $a, b \in \mathbb{Z}$, știind că polinomul f are rădăcina dublă 1.
- Pentru $b = 1$, determinați $a \in \mathbb{Z}$, știind că polinomul f are o rădăcină rațională.

54. Fie polinomul $f \in \mathbb{R}[X]$, $f = X^3 + 4aX^2 + 20X + b$, cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$.

- Pentru $a = 2, b = 0$, calculați rădăcinile polinomului f .
- Calculați $(x_1 - x_2)^2 + (x_1 - x_3)^2 + (x_2 - x_3)^2$.
- Determinați $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât polinomul f să aibă o rădăcină dublă egală cu $-a$.

55. Fie ecuația $x^3 - x + a = 0$, $a \in \mathbb{R}$, cu soluțiile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$.

- Calculați $(x_1 + 1)(x_2 + 1)(x_3 + 1)$.
- Determinați x_2 și x_3 , știind că $x_1 = 2$.
- Determinați $a \in \mathbb{R}$, pentru care x_1, x_2, x_3 sunt numere întregi.

56. Fie ecuația $x^3 - 2x^2 + 2x - a = 0$, $a \in \mathbb{C}$, cu soluțiile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$.

- Pentru $a = 1$ calculați x_1, x_2 și x_3 .
- Arătați că $\forall a \in \mathbb{R}$, ecuația are o singură rădăcină reală.

- Arătați că valoarea determinantului $\Delta = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_3 & x_1 & x_2 \\ x_2 & x_3 & x_1 \end{vmatrix}$ nu depinde de a .

57. Fie polinomul $f \in \mathbb{Z}_3[X]$, $f = X^3 + 2X^2 + m$, $m \in \mathbb{Z}_3$.

- Calculați $f(\hat{0}) + f(\hat{1}) + f(\hat{2})$.
- Pentru $m = 2$, determinați rădăcinile din \mathbb{Z}_3 ale polinomului f .
- Determinați $m \in \mathbb{Z}_3$ pentru care polinomul f este ireductibil în $\mathbb{Z}_3[X]$.

58. Fie polinoamele $f, g \in \mathbb{Z}_5[X]$, $f = \hat{3}X^5 + \hat{3}X^3 + \hat{3}X + 4$ și $g = \hat{3}X^3 + \hat{3}X^2 + 2X + \hat{3}$.

- Calculați $f(\hat{0}) + f(\hat{1})$.
- Rezolvați în \mathbb{Z}_5 ecuația $f(x) = \hat{0}$.
- Determinați câtul împărțirii polinomului f la polinomul g .

59. Fie polinoamele $f, g \in \mathbb{Z}_5[X]$, $f = X^3 + mX^2 + X + \hat{1}$ și $g = X + \hat{3}$.

a) Determinați $m \in \mathbb{Z}_5$ astfel încât polinomul f să fie divizibil cu polinomul g .

b) Pentru $m = \hat{1}$, arătați că $f = (X + \hat{1})(X^2 + \hat{1})$.

c) Pentru $m = \hat{1}$, rezolvați în \mathbb{Z}_5 ecuația $f(x) = \hat{0}$.

60. Fie polinomul $f \in \mathbb{R}[X]$, $f = X^3 - 2X^2 + mX - 8$.

a) Determinați $m \in \mathbb{R}$, astfel încât o rădăcină a polinomului f să fie egală cu 2.

b) Pentru $m = 4$, determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $g = X^2 - 2X + 4$.

c) Demonstrați că, dacă $m \in (2, +\infty)$, atunci f nu are toate rădăcinile reale.

61. Se consideră ecuația $x^3 + 2x^2 + 4 = 0$, cu soluțiile x_1, x_2, x_3 .

a) Calculați $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$.

b) Calculați $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}$.

c) Calculați valoarea determinantului $\Delta = \begin{vmatrix} x_1 & 1 : x_2 & 1 : x_3 \\ x_2 & 1 : x_3 & 1 : x_1 \\ x_3 & 1 : x_1 & 1 : x_2 \end{vmatrix}$.

62. Fie polinoamele $f, g \in \mathbb{Z}_3[X]$, $f = X^2 + X$ și $g = X^2 + 2X + a$, cu $a \in \mathbb{Z}_3$.

a) Calculați $f(\hat{0}) + f(\hat{1})$.

b) Determinați rădăcinile polinomului f .

c) Demonstrați că $f(\hat{0}) + f(\hat{1}) + f(2) = g(\hat{0}) + g(\hat{1}) + g(2), \forall a \in \mathbb{Z}_3$.

63. Fie polinomul $f = X^3 + 2X^2, f \in \mathbb{Z}_3[X]$ și $G = \{g = aX^3 + bX^2 + cX + d \mid a, b, c, d \in \mathbb{Z}_3\}$.

a) Calculați $f(\hat{1})$.

b) Determinați rădăcinile polinomului f .

c) Determinați numărul elementelor mulțimii G .

64. Polinomul $f = X^3 + 2X^2 - 5X + m, m \in \mathbb{R}$ are rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

a) Calculați $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$.

b) Determinați $m \in \mathbb{R}^*$, pentru care $x_1 + x_2 + x_3 = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}$.

c) Arătați că determinantului $\Delta = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix} \in \mathbb{N}, \forall m \in \mathbb{R}$.

65. Fie polinomul $f = X^3 + (m-3)X^2 - 17X + (2m+7), m \in \mathbb{R}$.

a) Pentru $m = 4$, calculați restul împărțirii polinomului f la $X - 3$.

b) Determinați $m \in \mathbb{R}$, pentru care polinomul f este divizibil cu $X - 1$.

c) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $27^x + 9^x - 17 \cdot 3^x + 15 = 0$.

66. Fie polinomul $f = X^3 + 3X^2 - 3X - 1 \in \mathbb{R}[X]$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

a) Arătați că polinomul f se divide cu $X - 1$.

b) Calculați $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$.

c) Verificați dacă $(2 - x_1)(2 - x_2)(2 - x_3) = 13$.

67. Fie polinomul $f = X^3 + mX^2 + mX + 1, m \in \mathbb{R}$.

a) Pentru $m = 0$, calculați restul împărțirii polinomului f la $X - 1$.

b) Arătați că polinomul f este divizibil cu $X + 1, \forall m \in \mathbb{R}$.

c) Determinați $m \in \mathbb{R}$, pentru care polinomul f are trei rădăcini reale.

68. Fie polinomul $f \in \mathbb{Z}_5[X]$, $f = mX^5 + nX$, $m, n \in \mathbb{Z}_5$.

a) Determinați $n \in \mathbb{Z}_5$, pentru care $f(\hat{1}) = m$.

b) Pentru $m = \hat{1}$ și $n = 4$, determinați rădăcinile din \mathbb{Z}_5 ale polinomului f .

c) Arătați că, dacă $f(\hat{1}) = f(\hat{2})$, atunci $f(\hat{3}) = f(\hat{4})$.

69. Fie polinomul $f = X^3 - 2X^2 - 2X + m$, $m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

a) Pentru $m = 3$, calculați $f(1)$.

b) Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că restul împărțirii polinomului f la $X - 2$ să fie egal cu 2.

c) Pentru $m = 4$, calculați $(x_1 + x_2 + x_3) \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} \right)$.

70. Fie polinomul $f = X^3 - mX^2 + 3X - 1$, $m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

a) Calculați $f(2) - f(-2)$.

b) Determinați restul împărțirii polinomului f la $X + 2$, știind că restul împărțirii polinomului f la $X - 2$ este egal cu 9.

c) Determinați $m \in \mathbb{R}$, pentru care $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 3$.

71. Fie polinomul $f = X^3 - 4X^2 + 3X - m$, $m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$.

a) Pentru $m = 4$, calculați $f(4)$.

b) Determinați $m \in \mathbb{R}$, pentru care rădăcinile polinomului f verifică relația $x_1 + x_2 = x_3$.

c) Dacă $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 7(x_1 + x_2 + x_3)$, arătați că polinomul f se divide cu $X - 3$.

72. Fie polinomul $f = X^3 - X + m$, $m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

a) Pentru $m = -2$, calculați $f(2)$.

b) Calculați $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$.

c) Arătați că, dacă polinomul f are o rădăcină întregă, atunci m este multiplu de 6.

73. Fie polinomul $f = X^3 + X^2 + mX + m$, $m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$.

a) Arătați că polinomul f este divizibil cu $X + 1$, $\forall m \in \mathbb{R}$.

b) Determinați $m \in \mathbb{R}$, pentru care $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 11$.

c) Determinați $m \in \mathbb{R}$ știind că $|x_1| = |x_2| = |x_3|$.

74. Fie polinomul $f = X^3 + X + m$, $m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$.

a) Pentru $m = -2$, calculați $f(1)$.

b) Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că $(2 - x_1)(2 - x_2)(2 - x_3) = 2$.

c) Pentru $m \neq 0$, determinați un polinom de grad trei, având coeficienți reali, care are rădăcinile $\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}$ și $\frac{1}{x_3}$.

75. Fie polinomul $f = X^3 + mX^2 + mX + 1$, $m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$.

a) Calculați $f(-1)$.

b) Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = -1$.

c) Determinați $m \in \mathbb{R}$, pentru care toate rădăcinile polinomului f sunt reale.

76. Fie polinomul $f = X^3 + X^2 - 3X + 2$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

a) Calculați $f(0)$.

b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la $X^2 - 4$.

c) Calculați $(x_1 - x_2)^2 + (x_2 - x_3)^2 + (x_3 - x_1)^2$.

77. Fie polinomul $f = X^3 - 2X^2 + 3X + m, m \in \mathbb{R}$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

a) Calculați $f(1)$.

b) Calculați $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$.

c) Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 8$.

78. Se consideră polinomul $f = X^3 - 6X^2 + mX - 6, m \in \mathbb{R}$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

a) Calculați $f(0)$.

b) Calculați $\frac{1}{x_1 x_2} + \frac{1}{x_1 x_3} + \frac{1}{x_2 x_3}$.

c) Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că rădăcinile polinomului f sunt trei numere întregi consecutive.

79. Fie polinomul $f = X^3 + X^2 - 4X + 2m, m \in \mathbb{R}$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

a) Calculați $f(0)$.

b) Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că $1+i$ este rădăcină a polinomului f .

c) Pentru $m=3$, calculați $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$.

80. Fie polinomul $f = X^3 - 3X^2 + mX - 2, m \in \mathbb{R}$.

a) Calculați $f(2)$.

b) Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că polinomul f este divizibil prin $X^2 - X + 1$.

c) Pentru $m=3$, rezolvați în \mathbb{R} ecuația $f(2^x) = 0$.

81. Fie polinomul $f \in \mathbb{Z}_5[X], f = X^3 + aX, a \in \mathbb{Z}_5$.

a) Calculați $f(\hat{0})$.

b) Determinați $a \in \mathbb{Z}_5$, știind că $f(\hat{3}) = \hat{3}$.

c) Arătați că, dacă $f(\hat{1}) = f(\hat{2})$, atunci $f(\hat{3}) = f(\hat{4})$.

82. Fie polinomul $f = X^3 + mX - 3, m \in \mathbb{R}$.

a) Pentru $m=2$, calculați $f(1)$.

b) Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că polinomul f este divizibil cu $X+1$.

c) Arătați că, pentru $\forall m \in \mathbb{R}, m > 0$, polinomul f are două rădăcini de module egale.

83. Fie polinomul $f = X^3 - 2X^2 + 2X + m, m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

a) Calculați $f(0)$.

b) Pentru $m=-1$, calculați $(x_1 + x_2 + x_3) \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} \right)$.

c) Arătați că polinomul f nu are toate rădăcinile reale.

84. Fie polinomul $f = X^3 - mX + 2, m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

a) Calculați $f(0)$.

b) Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că restul împărțirii polinomului f la polinomul $g = X^2 + X - 2$ este egal cu 0.

c) Calculați $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$.

85. Fie polinomul $f = X^3 + 2X^2 + X + m, m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

a) Calculați $f(0)$.

b) Pentru $m=1$, arătați că $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 5x_1 x_2 x_3$.

c) Determinați numărul natural prim m , știind că polinomul f are o rădăcină întregă.

86. Fie polinomul $f = X^3 - 4X^2 + mX + 2, m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

- Calculați $f(0)$.
- Determinați $m \in \mathbb{R}$, pentru care $x_1 = x_2 + x_3$.
- Pentru $m = 8$, arătați că polinomul f nu are toate rădăcinile reale.

87. Fie polinomul $f = X^3 - 5X + m, m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

- Calculați $f(0)$.
- Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 2016 - 4m$.
- Demonstrați că polinomul f are o cel mult o rădăcină întregă.

88. Fie polinomul $f = X^3 - X^2 + mX + 2, m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

- Calculați $f(-1) + f(1)$.
- Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că polinomul f este divizibil cu polinomul $X^2 - 2X + 2$.
- Calculați $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + 3x_1x_2 + 3x_2x_3 + 3x_1x_3$.

89. Fie polinomul $f = X^4 + mX^2 + 2, m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3, x_4 .

- Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că $f(1) = 0$.
- Calculați $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + 2(x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4)$.
- Pentru $m = 3$, descompuneți polinomul f în factori ireductibili în $\mathbb{R}[X]$.

90. Fie polinomul $f = X^3 - 4X^2 + mX + 4, m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

- Arătați că $f(-1) + f(1) = 0, \forall m \in \mathbb{R}$.
- Pentru $m = -1$, arătați că polinomul f se divide cu $X^2 - 1$.
- Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 4\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}\right) = 0$.

91. Fie polinomul $f = X^3 + mX^2 + X - 1, m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

- Arătați că $f(1) - f(-1) = 4, \forall m \in \mathbb{R}$.
- Pentru $m = 2$, determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $X^2 + X + 1$.
- Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că $x_1 + x_2 + x_3 + x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = x_1x_2x_3 - 1$.

92. Fie polinomul $f = X^3 + mX^2 + 2X - 4, m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

- Pentru $m = 1$, arătați că $f(1) = 0$.
- Arătați că, dacă polinomul f se divide cu $X + 2$, atunci restul împărțirii lui f la $X + 3$ este egal cu -1 .
- Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + x_1 + x_2 + x_3 = \frac{1}{2}$.

93. Fie polinomul $f = X^3 - (m+2)X^2 + (m^2+2)X - 1, m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

- Arătați că $f(0) = -1, \forall m \in \mathbb{R}$.
- Arătați că $(x_1 - x_2)^2 + (x_2 - x_3)^2 + (x_3 - x_1)^2 = -4(m-1)^2, \forall m \in \mathbb{R}$.
- Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că toate rădăcinile polinomului f sunt numere reale.

94. Fie polinomul $f = X^3 - 2X^2 - X + m, m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

- Pentru $m = 2$, arătați $f(2) = 0$.
- Arătați că, dacă polinomul f se divide cu $X + 1$, atunci polinomul f se divide cu $X^2 - 3X + 2$.
- Determinați $m \in \mathbb{R}^*$, știind că $\frac{x_1}{x_2x_3} + \frac{x_2}{x_3x_1} + \frac{x_3}{x_1x_2} = 6$.

95. Fie polinomul $f = X^3 - 4X^2 + 5X + m, m \in \mathbb{R}$.

a) Arătați că $f(1) - f(-1) = 12, \forall m \in \mathbb{R}$.

b) Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că polinomul f este divizibil cu polinomul $X - 2$.

c) Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că toate rădăcinile polinomului f sunt numere întregi.

APLICAȚII – CLASA A XII-A
ANALIZĂ MATEMATICĂ - PRIMITIVE

Calculați:

$$\int (3x - 1)dx = \int \left(6x^2 + \frac{1}{2}\right)dx = \int (3x^2 + 10x)dx =$$

$$\int (2x^3 - 4x^2 - 5x + 9)dx = \int (12x - 4)dx = \int (2x^3 - 3x^2 - 5)dx =$$

$$\int (8x^7 + 1)dx = \int (5x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 6x + 1)dx = \int (x + 5)(x - 3)dx =$$

$$\int (1 - x)(2 + x^2)dx = \int 2(x - 1)(x + 1)dx = \int (1 - 2x)(1 + 2x)dx =$$

$$\int (2 - 3x)^2 dx = \int (x - 5)^2 dx = \int (2x + 1)^2 dx =$$

$$\int (4x + 3)^2 dx = \int (x - 1)^3 dx = \int (2 + x)^3 dx =$$

$$\int (x - 2)^3 dx = \int (2x - 1)^3 dx = \int (x^2 - 2x)^3 dx =$$

$$\int \frac{3x^5 + x^2 + x - 1}{x^3} dx = \int \frac{x^4 - 2x^2 + 1}{x^2} dx = \int \frac{1}{x^3} dx =$$

$$\int \frac{5}{x^2} dx = \int \sqrt{x} dx = \int x \cdot \sqrt{x} dx =$$

1. Să se calculeze primitivele următoarelor funcții:

a) $f(x) = x^3 + 4x^2 - 5x + 8; x \in \mathbb{R}$

b) $f(x) = 2x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 4x - 3; x \in \mathbb{R}$

c) $f(x) = x + \frac{1}{x}; x \in (0, \infty)$

d) $f(x) = a \cdot \sin x + b \cdot \cos x; x \in \mathbb{R}$

e) $f(x) = \frac{2}{\sqrt{1-4x^2}}; x \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

f) $f(x) = \frac{4}{\sqrt{4-x^2}}; x \in (-2, 2)$

g) $f(x) = \frac{8}{x^2+4}; x \in \mathbb{R}$

h) $f(x) = \frac{2}{x^2+16}; x \in \mathbb{R}$

i) $f(x) = 2^x + e^x; x \in \mathbb{R}$

j) $f(x) = \frac{7}{x^2-1}; x \in (-1, 1)$

k) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}; x \in (0, \infty)$

l) $f(x) = x\sqrt{x} + x\sqrt[3]{x^2}; x \in (0, \infty)$.

2. Să se determine primitivele următoarelor funcții:

a) $f(x) = x \cdot \ln x; x > 0$

b) $f(x) = \frac{1}{x} \cdot \ln x; x > 0$

c) $f(x) = x \cdot e^x; x \in \mathbb{R}$

d) $f(x) = e^x \cdot \sin x; x \in \mathbb{R}$

e) $f(x) = e^x \cdot \cos x; x \in \mathbb{R}$

f) $f(x) = \sin^2 x; x \in \mathbb{R}$

3. Să se calculeze primitivele următoarelor funcții:

a) $f(x) = \frac{4x+2}{x^2+x+3}; x \in \mathbb{R}$

b) $f(x) = \frac{8x^3+6x}{2x^4+3x^2+5}; x \in \mathbb{R}$

c) $f(x) = \frac{\sin x}{1+\cos^2 x}; x \in \mathbb{R}$

- d) $f(x) = \frac{x^2}{1+x^6}; x \in \mathbb{R}$
 e) $f(x) = \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}}; x \in (-\infty, 0)$
 f) $f(x) = \frac{e^{2x}}{1+e^x}; x \in \mathbb{R}$

EXERSATI

- Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$. Să se arate că funcția $F: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, F(x) = x + \frac{1}{x}$ este o primitivă a funcției f .
- Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 2, & x \leq 1 \\ \ln x, & x > 1 \end{cases}$
 - Să se arate că funcția f admite primitive.
 - Să se demonstreze că orice primitivă a funcției f este convexă pe $(1, \infty)$.
- Se consideră funcția $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 1 - \sqrt{x}$. Să se determine mulțimea primitivelor funcției f .
- Se consideră funcția $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x+2}$. Să se calculeze $\int f^2(x) dx$.
- Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x^2 + x - 2, & x < 1 \\ (x+1)\ln x, & x \geq 1 \end{cases}$. Să se arate că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .
- Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^{2009} + x + 1$. Să se determine primitiva F a funcției f care are proprietatea $F(0) = 1$.
- Se consideră funcția $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2}$. Să se arate că $\int (x+1)(x+2)f(x) dx = x^2 + 3x + C, x \geq 0$.
- Se consideră funcțiile $f, g: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^3}{(x+1)}$ și $g = f'(x)$. Să se determine primitiva funcției g a cărei asimptotă spre ∞ este dreapta de ecuație $y = 2x$.
- Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^{x^2}$. Să se determine $\int f(\sqrt{x}) dx, x \in [0, \infty)$.
- Se consideră funcția $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 1 - x$. Să se determine mulțimea primitivelor funcției f .
- Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 1}$. Să se determine $\int (x^2 + 1)f(x) dx$.
- Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^{1004} + 2009^x$.
 - Să se determine $\int f(x) dx$.
 - Să se demonstreze că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe \mathbb{R} .
- Se consideră funcția $f: [1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \ln x + \frac{1}{x}$. Să se arate că funcția $F: [1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, F(x) = (x+1)\ln x - x + 1$ este o primitivă a funcției f .
- Se consideră funcția $f: [2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1}$. Să se demonstreze că orice primitivă a funcției f este concavă pe $[2, \infty)$.
- Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^x + \ln x$. Știind că $g: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = f(x) - \ln x$, să se arate că $\int g(x) dx = g(x) + C, x > 0$.
- Se consideră funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{e^{2x} + 1}{e^x}$ și $g(x) = \frac{e^{2x} - 1}{e^x}$. Să se arate că funcția g este o primitivă a funcției f .
- Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + e^x + 1$. Să se demonstreze că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe \mathbb{R} .

18. Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \begin{cases} e \cdot e^x, & x \leq -1 \\ 2 + x, & x > -1 \end{cases}$. Să se arate că funcția f admite primitive pe \mathbf{R} .
19. Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \begin{cases} x_2 + e^x, & x \leq 0 \\ \sqrt{x} + 1, & x > 0 \end{cases}$. Să se arate că funcția f admite primitive pe \mathbf{R} .
20. Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = (x-1)^{2007}$. Să se calculeze $\int f(x) dx$.
21. Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = xe^x$. Să se arate că funcția $F: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $F(x) = (x-1)e^x$ este o primitivă a funcției f .
22. Se consideră funcția $f: [1, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{x(1 + \ln x)}$. Să se demonstreze că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe $[1, \infty)$.
23. Se consideră funcțiile $f, g: (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = e^x$ și $g = \frac{1}{x}$. Să se calculeze primitivele funcției $f+g$.
24. Se consideră funcțiile $f_m: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ definite prin $f_m(x) = m^2 x^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$, unde $m \in \mathbf{R}$. Să se calculeze $\int f_1(x) dx$.
25. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \ln x - x$. Să se demonstreze că orice primitivă a funcției f este concavă pe $(0, \infty)$.
26. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x+1)^2}$. Să se demonstreze că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe $(0, \infty)$.
27. Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 3^x + 3^{-x}$. Să se demonstreze că orice primitivă a funcției f este concavă pe $(-\infty, 0]$ și convexă pe $[0, \infty)$.
28. Se consideră funcția $f: [1, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \ln x + \frac{1}{x}$. Să se arate că funcția $F: [1, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $F(x) = (x+1)\ln x - x + 1$, este o primitivă a funcției f care se anulează în $x=1$.
29. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 1 + \ln x$. Să se arate că funcția $g: (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $g(x) = x \ln x$ este o primitivă a funcției f .
30. Se consideră funcțiile $f, g: (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, date prin $f(x) = x^2 + x \ln x$ și $g(x) = 2x + \ln x + 1$. Să se arate că f este o primitivă a funcției g .
31. Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = e^x + 3x^2 + 2$. Să se arate că funcția $F: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $F(x) = e^x + x^3 + 2x - 1$ este o primitivă a funcției f .
32. Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \begin{cases} x + 2, & x < 0 \\ e^x + 1, & x \geq 0 \end{cases}$. Să se arate că funcția f admite primitive.
33. Se consideră funcțiile $f, g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definite prin $f(x) = \ln(x^2 + 1)$ și $g(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$. Să se arate că $\int g(x) dx = f(x) + C$.
34. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$. Să se arate că funcția $F: (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $F(x) = x - \ln x$ este o primitivă a funcției f .
35. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x - \frac{1}{x}$. Să se demonstreze că orice primitivă a funcției f este convexă pe intervalul $(0, \infty)$.
36. Se consideră funcția $f: [1, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{x}$. Să se arate că funcția $g: [1, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $g(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$ este o primitivă a funcției f .

37. Se consideră funcția $f: \left(\frac{1}{2}, \infty\right) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{2x-1}$. Să se calculeze $\int f^2(x) dx$.
38. Se consideră funcțiile $f, g: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, date prin $f(x) = \sqrt{x} + \ln x$ și $g(x) = \frac{\sqrt{x} + 2}{2x}$. Să se arate că f este o primitivă a funcției g .
39. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + x^2 + 2x$. Să se arate că funcția $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = e^x + \frac{x^3}{3} + x^2 + 1$ este o primitivă a funcției f .
40. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x+1, & x < 0 \\ \frac{1}{x+1} - \sqrt{x}, & x \geq 0 \end{cases}$. Să se arate că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .
41. Se consideră funcțiile $f_m: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definite prin $f_m(x) = m^2 x^2 + mx + 1$, unde $m \in \mathbb{R}^*$. Să se demonstreze că funcțiile $f_m: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sunt crescătoare pentru orice $m \in \mathbb{R}^*$.
42. Se consideră funcția $F: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}$. Să se determine funcția $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, astfel încât F să fie o primitivă a funcției f .
43. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^3, & x \leq 0 \\ x + \sqrt{x}, & x > 0 \end{cases}$. Să se arate că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .
44. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^2}$. Să se determine primitiva $F: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ a funcției f , care verifică relația $F(1) = 0$.
45. Se consideră funcțiile $f_m: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ definite prin $f_m(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} + \dots + \frac{1}{x+m}$ unde $m \in \mathbb{R}$. Știind că F este o primitivă a funcției f_1 , să se arate că funcția $G: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, definită prin $G(x) = F(x) - \frac{5}{6}x$ este crescătoare.
46. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x+5, & x < -1 \\ 3x^2 + 1, & x \geq -1 \end{cases}$. Să se arate că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .
47. Se consideră funcțiile $f, F: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + \frac{x-1}{x}$ și $F(x) = e^x + x - \ln x$. Să se arate că funcția F este o primitivă a funcției f .
48. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x-2}, & x \leq 1 \\ \ln x - 2, & x > 1 \end{cases}$. Să se arate că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .
49. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$. Să se arate că orice primitivă a funcției f , este crescătoare pe $(0, \infty)$.
50. Se consideră funcțiile $f_m: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definite prin $f_m(x) = \frac{1}{(x^2+1)^n}$. Să se determine primitive G a funcției $g(x) = \frac{1}{f_2(x)}$, care verifică relația $G(1) = \frac{13}{15}$.
51. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \frac{1}{x}$. Să se determine $\int f(x) dx$.

52. Se consideră funcția $f: (0,1) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x+2}$. Să se calculeze $\int f^2(x) dx$.
53. Se consideră funcțiile $f_m: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definite prin $f_m = x^m + 1$. Să se determine $\int f_1(x) dx$.
54. Se consideră funcțiile $f_m: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ definite prin $f_m = x^m + (1-x)^m$. Să se determine $\int f_2(x) dx$.
55. Se consideră funcțiile $f_m: [0,2] \rightarrow \mathbb{R}$ definite prin $f_m = (2-x)^n$. Să se determine $\int f_1(x) dx$.
56. Se consideră funcția $f: [1,2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \frac{2}{x}$. Să se determine $\int f(x) dx$.
57. Să se determine $\int (x + \sqrt{x}) dx$.
58. Să se determine $\int \left(\frac{1}{x} - 3\sqrt{x} \right) dx$.
59. Se consideră funcția $f: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1-x$. Să se determine $\int f(x) dx$.
60. Se consideră funcțiile $f_m: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ definite prin $f_m = (x^{m+1} + 1) \cdot e^x$. Să se determine $\int f_0(x) \cdot e^{-x} dx$.
61. Se consideră funcțiile $f_n: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ definite prin $f_n(x) = e^{x^n}$, $n \in \mathbb{N}^*$. Să se determine $\int f_1(x) dx$.

INTEGRALA DEFINITA - APLICATII

1. Folosind formula lui Leibniz-Newton, să se calculeze integralele:

- a) $\int_{-2}^1 (12x^2 + 4x - 3) dx$;
- b) $\int_0^2 (2x\sqrt{x} - 3) dx$;
- c) $\int_0^1 \frac{1}{x^3} dx$;
- d) $\int_{-2}^0 \frac{1}{x^2-9} dx$;
- e) $\int_2^7 \left(x^{\frac{2}{5}} - 3x^{\frac{1}{3}} \right) dx$;
- f) $\int_1^{12} \left(\frac{1}{\sqrt[5]{x}} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right) dx$;
- g) $\int_1^3 \frac{1}{16-x^2} dx$.

2. Să se calculeze următoarele integrale:

- a) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x dx$;
- b) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \sin x dx$;
- c) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^0 2 \sin x \cos x dx$;
- d) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{2\pi} (\cos^2 x - 1) dx$;
- e) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} (\sin^2 5x + \cos^2 5x) dx$;
- f) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{3\pi}{6}} \frac{1}{1-\cos^2 2x} dx$;
- g) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^0 \frac{1-\cos^2 2x}{1-\sin^2 2x} dx$.

3. Să se calculeze integralele definite:

- a) $\int_0^3 \frac{1}{\sqrt{4+x^2}} dx$;
- b) $\int_0^2 3^x dx$;
- c) $\int_0^1 2^x \ln 2 dx$;

$$d) \int_{\frac{3}{\sqrt{3}}}^{\frac{7}{4}} \frac{1}{\sqrt{1-9x^2}} dx.$$

4. Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât:

$$\int_2^a (4x + 2) dx = 48$$

Să se calculeze integralele:

$$a) \int_0^2 |x^2 - 1| dx;$$

$$b) \int_0^2 \max(2x^2 - 3, x^2 - 2x) dx.$$

5. Să se calculeze integralele următoare aplicând proprietatea de liniaritate a integralei:

$$a) \int_{-2}^2 (2x^2 - 5x + 3) dx;$$

$$b) \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} (2 \sin x - 3 \cos x) dx;$$

$$c) \int_2^3 \frac{1+x^3}{x^4} dx;$$

$$d) \int_1^{\sqrt{3}} \frac{x^2-5}{1+x^2} dx.$$

6. Să se calculeze integralele aplicând proprietatea de aditivitate a integralei în raport cu intervalul:

$$a) \int_1^2 |2x - 3| dx;$$

$$b) \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{4}} |\sin x| dx;$$

$$c) \int_3^6 |25 - x^2| dx.$$

7. se arate că funcțiile $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ sunt continue și să se calculeze integralele acestora:

$$a) f(x) = \begin{cases} 5x - 7, & \text{dacă } x \in [-1, 2], \\ x^2 - 1, & \text{dacă } x \in (2, 4] \end{cases},$$

$$b) f(x) = \begin{cases} \frac{1+x}{x^3}, & \text{dacă } x \in [0, 1] \\ x^3 + 1, & \text{dacă } x \in (1, 2] \end{cases}.$$

8. Fără a calcula integrala, să se verifice că:

$$-16 \leq \int_{-2}^2 (2 - 3x) dx \leq 32$$

9. Să se calculeze următoarele integrale, utilizând metoda de integrare prin părți:

$$a) \int_0^1 x e^x dx;$$

$$b) \int_e^3 \ln x dx;$$

$$c) \int_0^{\pi} x \sin x dx;$$

$$d) \int_2^3 \sqrt{x^2 - 3} dx.$$

EXERCITII RECAPITULATIVE

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x-1, & x \geq 1 \\ -x+1, & x < 1 \end{cases}$.

a) Calculați $\int_1^2 f(x) dx$.

b) Determinați $a \in (0, 1)$, astfel încât $\int_{-a}^a f(x) dx = 1$.

c) Calculați $\int_0^1 x \cdot f(e^x) dx$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x+5, & x < -1 \\ 3x^2 + 1, & x \geq -1 \end{cases}$.

a) Demonstrați că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .

b) Calculați $\int_{-3}^{-2} f(x) dx$.

c) Arătați că $\forall m \in [-1, +\infty)$ aria suprafeței determinate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = m$ și $x = m+1$ este cel puțin $\frac{5}{4}$.

3. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x+2, & x < 0 \\ e^x + 1, & x \geq 0 \end{cases}$.

a) Demonstrați că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .

b) Calculați $\int_{-1}^1 f(x) dx$.

c) Calculați $\int_0^1 x \cdot f(x^2) dx$.

4. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x^2 + e^x, & x \leq 0 \\ \sqrt{x} + 1, & x > 0 \end{cases}$.

a) Demonstrați că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .

b) Calculați $\int_{-1}^0 x \cdot f(x) dx$.

c) Calculați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox , a graficului funcției $g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = f(x)$.

5. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x+1, & x < 0 \\ \frac{1}{x+1} - \sqrt{x}, & x \geq 0 \end{cases}$.

a) Demonstrați că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .

b) Calculați $\int_0^1 f(x) dx$.

c) Calculați aria suprafeței determinate de graficul funcției $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = -x \cdot f(x^2)$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=2$.

6. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} e^{x+1}, & x \leq -1 \\ x+2, & x > -1 \end{cases}$.

a) Demonstrați că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .

b) Calculați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox , a graficului funcției $g : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = f(x)$.

c) Calculați $\int_{-2}^0 \frac{xf(x)}{e} dx$.

7. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x^2 + x - 2, & x < 1 \\ (x+1) \ln x, & x \geq 1 \end{cases}$.

a) Demonstrați că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .

b) Calculați $\int_0^1 f(x) dx$.

c) Calculați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox , a graficului funcției $g : [1, e] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \frac{f(x)}{x+1}$.

8. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + e^x + 1$.

a) Arătați că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe \mathbb{R} .

b) Calculați $\int_0^1 x \cdot f(x) dx$.

c) Calculați $\int_1^e \frac{f(\ln x)}{x} dx$.

9. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \ln x - x$.

a) Calculați $\int_1^2 (x - f(x) + \ln x)^2 dx$.

b) Arătați că orice primitivă a funcției f este concavă pe intervalul $(1, +\infty)$.

c) Calculați aria suprafeței determinate de graficul funcției $g : [1, e] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = f(x) + x$, axa Ox și dreptele de ecuații $x = 1$ și $x = e$.

10. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3^x + 3^{-x}$.

a) Calculați $\int_{-1}^1 f(x) dx$.

b) Calculați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox , a graficului funcției $g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 3^{-x}$.

c) Arătați că orice primitivă a funcției f este concavă pe intervalul $(-\infty, 0]$ și convexă pe intervalul $[0, +\infty)$.

11. Se consideră funcția $f : [2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1}$.

a) Calculați $\int_2^e \left(f(x) - \frac{1}{x-1} \right) dx$.

b) Arătați că orice primitivă a funcției f este concavă pe intervalul $[2, +\infty)$.

c) Determinați $a \in \mathbb{R}, a > 2$, știind că suprafața plană delimitată de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 2$ și $x = a$, are aria egală cu $\ln 3$.

12. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x+1)^2}$.

a) Calculați $\int_1^e x \left(f(x) + \frac{1}{(x+1)^2} \right) dx$.

b) Arătați că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe intervalul $(0, +\infty)$.

c) Calculați $\int_1^2 f'(x) \cdot f(x) dx$.

13. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 1}$.

a) Calculați $\int (x^2 + 1) f(x) dx$.

b) Calculați $\int_0^1 f(x) dx$.

c) Calculați $\int_0^1 f'(x) \cdot e^{f(x)} dx$.

14. Se consideră funcțiile $f, F : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{\ln x + 2}{\sqrt{x}}$

și $F(x) = 2\sqrt{x} \ln x$.

a) Demonstrați că funcția F este o primitivă a funcției f .

b) Calculați $\int_1^e f(x) dx$.

c) Calculați $\int_1^e f(x) \cdot F(x) dx$.

15. Se consideră funcțiile $f, g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^x \cdot \ln x$

și $g(x) = \frac{e^x}{x}$.

a) Calculați $\int_1^2 x \cdot g(x) dx$.

b) Calculați $\int_e^{e^2} \frac{f(x)}{x \cdot e^x} dx$.

c) Demonstrați că $\int_1^e (f(x) + g(x)) dx = e^e$.

16. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^{2012} + x^{2011} + x^2 + x$.

a) Determinați primitiva $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a funcției f , care verifică relația $F(0) = 1$.

b) Calculați $\int_0^1 \frac{f(x)}{x+1} dx$.

c) Calculați volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei Ox , a graficului funcției $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x) - x^{2012} - x^{2011}$.

17. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = xe^x$.

a) Arătați că funcția $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = xe^x - e^x + 2012$ este o primitivă a funcției f .

b) Calculați $\int_1^e f(\ln x) dx$.

c) Calculați volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei

Ox , a graficului funcției $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f(x)}{x}$.

18. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$.

a) Calculați $\int_0^1 x \cdot f(x) dx$.

b) Calculați $\int_0^1 x \cdot f'(x) dx$.

c) Calculați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției

$g: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.

19. Se consideră funcția $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{x+1}$.

a) Calculați $\int_0^1 (x+1) \cdot f(x) dx$.

b) Calculați $\int_0^1 x^2 \cdot f(x) dx + \int_0^1 x^3 \cdot f(x) dx$.

c) Calculați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției

$h: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = f(x)$.

20. Se consideră funcția $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$.

a) Calculați $\int_2^4 (x-1) \cdot f(x) dx$.

b) Calculați $\int_2^3 (x^3 - 1) \cdot f(x) dx$.

c) Calculați aria suprafeței delimitate de graficul funcției f ,

axa Ox și dreptele de ecuații $x = 2$ și $x = 3$.

21. Se consideră funcțiile $f, F: (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$,

$f(x) = x + 2 + \frac{1}{x+2}$ și $F(x) = \frac{x^2}{2} + 2x + \ln(x+2)$.

a) Calculați $\int_0^1 (x+2) \cdot f(x) dx$.

b) Verificați dacă funcția F este o primitivă a funcției f .

c) Calculați $\int_{-1}^0 F(x) \cdot f(x) dx$.

22. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x(x+1)(x-1)$.

a) Calculați $\int_2^3 \frac{f(x)}{x(x-1)} dx$.

b) Determinați primitiva F a funcției f , știind că $F(1) = -1$.

c) Calculați $\int_2^e \frac{f(x) \ln x}{x^2 - 1} dx$.

23. Se consideră funcția $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2}{x+1}$.

a) Calculați $\int_0^1 (x+1) \cdot f(x) dx$.

b) Calculați $\int_1^e (x+1) f(x) \ln x dx$.

c) Arătați că $F(e-1) = \frac{e^2 - 4e + 7}{2}$, unde $F : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ este o primitivă a funcției f pentru care $F(0) = 1$.

24. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^x - 2x$.

a) Calculați $\int_0^1 (f(x) + 2x) dx$.

b) Determinați primitiva F a funcției f , știind că $F(1) = e - 3$.

c) Calculați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = f(x)$.

25. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + \frac{1}{x}$.

a) Calculați $\int_1^3 \left(f(x) - \frac{1}{x} \right) dx$.

b) Calculați $\int_1^2 \left(f(x) - \frac{1}{x} \right) e^x dx$.

c) Determinați $a \in \mathbb{R}, a > 1$, știind că suprafața plană delimitată de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 1$ și $x = a$, are aria egală cu $4 + \ln a$.

26. Se consideră funcția $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x+1}$.

a) Calculați $\int_0^1 \frac{1}{f(x)} dx$.

b) Calculați $\int_0^1 x^2 \cdot f(x) dx$.

c) Calculați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = f(x)$.

27. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x+2}{x}$.

a) Calculați $\int_1^2 x \cdot f(x) dx$.

b) Demonstrați că funcția $F : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, F(x) = x + 2 \ln x + 2015$ este o primitivă a funcției f .

c) Calculați aria suprafeței determinate de graficul funcției $g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = (f(x) - 1) \ln x$, axa Ox și dreptele de ecuații $x = 1$ și $x = e$.

Capitolul 3. Geografie

Europa-România-Uniunea Europeană. Probleme fundamentale

Argument

Prezentul suport de curs își propune să faciliteze dobândirea competențelor asumate de geografie la proba Ed a examenului de bacalaureat prin programă. Deși manualele aprobate propun o gamă variată de activități de învățare bazate pe procedee, precum aplicații și situații problemă, personal consider că diversificarea activităților de învățare, bazate mai ales pe descoperirea legăturilor cauzale dintre diferite procese și fenomene geografice, precum și pe compararea și organizarea lor prin efortul propriu al elevilor, ar putea aduce valoare adăugată structurii cognitive a elevilor noștri.

Fiecare unitate de învățare va viza atingerea competențelor prin valorificarea unor conținuturi esențializate și exersarea unor deprinderi precum transferul informației din text în hartă și invers, ca și a unor capacități, precum de a observa, compara, analiza și sintetiza.

Programa aprobată prin OM nr.5959/22.12.2006

COMPETENȚE GENERALE

1. Utilizarea adecvată a terminologiei și a limbajelor specifice, pentru explicarea mediului geografic
2. Raportarea elementelor semnificative din societate, știință și tehnologie la mediul înconjurător ca întreg și la sistemele sale componente
3. Relaționarea elementelor și a fenomenelor din natură și din societate cu reprezentările lor cartografice, grafice sau pe modele.

VALORI ȘI ATITUDINI

Competențele generale și specifice care sunt formate în liceu, prin procesul educațional centrat pe geografie, au la bază și promovează următoarele valori și atitudini:

- Atitudinea pozitivă față de educație, cunoaștere, societate, cultură, civilizație
- Interes pentru cunoașterea raporturilor dintre România, U.E. și Europa
- Respectul pentru diversitatea naturală și umană, evidențiată la nivelul continentului european, al U. E. și al țării
- Conservarea și ocrotirea mediului de viață (din Europa și România)
- Disponibilitatea pentru învățarea permanentă, utilizând metode și tehnici de investigare, cercetare și activitate independent

Competențe specifice	Conținuturi
1.1. Prezentarea, în scris și oral, a aspectelor definitorii ale spațiului european și național, utilizând corect și coerent terminologia specifică domeniului 1.2. Raportarea rezultatelor documentării (informării) asupra problematicii fundamentale a Europei și a României, cu ajutorul noțiunilor și al conceptelor corespunzătoare 1.3. Explicarea unei realități investigate (direct sau indirect), prin utilizarea limbajului științific specific 1.4. Identificarea, prin documentare, a informațiilor specifice problematicii geografice a Europei și a României, valorificând adecvat semnificațiile termenilor-cheie de specialitate 2.1. Explicarea proceselor naturale din mediul înconjurător (geografic), la nivelul continentului, prin conexiuni sugerate de analiza modelelor grafice, cartografice și a imaginilor 2.2. Utilizarea elementelor semnificative, conceptuale și metodologice, specifice științelor naturii și științelor sociale, pentru studiul comparativ a geografiei Europei și a României 2.3. Explicarea relațiilor observabile dintre științe, tehnologie și mediul înconjurător, la	EUROPA ȘI ROMÂNIA – ELEMENTE GEOGRAFICE DE BAZĂ (tratate comparativă și succesivă, de la Europa la România) Spațiul românesc și spațiul european. 1.Elemente fizico – geografice definitorii ale Europei și ale României: relieful major (trepte, tipuri și unități majore de relief); - clima (factorii genetici, elementele climatice, regiunea climatică); harta sinoptică a Europei și a României; - hidrografia – aspecte generale; Dunărea și Marea Neagră; - învelișul biopedogeografic; - resursele naturale. 2.Elemente de geografie umană ale Europei și ale României: - harta politică a Europei; România ca stat al Europei; - populația și caracteristicile ei geodemografice; - sistemul de orașe al Europei; analiza geografică a unor orașe (patru orașe europene, orașul București și două orașe din România); - activitățile economice – caracteristici generale; analiza unei ramuri industriale (la nivel european și în România); - sisteme de transport. 3 Mediu înconjurător și peisaje. 4 Regiuni geografice în Europa și în România:

<p>nivelul continentului, prin analizarea unor sisteme și structuri teritoriale și funcționale</p> <p>2.4. Explicarea relațiilor observabile dintre sistemele naturale și umane ale mediului geografic european, utilizând date statistice, modele geografice și reprezentări</p>	<p>- caracteristici ale unor regiuni geografice din Europa și din România* ; - Carpații – studiu de caz al unei regiuni geografice.</p> <p>Țările vecine României (caracterizare geografică succintă).</p>
---	--

Competențe specifice	Conținuturi
<p>Prezentarea, în scris și oral, a aspectelor definitorii referitoare la elemente geografice ale U.E., utilizând corect și coerent terminologia specifică domeniului</p> <p>1.4. Identificarea, prin documentare, a informațiilor specifice problematicii geografice a U.E. și a României, valorificând adecvat semnificațiile termenilor-cheie de specialitate</p> <p>2.4. Explicarea relațiilor observabile dintre sistemele naturale și umane ale mediului geografic al U.E., utilizând date statistice, modele grafice și reprezentări cartografice adecvate</p> <p>*2.6. Prezentarea unor informații geografice structurate, pe baza activității de documentare independent</p> <p>2.7. Aplicarea unor elemente explicative semnificative specifice științelor sociale, în interpretarea proceselor referitoare la globalizare din perspectiva U.E.</p> <p>3.2. Utilizarea reprezentărilor grafice și cartografice adecvate, pentru interpretarea și exprimarea realității geografice a U.E. și a unor țări din componența acesteia</p> <p>3.3. Transferul informației statistice, grafice și cartografice în alte forme de prezentare (texte, modele etc.)</p> <p>3.4. Interpretarea datelor statistice și a modelelor grafice referitoare la U.E. și la România</p> <p>*3.5. Construirea unor reprezentări grafice și cartografice minimale, utilizând informații oferite</p> <p>1.1. Prezentarea, în scris și oral, a aspectelor definitorii referitoare la rolul Europei în sistemul economic și geopolitic mondial, utilizând corect și coerent terminologia specifică domeniului</p> <p>1.5. Formularea de probleme referitoare la regionalizare și la globalizare, din perspectivă europeană, utilizând corect și coerent terminologia specifică domeniului</p> <p>2.4. Explicarea relațiilor observabile între sistemele lumii contemporane și Europa</p> <p>3.4. Interpretarea datelor statistice și a modelelor grafice referitoare la Europa, U.E, România și lumea contemporană</p>	<p>ROMÂNIA ȘI UNIUNEA EUROPEANĂ</p> <p>Formarea Uniunii Europene și evoluția integrării europene.</p> <p>Caracteristici geografice, politice și economice actuale ale U.E.</p> <p>Statele Uniunii Europene: - privire generală și sintetică; - studii de caz: Franța, Germania, Regatul Unit, Italia, Spania, Portugalia, Grecia, Austria; - celelalte țări ale U.E.*.</p> <p>Diviziuni regionale și organizarea spațiului geografic în U.E.*.</p> <p>România ca parte a Uniunii Europene: - Oportunități geografice ale României cu semnificație pentru U.E. - România și țările U.E. – interdependențe geografice, economice și culturale. - Organizarea și amenajarea spațiului geografic în U.E. și în România*.</p> <p>- Problema energiei în U.E. și în România. - Alte probleme comune – la alegere, două studii de caz dintre: mediu înconjurător, dezvoltare economică, migrația populației și a forței de muncă, organizare teritorială, disparități regionale, evoluții geodemografice, agricultură, dezvoltare urbană*.</p> <p>EUROPA ȘI UNIUNEA EUROPEANĂ ÎN LUMEA CONTEMPORANĂ</p> <p>Problemele fundamentale ale lumii contemporane (prezentare sintetică).</p> <p>Rolul Europei în construirea lumii contemporane.</p> <p>U.E. și ansamblurile economice și geopolitice ale lumii contemporane – privire comparativă.</p> <p>Mondializare, internaționalizare și globalizare din perspectivă europeană.</p> <p>Europa, Uniunea Europeană și România în procesul de evoluție a lumii contemporane în următoarele decenii.</p>

Competențe specifice	Conținuturi
*2.5. Explicarea unor sisteme și structuri sociale și culturale, pe baza informațiilor obținute prin diferite mijloace de documentare *2.6. Elaborarea unor proiecte de dezvoltare teritorială care au elemente de geografie socială și culturală *2.7. Explicarea raportului dintre componenta socială a Europei și suportul ei teritorial *3.5. Utilizarea mijloacelor de reprezentare grafică și cartografică a spațiului social și cultural, la nivelul Europei și al României	ELEMENTE DE GEOGRAFIE SOCIALĂ ȘI CULTURALĂ A EUROPEI ȘI A ROMÂNIEI * Tipuri tradiționale de utilizare a spațiului geografic *; Tipuri de comunități umane și mentalități *; Diversitatea umană a Europei (lingvistică, religioasă, etnică) *; Structuri teritoriale și dinamica socială *; Raportul dintre elemente de geografie socială și culturală ale Europei și României *.
2.5. Explicarea unor sisteme și structuri teritoriale referitoare la servicii, comerț și administrație, pe baza informațiilor obținute prin diferite mijloace de documentare **2.8. Elaborarea unor proiecte de dezvoltare teritorială care au elemente de geografie a serviciilor și administrație **2.9. Explicarea raportului dintre componentele economice, sociale și de servicii la nivelul U.E. și al României **3.6. Utilizarea mijloacelor de reprezentare grafică și cartografică a elementelor de geografie administrativă	ELEMENTE DE GEOGRAFIE A SERVICIILOR ȘI ADMINISTRAȚIE ÎN EUROPA ȘI ÎN ROMÂNIA ** Căi de comunicație și mijloace de transport. Relații economice **. Turism, comerț activități complementare * *. Elemente de geografie administrativă: organizarea administrativă în țări din Europa și organizarea administrativă a României * *.

Unitatea I. Spațiul românesc și spațiul european

Competențe specifice: 1.1, 1.2. , 2.2.

Europa, penultimul continent ca suprafață al Terrei se află la vestul Asiei și are aspectul unei peninsule a acesteia.

Poziția geografică a Europei

Latitudinală situează continentul la mijlocul emisferei nordice, între paralelele de 35° latitudine nordică și de 70° latitudine nordică, fapt ce impune încadrarea continentului la zona climatică temperată, cu excepția extremității nordice, care aparține zonei reci.

Longitudinală este cuprinsă între meridianul de 9° longitudine vestică și meridianul de 67° longitudine estică, ceea ce determină încadrarea orei oficiale la GMT +1,2,3.

Limitele Europei sunt date de oceane pe laturile nordică și vestică, de o mare pe latura sudică, ceea ce impune caracter moderat climatelor litorale. Pe latura estică continentul european este legat de cel asiatic prin două lanțuri muntoase și separat prin două mări.

Articulațiile țărmurilor Spre deosebire de Africa, situată mai la sud, Europa are țărmuri cu multe articulații, așa cum reiese din analiza hărții fizice. Astfel la sud se află trei peninsule, numeroase insule și golfuri cu denumiri de mări. La vest și nord se remarcă aceeași fragmentare a continentului, în timp ce la ESE, la Marea Neagră se află o peninsulă mai mare și câteva golfuri în N și V.

Poziția geografică a României este dată de intersecția paralelei de 45° latitudine nordică cu meridianul de 25° longitudine estică. Țara noastră se desfășoară între paralelele de 43° lat N și 48° lat N, iar în longitudine între meridianele 20° long E și 20° long E. România se află la o distanță de aproximativ egală (2900Km) față de marginile V, N, E ale Europei, însă mai aproape de limita sudică (1000Km) față de Marea Mediterană. Astfel se poate afirma că România se află în partea centrală și de sud-est a Europei.

Elementele geografice ale României, de importanță europeană: -lanțul Carpatic suprapus țărilor Europei Centrale, iar în România se află peste 50% din lungime;

-Dunărea, care străbate 10 țări ce aparțin Europei Centrale, Sudice și de Est, iar în România se află 38% din lungime;

-Marea Neagră situată la limita de sud-est a Europei are un sector de țărm românesc de 244 Km; Câmpia Panonică, prezentă atât în Ungaria și Serbia, cât și în vestul României.

Aplicație Analizați harta Europei de mai jos și precizați:



- I.1. Insula sudică traversată de paralela de 35° lat N.....
- 2.Limita nordică Cap.....
- 3 Întinderea latitudinală a Europei...°
- 4 Denumirea limitei vestice.....
- 5.Limita cu Asia dată la E de Munții continuați cu Marea..... , iar la SE de Marea..... și Munții.....
6. Două insule ale Italieiși una a Franței.....
7. Insulele Spaniei din Mediterana.....
- II. Folosind atlasul precizați
- 1 Denumirile mărilor 1,2,3
- 2.Denumirile insulelor D,E, F
3. Denumirile peninsulelor G, H, H1
- 4 Denumirile mărilor 4,5,6
- III. Explicați importanța strâmtorilor Bosfor, Gibraltar și Calais (Dover).

Unitatea II Elemente fizico-geografice definitorii ale Europei și României

Competențe specifice: 1.1, 1.2. , 2.2.

II.1. Relieful major (trepte, tipuri, unități majore de relief)

1.1. Relieful Europei –caracteristici:

- **Varietatea**, adică cuprinde toate formele de relief major: câmpii, dealuri și podișuri (cu ponderea cea mai mare), munți, dar și medii (văile) și minore (crovuri, morene, dune ș.a).
- **Altitudinea medie** de doar 340m se datorează predominanței câmpiilor, dealurilor și podișurilor. Altitudinea *maximă* se înregistrează în Vârful Elbrus (5642m) în Munții Caucazul Mare din Federația Rusă, urmat de Vârful Mont Blanc (4807m) din Munții Alpi, Franța. Cele mai *joase regiuni* ale Europei sunt: în Câmpia Precaspică (- 28m) și câmpia cu poldere din Olanda (-30m).

Formarea și evoluția reliefului Europei

Continental european s-a format prin lipirea unor **nuclee continentale** vechi **platforme** precambriene (peste 2 miliarde de ani), din N și E prin intermediul lanțurilor montane formate la contactul acestora, numite **regiuni de orogen**. Simultan cu înălțarea lanțurilor de munți, unele regiuni de platformă au fost scufundate și acoperite cu lacuri în care s-au acumulat sedimente, formându-se astfel câmpiile (Panonică, Română, Padului ș.a.).

Fenomenele vulcanice au însoțit formarea lanțurilor montane și au generat un **relief vulcanic**. Vulcanii activi din prezent se află în partea de sud a continentului, în Italia (Etna, Vezuviu, Stromboli) și Grecia (Santorini) și se datorează subducției marginii nordice a plăcii africane sub cea europeană, dar și în vestul continentului (Hekla) datorită activității riftului mediu atlantic.

Prima parte a erei geologice actuale, numită perioada pleistocenă s-a caracterizat prin răcirea accentuată a climei Europei și extinderea **calotei glaciare** dinspre Marea Baltică peste partea nordică a continentului până la paralela 50° latitudine nordică, unde au fost create numeroase **morene** în câmpii iar pe versanții Alpilor Scandinaviei către Marea Nordului ghețarii au săpat văi adânci numite **fiorduri**. Concomitent în munții cu peste 2000 m s-au format ghețari montani care au generat **relief glaciar moștenit** (circuri, văi și creste glaciare). În a doua parte a erei geologice actuale, cea holocenă, clima s-a încălzit, ghețarii s-au topit, iar alcătuirea și dispunerea zonelor de vegetație europene s-a modificat prin retragerea mediilor reci spre nord.

Unitățile morfostructurale ale Europei

Relieful Europei are un aspect diferit în funcție de cele două tipuri de structuri ale scoarței terestre, astfel:

A. Structurile de platformă (din nordul și estul continentului) formate din fundament cristalin (vechi) acoperit sau nu cu strate de roci sedimentare mai tinere impun unități de câmpie și podiș, precum: **Scutul Baltic** extins în Suedia, Finlanda și Danemarca prezintă fundament vechi la suprafață, altitudini de 0-500 m și numeroase morene.

- **Câmpia Nord-Europeană** sau Germano-Polonă are fundamentul vechi acoperit cu strate groase de roci sedimentare, înălțimi de 0-300 m și numeroase morene.

- **Câmpia Europei de Est** sau **Platforma Est –Europeană** prezintă un fundament vechi acoperit cu strate de roci sedimentare, dar care pe alocuri (Pod. Central Rus, Pod Podolic sau Scutul Ucrainean) ajunge la suprafață impunând altitudini mai mari 300-400m.

Câmpiile după modul de formare sunt: **fluviale** de acumulare a sedimentelor aduse de râuri (Padului, Andaluziei, Aragonului,); **fluvio-glaciare** modelate de calota glaciară cuaternară și de fluvii ulterior (Câmpia Nord Europeană, nordul Câmpiei Ruse); **bazine tectonice** (Câmpia Panonică, Bazinul Parizian, Câmpia Londrei), **câmpii litorale** (Câmpia Precaspică).

B. Structurile de orogen, adică strate cutate care impun munți, dealuri și podișuri se succedă ca și vechime de la nordul la sudul continentului.

B1.Lanțul (orogenul) caledonian s-a format **în nordul** Europei și prezintă aspectul de **munți-bloc** sau **masive** datorită vechimii mari și eroziunii îndelungate. Din acest lanț fac parte: **Munții Scandinaviei** cu aspectul interfluviilor de poduri (fjelduri) erodate și modelate de ghețari, dar cu altitudini de 2500m. **Munții Grampiani** 1343m din nordul Regatului Unit al Marii Britanii, au aceleași caracteristici de munți bloc formați din roci cristaline vechi.

B2.Lanțul hercinic format dintr-o succesiune de masive (munți-bloc) alcătuite din roci cristaline și granite și intruziuni de roci vulcanice. Principalele masive hercinice se află în vestul Europei, respectiv: **Munții Penini**, **Podișul Ardeni**, **Masivul Central Francez**, dar și în partea de sud : **Meseta sau Podișul Castiliei** și mai ales în partea centrală: **Masivul Renan**, **Munții Pădurea Neagră** și **Pod Boemiei**. Cel mai lung lanț hercinic din Europa este cel al **Munților Ural**, deși altitudinea maximă nu depășește 2000 m.

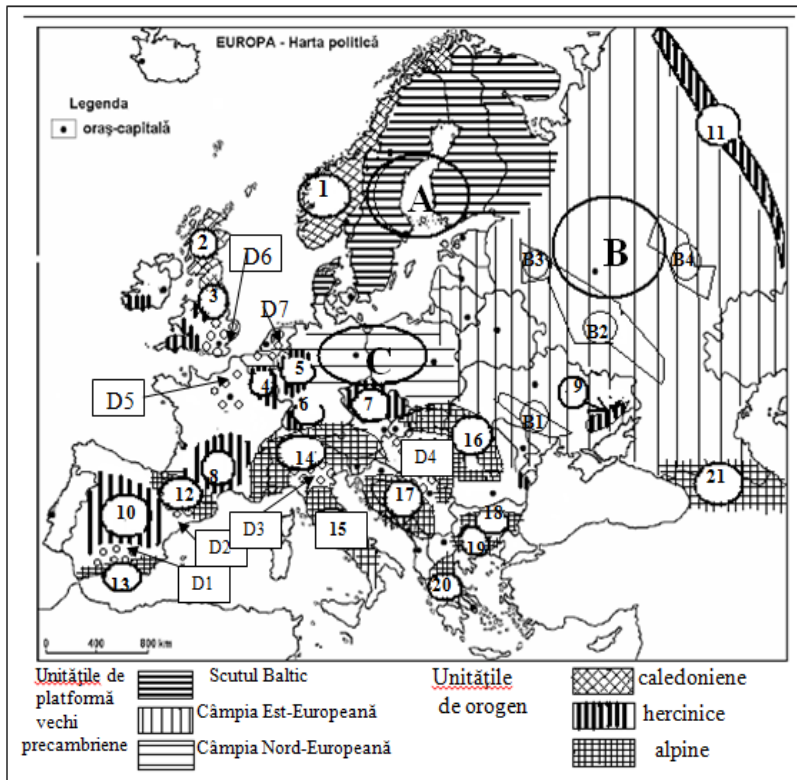
B3.Lanțul alpin, cel mai recent prezintă interfluvii ascuțite specifice munților tineri, roci cristaline, dar și sedimentar cutate (fliș sau strate de gresii cutate) și altitudini de 2000-4000 m. Principalele lanțuri alpine sunt: **Munții Prinei** (masivitate, altitudini peste 3400m, ghețari montani actuali, relief glaciari actual-circuri, văi și creste glaciare), **Munții Sierra Nevada** (3500m, asemănători), **Munții Alpi** (masivitate, 2000-4807m, relief glaciari, calcare care au impus relief carstic), **Munții Apenini** (2914m, relief vulcanic), **Munții Carpați** (2655m Masivul Tatra din Slovacia, relief glaciari moștenit, fragmentați, relief vulcanic, roci cristaline, fliș și relief carstic), **Munții Dinarici** (2500 m, relief glaciari moștenit, roci cristaline, fliș, calcare și relief carstic), **Munții Balcani** (2300m, fliș, calcare și relief carstic), Munți Rodopi-Rila (2900m), **Munții Pindului** (2917m Muntele Olimp), **Munții Caucazul Mare** (5642m, relief glaciari actual, masivitate, relief vulcanic)

Tipuri genetice de relief - După factorul determinant în crearea formelor de relief se disting următoarele tipuri de relief:

- Relief structural cu structuri de platformă și structuri de orogen (vezi unitățile de platformă și orogen).
- Relief petrografic impus de proprietățile rocilor, astfel cel mai cunoscut este relieful carstic, format prin dizolvarea calcarelor de către apa de ploaie și formarea cheilor, peșterilor.
- Pe loess mai ales în estul și sud-estul Europei s-au creat depresiuni de tasare (crovuri)
- Relief vulcanic creat de vulcanii stinși dar și activi, cei din sudul și vestul Europei (vezi evoluția reliefului Europei).
- Relief fluvial - văile râurilor create prin procese de eroziune, transport și acumulare
- Relieful litoral creat de acțiunea valurilor, mareelor și curenților marini cuprinde țărmuri joase cu plaje, cordoane litorale, estuare, delte, limane și lagune. Țărmurile înalte cu riass din nordul Spaniei (adâncirea văilor), țărmul dalmat cu insule și canale din Croația (regiuni cu structură cutată de anticlinale și sinclinale) și țărmul cu fiorduri la țărmul vestic al Norvegiei.
- Relieful glaciari moștenit din perioada glaciară în nordul Europei (morene) și în munții cu peste 2000m. dar și actual în Islanda (ghețari polari sau de calotă). și în munții cu peste 3000m unde temperaturile sunt negative tot anul
- Relieful eolian este reprezentat de dunele de nisip așa cum sunt cele din Câmpia Precaspică.

Aplicație

Analizați harta unităților morfo-structurale ale Europei de mai jos și atlasul și precizați:



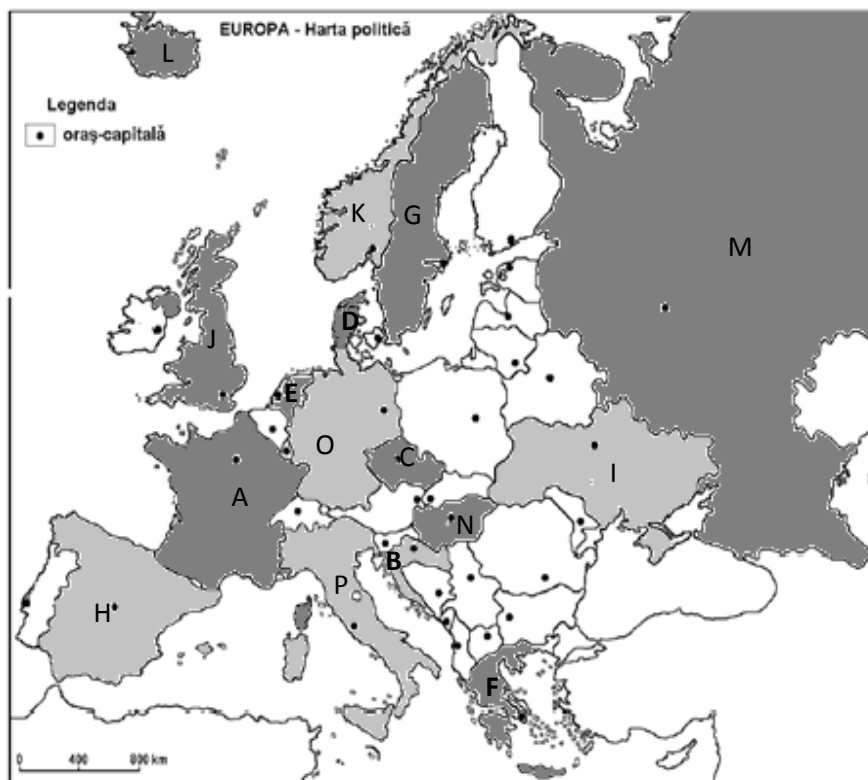
1. Trei state specifice Scutului Baltic:.....
.....
2. Două state din Câmpia Nord-Europeană
.....
3. Trei state din Câmpia Est-Europeană.....
.....
4. Două caracteristici comune reliefului celor trei unități structurale de la punctele 1-3 (notate cu A,C,B)
.....
.....

5. Denumirea unității 1....., precum și statul în care se desfășoară.....
6. Denumirea unității 2....., precum și statul în care se desfășoară.....
7. Denumirea unității 3....., precum și statul în care se desfășoară.....
8. Denumirea unității 4....., precum două state în care se desfășoară.....
9. Denumirea unității 5....., precum statul în care se desfășoară.....
10. Denumirea unității 6....., precum statul în care se desfășoară.....
11. Denumirea unității 7....., precum statul în care se desfășoară.....
12. Denumirea unității 8....., precum statul în care se desfășoară.....
13. Denumirea unității 9....., precum statul în care se desfășoară.....
14. Denumirea unității 10....., precum statul în care se desfășoară.....
15. Denumirea unității 11....., precum statul în care se desfășoară.....
16. Denumirea unității 12....., precum statele în care se desfășoară.....
17. Denumirea unității 13....., precum statul în care se desfășoară.....
18. Denumirea unității 14....., precum statele în care se desfășoară.....
19. Denumirea unității 15....., precum statul în care se desfășoară.....
20. Denumirea unității 16....., precum statele în care se desfășoară.....
21. Denumirea unității 17....., precum statele în care se desfășoară.....
22. Denumirea unității 18....., precum statul în care se desfășoară.....
23. Denumirea unității 19....., precum statul în care se desfășoară.....
24. Denumirea unității 20....., precum statul în care se desfășoară.....
25. Denumirea unității 21....., precum statul în care se desfășoară.....
26. Denumirea unității D1....., precum statul în care se desfășoară.....
27. Denumirea unității D2....., precum statul în care se desfășoară.....
27. Denumirea unității D3....., precum statul în care se desfășoară.....
28. Denumirea unității D4....., precum statele în care se desfășoară.....
29. Denumirea unității D5....., precum statul în care se desfășoară.....
30. Denumirea unității D6....., precum statul în care se desfășoară.....

Evaluare

I. Analizați harta Europei de mai jos și precizați:

20x3= 60p



1. Se află în peninsula Balcanică statul:
a. H b. D c. F d. K
2. Se află în peninsula Iberică statul:
a. K b. H c. F d. D
3. Se află în peninsula Iutlanda statul:
a. K b. D c. F d. C
4. Este delimitat la est de Marea Egee statul:
a. J b. P c. F d. D
5. Este delimitat la est de Marea Nordului statul:
a. J b. P c. F d. D
6. Este delimitat la sud de Marea Mânecii statul:
a. A b. G c. F d. J
7. Stramtoarea Gibraltar delimitează la sud statul
a. F b. A c. H d. G

8. Statului A îi aparține din Marea Mediterană:

- a. Arhipelagul Baleare b. Insula Corsica c. Insula Creta d. Insula Sardinia

9. Unitatea morfostructurală dominantă în statul G este:

- a. Câmpia Est Europeană b. Câmpia Nord Europeană c. Scutul Baltic d. Câmpia Panonică

10. Tipul de țărm specific statului B este:

- a. fiord b. cu riass c. dalmat (cu insule și canale) d. cu poldere

11. Unitatea morfostructurală dominantă în statul K este reprezentată de:

- a. Munții Penini b. Munții Apenini c. Munții Ural d. Munții Scandinaviei

12. S-au format prin cutare în timpul orogenezei caledoniene munții din țara:

- a. H b. P c. K d. A

13. În statul P se extind Munții: a. Pindului b. Penini c. Apenini d. Dinarici

14. În statul H se extind Munții: a. Ural b. Balcani c. Rodopi d. Sierra Nevada

15. În statul P se află Câmpia: a. Aragonului b. Padului c. Panonică d. Andaluziei

16. În statul I se află Podișul: a. Castiliei b. Boemiei c. Volgăi d. Podolic

17. Lanțul Munților Alpi domină nordul statului: a. J b. H c. K d. P

18. Vârful Mont Blanc, al doilea din Europa se află în țara: a. M b. P c. H d. A

19. Vulcanii Etna și Vezuviu se află în statul: a. A b. L c. P d. M

20. Numeroase morene lăsate de calota cuaternară sunt în țara: a. F b. B c. P d. G

II. Explicați existența reliefului glaciara moștenit în Europa.

10p

III. Comparați relieful Peninsulei Scandinave cu relieful Peninsulei Iberice și precizați două asemănări și două deosebiri. Asemănările și deosebirile se pot referi la: tipuri de structuri, tipuri de relief ș. a. . Punctajul complet va fi acordat numai dacă cele două regiuni vor fi tratate grupat și nu separat.

20p

II.2. Relieful României - Caracteristici generale, evoluție, unități de relief

Caracteristici:

- **Varietatea**, adică cuprinde toate formele de relief majore, medii și minore.
- **Proportionalitatea**, adică fiecare treaptă de relief deține câte 1/3 din suprafața țării.
- **Disponerea treptelor de relief** concentrică este dată de ordonarea descrescătoare a treptelor de relief din centrul spre exteriorul țării, fapt care a impus râurilor direcții divergente.
- **Alitudinea** maximă este de 2544m n vârful Moldoveanu din Munții Făgăraș, iar cea minimă de 0-12m în Delta Dunării.

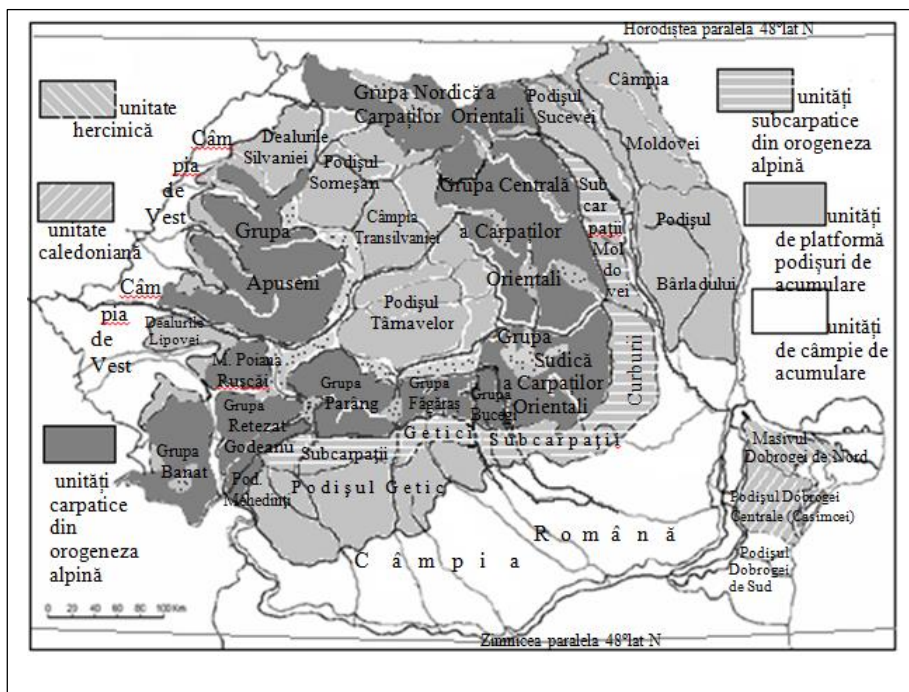
Evoluția reliefului României

Teritoriul României s-a format odată cu cel al Europei. Astfel cele mai vechi urme de uscat ale României se găsesc în fundamentul Podișului Moldovei reprezentate de placa rusă acoperită cu strate de roci sedimentare mai tinere. A doua regiune creată pe teritoriul țării este fundamentul Podișului Dobrogei de Sud și al Câmpiei Române. În prima orogeneză, cea caledoniană în România s-a format Podișul Dobrogei Centrale sau Podișul Casimcei cu aspect de rest de munți erodați până în bază (pediplenă) cu cele mai vechi roci la suprafață din țară (șisturi verzi). În cea de a doua orogeneză, cea hercinică, la noi în țară s-a format Masivul Dobrogei de Nord din care se remarcă sub formă de masiv Munții Măcinului (formați din granit, 500m). În cea de a treia orogeneză, cea alpină prin cutări repetate s-au format Carpații și Subcarpații, iar simultan cu înălțarea lor, râurile care-i străbăteau transportau roci sedimentare desprinse din aceștia (pietriș, nisip, argilă), pe care le depuneau în lacurile care acopereau platformele din jur formând astfel podișurile și câmpiile țării. La începutul erei geologice actuale, în perioada glaciară, în munții cu peste 2000m s-au format ghețari montani, care au creat relief glaciară (azi moștenit), iar în vestul Carpaților Orientali și sudul Munților Apuseni, prin erupții s-au creat munți vulcanici. În cea de a doua parte a erei geologice actuale clima s-a încălzit, ghețarii s-au topit, râurile și-au creat luncile, iar Dunărea a format delta.

Unitățile majore de relief Spre deosebire de formele de relief, unitățile de relief sunt regiuni ale teritoriului țării caracterizate prin limite clare, alcătuire petrografică distinctă, anumite altitudini și tipuri de relief.

APLICAȚIE

I. Utilizând harta de mai jos precizați:



1. Unitatea de relief creată în orogeneza caledoniană.....
2. Unitatea de relief creată în orogeneza hercinică.....
3. În orogeneza alpină s-au format:
 - a. Podișul Dobrogei Centrale și de Sud
 - b. Podișul Sucevei și Getic
 - c. Carpații și Subcarpații
4. Cele mai vechi urme de uscat din țară sunt în fundamentul:
 - a. Pod Casimcei
 - b. Pod Moldovei
 - c. M. Măcinului

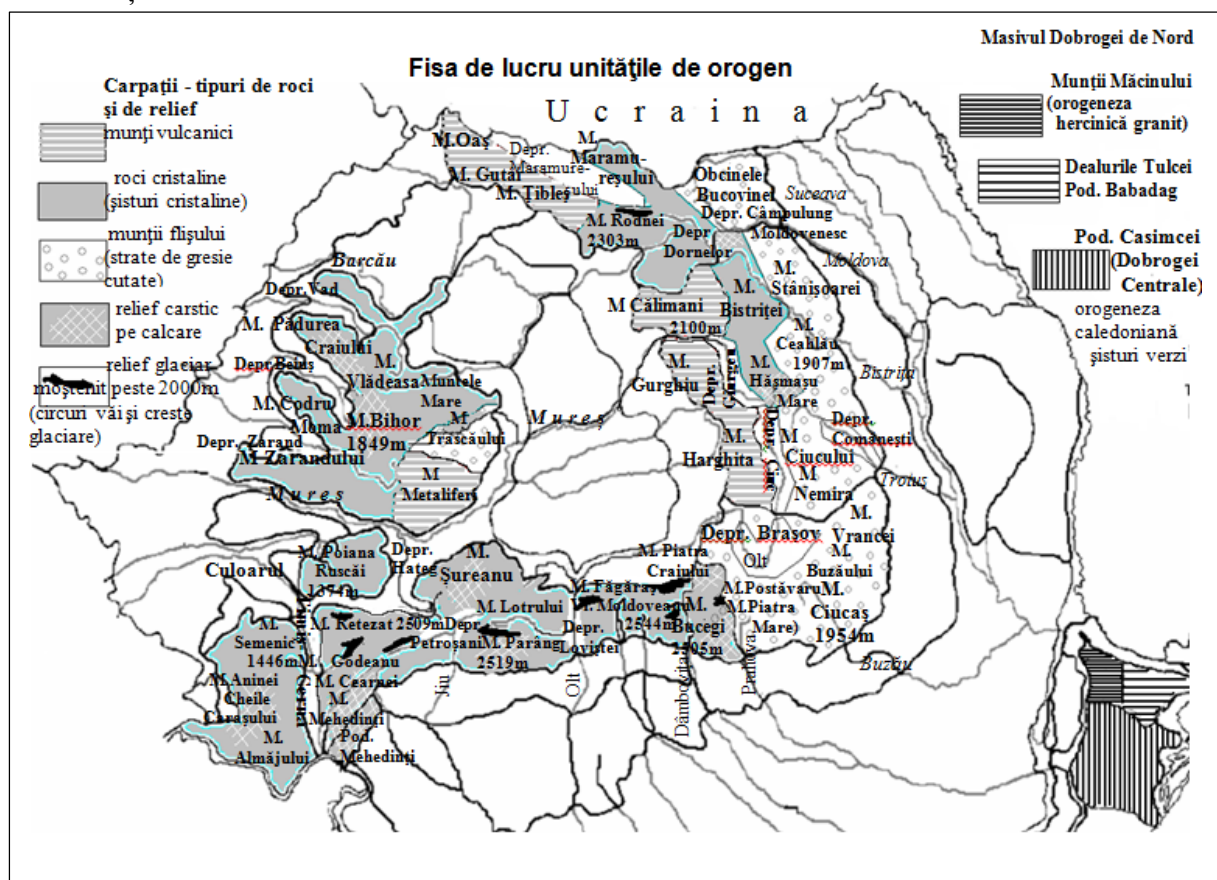
II. Utilizând harta de mai sus indicați diviziunile (subunitățile): Depresiunii colinare a Transilvaniei, Podișului Moldovei, Dealurilor de Vest

III. Indicați două criterii care justifică diferențierea subunităților de relief din Pod. Dobrogei

II.2.1. Unitățile de relief

Carpații românești se împart în funcție de localizarea față de Depresiunea colinară a Transilvaniei în: Carpații Orientali (la est), Carpații Meridionali (la sud) și Carpații Occidentali (la vest).

APLICAȚIE



A.I. Pentru Grupa Nordică a Carpaților Orientali (Munții Maramureșului și Bucovinei)

1. Limita la est: a. Podișul Someșan b. Granița cu Ucraina c. Podișul Sucevei d. Podișul Bârladului
2. Relieful de măguri vulcanice este în Munții: a. Maramureșului b. Rodnei c. Gutâi d. Obcine
3. Relieful glaciari moștenit este specific Munților: a. Oaș b. Țibleș c. Rodnei d. Maramureșului

B. Pentru Grupa Centrală a Carpaților Orientali (Moldo-Transilvăneni)

1. Limita la est: a. Subcarpații Transilvaniei b. Subcarpații Moldovei c. Podișul Sucevei
2. Munții cu aspect de conuri vulcanice cu cratere sunt: a. Ceahlău b. Harghita c. Hășmașu Mare
3. Cei mai înalți Munți din grupa centrală sunt: a. Ceahlău b. Călimani c. Hășmașu Mare

C. Pentru Grupa Sudică a Carpaților Orientali (Carpații Curburii)

1. Limita vestică față de Grupa Bucegi este valea: a. Buzăului b. Prahovei c. Jiului d. Dâmboviței
2. Rocile predominante în grupă sunt: a. vulcanice b. cristaline c. fliș (gresii cutate)
3. Cei mai înalți munți din grupă sunt: a. Ciucaș b. Vrancei c. Ceahlău d. Rodnei

D. Pentru Grupa Bucegi

1. Limita vestică față de Grupa Făgăraș valea: a. Trotușului b. Oltului c. Dâmboviței d. Jiului
2. Tipul de relief specific altitudinilor de peste 2000m: a. vulcanic b. glaciari c. carstic d. litoral
3. Sfinxul și Babele din Bucegi s-au format pe: a. calcare b. conglomerate c. roci cristaline

E. Pentru Grupa Făgăraș limita la vest valea: a. Prahovei b. Dâmboviței c. Jiului d. Oltului

F. Pentru Grupa Parâng limita la vest valea: a. Trotușului b. Dâmboviței c. Jiului d. Oltului

G. Pentru Grupa Făgăraș limita la vest valea: a. Prahovei b. Dâmboviței c. Jiului d. Oltului

H. Pe valea Jiului în Carpații Meridionali este depresiunea: a. Loviștei b. Petroșani

I. Grupa Banat este delimitată la sud de: a. defileul Jiului b. Defileul Dunării

J. Munții Apuseni sunt delimitați la sud de valea: a. Mureșului b. Barcăului c. Oltului

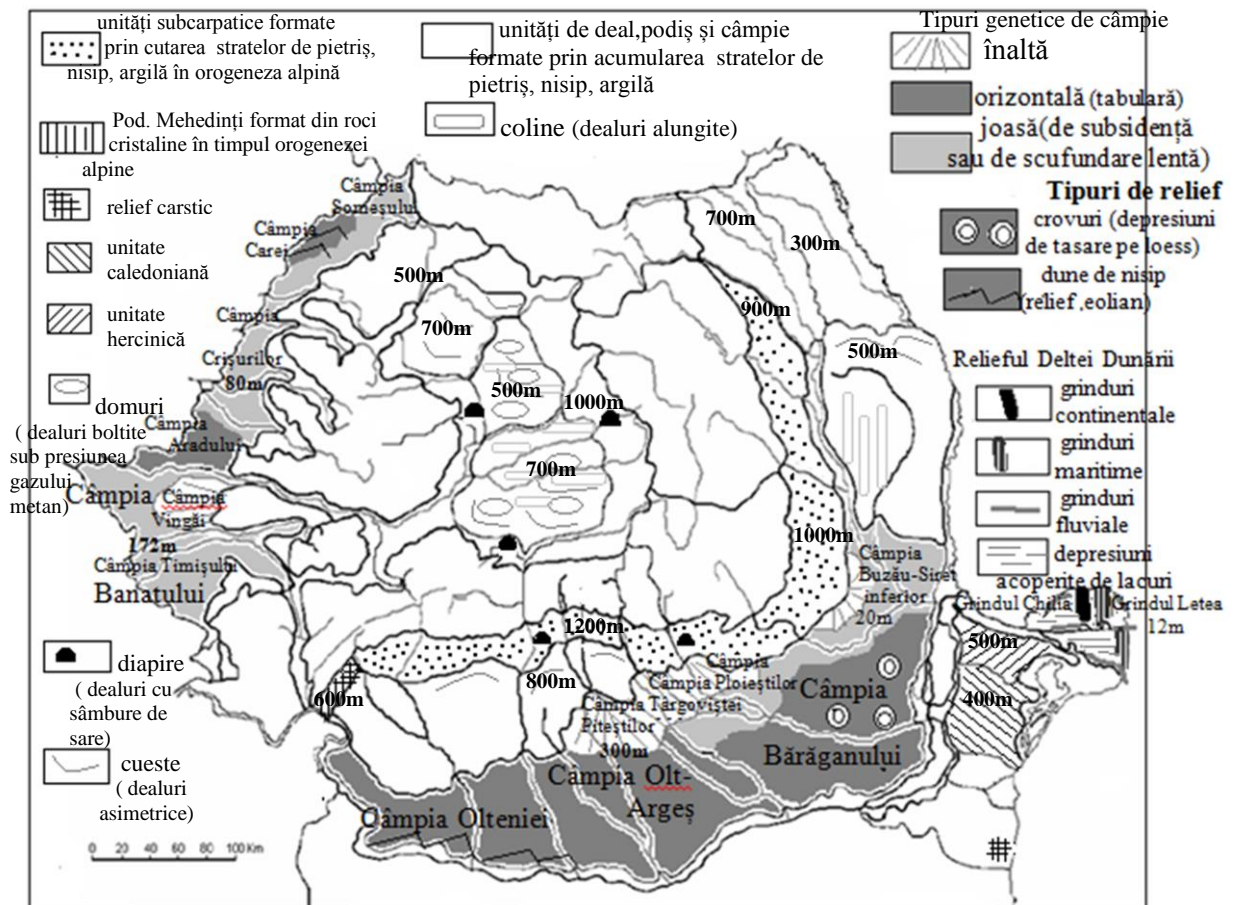
K. Cei mai înalți din Grupa Apuseni sunt Munții: a. Semic b. Vlădeasa c. Bihor d. Bucegi

II. Utilizând harta de mai sus comparați sub aspectul reliefului Grupa Nordică a Carpaților Orientali cu Grupa Apuseni și indicați două asemănări și două deosebiri referitoare la: geneză, roci, tipuri de relief, altitudini, orientarea reliefului, fragmentare, nu însă poziție geografică

II.2.2. Unitățile de podiș, deal și câmpie

Unitățile de deal, podiș și câmpie au geneză, alcătuire petrografică și tipuri de relief diferite, așa cum reiese din harta de mai jos.

APLICAȚIE



1. Caracterizați sub aspectul reliefului Depresiunea Colinară a Transilvaniei, precizând: două limite, patru aspecte ale reliefului din legendă și patru diviziuni 10p
2. Caracterizați sub aspectul reliefului Podișul Moldovei, precizând: două limite, patru aspecte ale reliefului din legendă și patru diviziuni. 10p
3. Caracterizați sub aspectul reliefului Podișul Dobrogei, precizând: două limite, cinci aspecte ale reliefului din legendă și trei diviziuni. 10p
4. Caracterizați sub aspectul reliefului Câmpia Română, precizând: două limite, cinci aspecte ale reliefului din legendă și trei diviziuni. 10p
5. Caracterizați Delta Dunării precizând: două limite, trei aspecte ale reliefului din legendă și rolul Dunării și Mării Negre la formarea deltei. 10p

II. Comparați sub aspectul reliefului, precizând o asemănare și două deosebiri cu privire la geneză, roci, tipuri de relief, structuri, altitudini, nu însă poziție geografică și limite: 6x5=30p

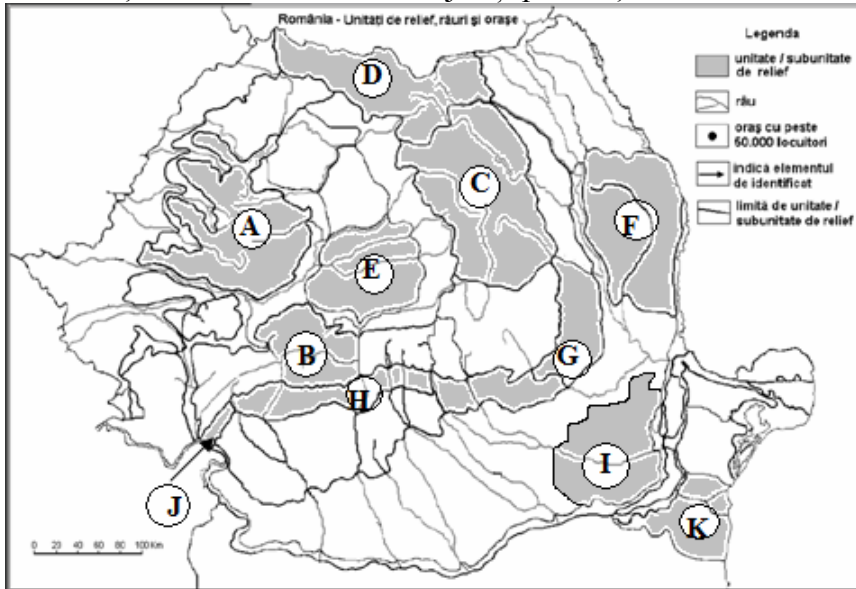
1. Subcarpații Getici cu Podișul Târnavelor
2. Podișul Bârladului cu Câmpia Transilvaniei
3. Podișul Getic cu Podișul Moldovei
4. Podișul Mehedinți cu Podișul Dobrogei
5. Câmpia Română cu Câmpia de Vest.

III. Explicați de ce Podișul Dobrogei este cel mai complex podiș din țară.

10p

Test (Relieful României)

I. Analizați harta României de mai jos și precizați **A**. Denumirile unităților de relief A-K **10p**



B. Înconjurați litera răspunsului corect **20p**

1. Cei mai înalți munți din grupa notată cu litera D sunt Munții:

- a. Rodnei b. Ciucaș c. Ceahlău d. Oaș

2. Relieful de conuri vulcanice cu cratere este specific unității de relief marcată cu litera:

- a. D b. B c. C d. A

3. Structurile de dom sunt specifice unității de relief marcată cu litera:

- a. I b. H c. E d. F

4. Unitatea de relief G este delimitată față de unitatea H prin valea râului:

- a. Olt b. Ialomița c. Dâmbovița d. Jiu

5. S-a format prin cutări în timpul orogenezei alpine unitatea de relief: a. K b. F c. J d. I

6. Crovurile sunt specifice unității de relief marcată cu litera: a. F b. I c. J d. G

7. Relieful carstic apare în unitatea de relief marcată cu litera: a. I b. E c. F d. K

8. Relieful de coline și cueste este specific unității marcate pe hartă cu litera: a. I b. K c. G d. F

9. Unitatea de relief J este delimitată la sud de valea râului: a. Jiu b. Dunăre c. Olt d. Motru

10. Unitatea de relief G este delimitată la nord de valea râului: a. Siret b. Bistrița c. Trotuș d. Buzău

II. Completați spațiile libere din afirmațiile de mai jos:

1. Grupa Carpaților Orientali formată exclusiv (numai) din roci sedimentare cutate (fliș) se numește.....

2. Cei mai înalți munți din Grupa Apuseni sunt Munții.....

3. Pe valea Oltului în Carpații Meridionali se află Depresiunea.....

4. Grupa Bucegi este delimitată la vest de valea

5. Cea mai simplă unitate subcarpatică poartă numele de Subcarpații.....

6. Podișul Bârladului este delimitat la vest de valea râului.....

7. Cea mai înaltă diviziune a Câmpiei Române (300m) poartă numele de Câmpia.....

8. Unitatea subcarpatică ce face trecerea directă de la munte la câmpie poartă numele de Subcarpații....

9. Dunele de nisip apar în diviziunea Câmpiei de Vest numită Câmpia.....

10. Grindul Chilia din Delta Dunării este după modul de formare grind..... **20p**

III. Caracterizați Podișul Getic precizând: 2 limite, 4 aspecte ale reliefului (geneză, roci, tipuri de relief, altitudini) patru diviziuni. **10p**

IV. 1. Comparați sub aspectul reliefului Podișul Getic cu Dealurile de Vest și precizați: două asemănări și două deosebiri. Asemănările și deosebirile se pot referi la oricare dintre aspectele: mod de formare (geneză), tipuri de relief, altitudini, nu însă și la limite și poziție geografică. Punctajul complet se va acorda numai pentru tratarea comparativă și nu separată. **12p**

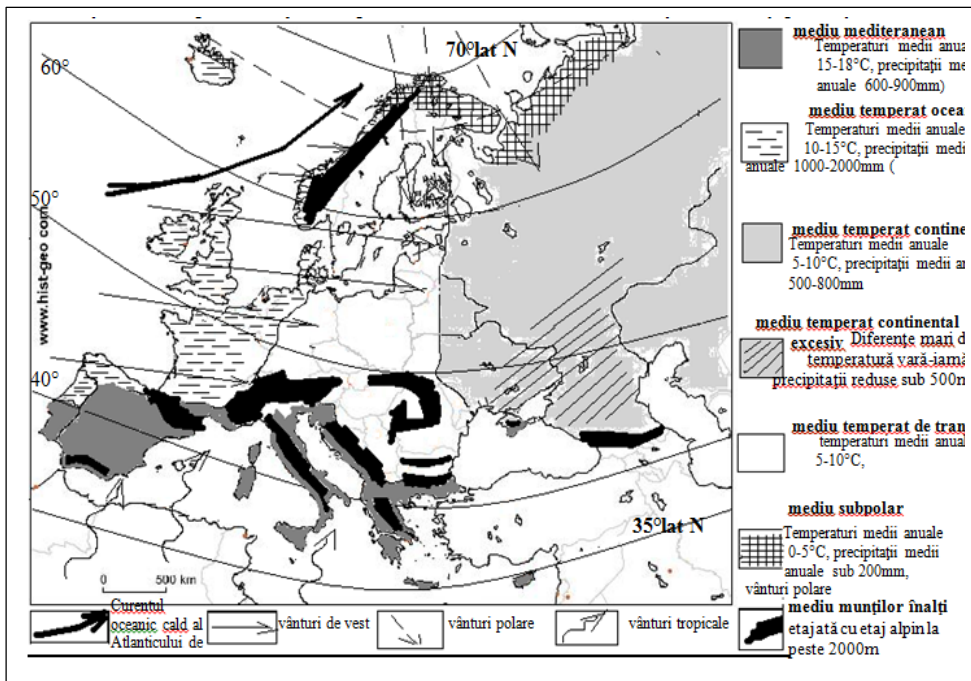
2. Comparați sub aspectul reliefului Munții Apuseni cu Grupa Centrală a Carpaților Orientali și precizați: două asemănări și două deosebiri. Asemănările și deosebirile se pot referi la oricare dintre aspectele: mod de formare (geneză), tipuri de relief, altitudini, nu însă și la limite și poziție geografică. Punctajul complet se va acorda numai pentru tratarea comparativă și nu separată. **12p**

V. Explicați varietatea reliefului Carpaților Orientali indicând două cauze cu argumente **6p**

Din oficiu 10p.

II.3.Clima Europei și României

Analizați harta climatică a Europei de mai jos și precizați:



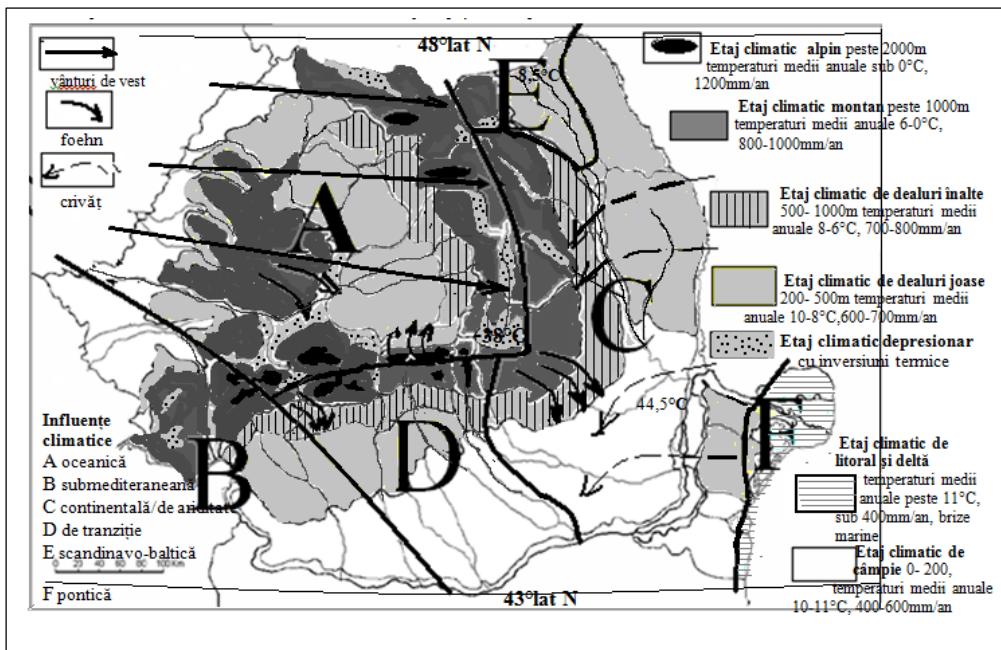
1. Întinderea latitudinală
o consecință
2. Regiunea continentală influențată de Oceanul Atlantic.....
și o consecință
3. Regiunea europeană influențată de masivitatea continentului...și o consecință

4. Regiunea europeană influențată de Curentul Nord Atlantic.....și o consecință.....

II.1. Indicați și explicați două variații ale temperaturilor și precipitațiilor medii anuale și în Europa.

III. Comparați sub aspectul climei Spania cu Marea Britanie și indicați o asemănare și două deosebiri referitoare la tip de climă, temperaturi medii anuale, vânturi regimul elementelor climatice.

Analizați harta climatică a României și precizați:



1. Întinderea latitudinală
o consecință
2. Rolul climatic al Carpaților
3. Rolul climatic al Mării Negre
4. Două unități cu foehn și consecințele climatice

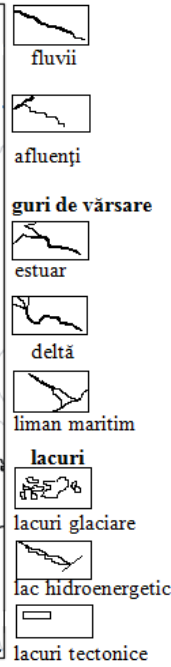
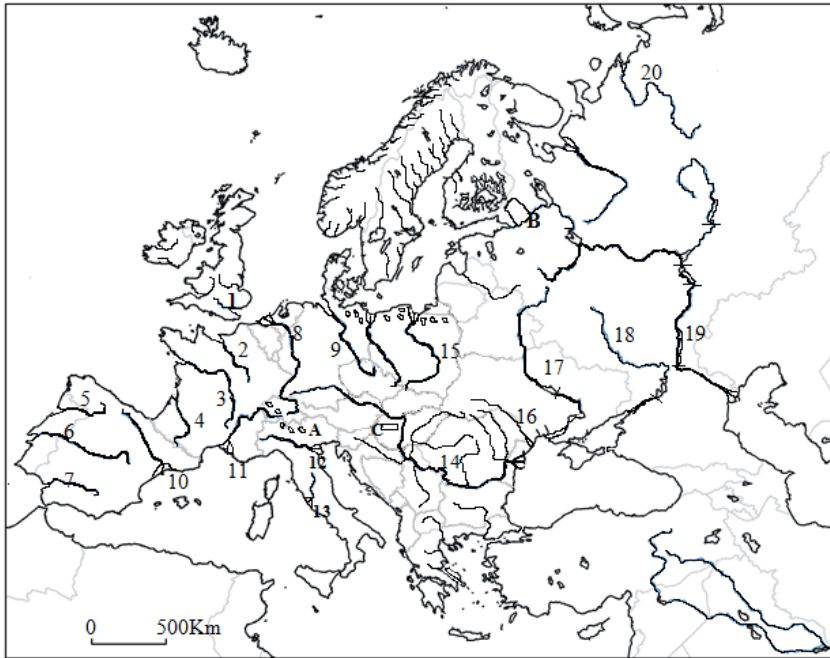
II.1. Explicați și indicați dovada pentru caracteristica climei României: **temperată, continentală, moderată și de tranziție**

III.1. Comparați sub aspectul climei Grupa Apuseni cu Grupa Nordică a Carpaților Orientali și indicați o asemănare și două deosebiri referitoare la tip de climă, temperaturi medii anuale, vânturi regimul elementelor climatice.

2. Comparați sub aspectul climei Podișul Moldovei cu Podișul Dobrogei și indicați o asemănare și două deosebiri referitoare la tip de climă, temperaturi medii anuale, vânturi regimul elementelor climatice

II.4. Hidrografia Europei și României

Aplicație



A. Denumirile fluviilor:

- 1.....2.....
 3.....4.....
 5.....6.....
 7.....8.....
 9.....

2. *tipul de gură de vărsare și cauza*

B. Denumirile fluviilor:

- 10.....11.....
 12.....13.....

2. *tipul de gură de vărsare și cauza*

C. Denumirile fluviilor: 14.....15.....16.....17.....18.....19.....

2. *tipul de gură de vărsare și cauza*.....

D Știind că *regimul hidrologic* este variația debitelor râurilor și că acestea depind de regimul precipitațiilor și temperaturilor indicați o deosebire între fluviile din V față de E Europei

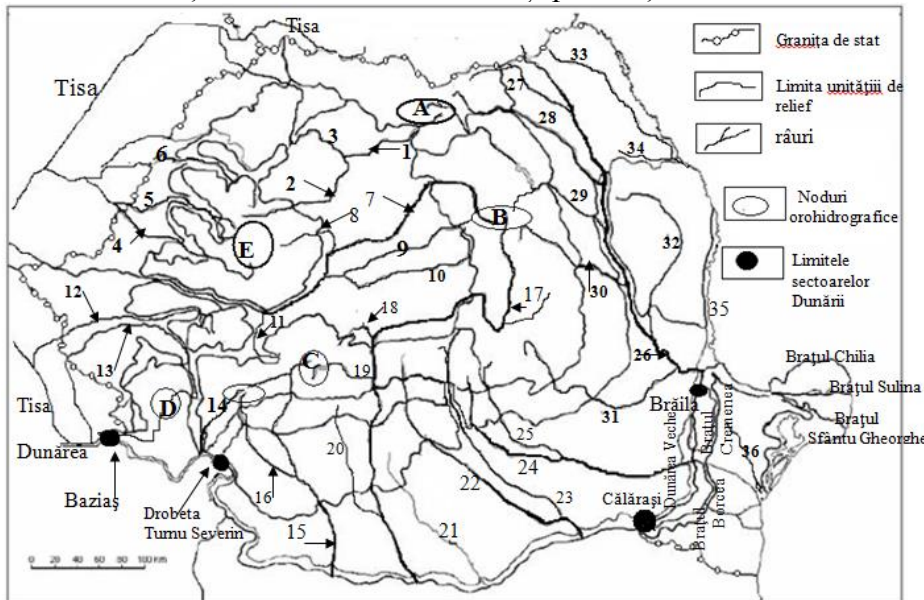
E. Știind că *regimul hidrologic complex* (cu mai multe creșteri și scăderi de debit) este specific fluviilor care străbat diferite trepte de relief sau și tipuri de climă, explicați de ce Rinul, Ronul și Dunărea au asemenea regim.

F. Explicați lungimile diferite ale fluviilor europene

G. Caracterizați cursul Dunării indicând trei unități de relief traversate, 10 state și 4 capitale.

H. Explicați prezența lacurilor glaciare în nordul Europei, și a celui tectonic în Ungaria.

Analizați harta râurilor României și precizați:



Denumirile râurilor

- 1.....2.....
 3.....4.....
 5.....6.....
 7.....8.....
 9.....10.....
 12.....

și colectorul lor....

Denumirile râurilor

- 13.....14.....
 15.....16.....
 17.....18.....
 19.....20.....
 21.....22.....
 23.....24.....
 25.....colectate de.....

Denumirile râurilor: 26.....27.....28.....29.....30.....

31.....32.....

Denumirile râurilor: 33.....34.....35.....36.....

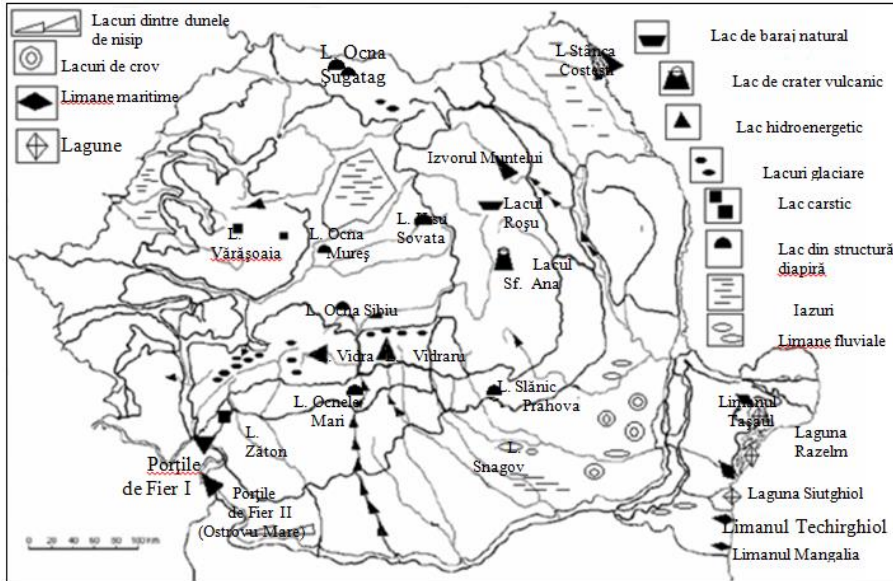
B. Explicați rolul reliefului în hidrografia României

C. Indicați pentru fiecare sector al Dunării câte două aspecte specifice

Lacurile, apele subterane și Marea Neagră

Aplicație:

I. Analizați harta repartiției tipurilor de lacuri din România și precizați



1. Pentru Grupa Nordică a Carpaților Orientali indicați un tip de lac cu exemplu.....

2. Pentru Grupa Nordică a Carpaților Orientali indicați 3 tipuri de lacuri cu exemplu.....

3. Pentru Grupa Făgăraș indicați un tip de lac cu exemplu.....

4. Pentru Grupa Parâng un tip de lac cu exemplu.....

5. Pentru Grupa Apuseni indicați un tip de lac

6. Tipul de lac din E, S, V Depresiunii colinare a Transilvaniei.....

7. Diviziunea Depresiunii colinare a Transilvaniei cu iazuri.....

8. Diviziunea Podișului Moldovei cu iazuri.....

9. Două tipuri de lacuri din Câmpia Olteniei.....

10. Două tipuri de lacuri din Câmpia Bărăganului.....

11. Două tipuri de lacuri cu exemple din Podișul Dobrogei.....

12. Diviziunea Câmpiei de Vest cu iazuri.....

13. Un tip de lac cu exemplu din Podișul Mehedinți.....

14. Denumirile lacurilor hidroenergetice de pe râurile: Argeș, Lotru, Prut, Dunăre

Apele subterane sunt volume de apă acumulate în strate de roci permeabile (nisip, pietriș) și delimitate de roci impermeabile (argilă). Ele se împart în ape freatice (de mică adâncime) alimentate din precipitații și ape de adâncime alimentate din cele freatice. Când întâlnesc roci solubile devin minerale, la contactul cu lanțul vulcanic din estul Transilvaniei devin carbogazoase, iar pe faliele dintre Câmpia de Vest și Dealurile de Vest devin termale.

Marea Neagră este o mare continentală legată de Marea Mediterană (Egee) prin strâmtorile Bosfor și Dardanele. Statele riverane sunt: la N Ucraina și Rusia, la est Rusia și Georgia, la vest România și Bulgaria, iar la sud de Turcia.

Țărmurile au puține articulații: la N Golful Odessa, Marea Azov separate de Peninsula Crimeea, iar la V se află golfulurile Varna și Burgas

Relieful bazinului marin cuprinde trei trepte: platforma continentală (o câmpie ce coboară treptat de la 0 la 200m și este mai extinsă în N și V bazinului), abruptul continental ce coboară de la 200 la 2000m și câmpia abisală la peste 2000m.

Salinitatea, respectiv cantitatea de săruri dizolvate în apa mării și care impune două straturi: superior 0-200m cu salinitate de 16‰, chiar mai scăzut vara în N, și NV bazinului datorită aportului suplimentar de apă adusă de fluvii. Al doilea strat, inferior la peste 200m adâncime are salinitate de 22‰.

Dinamica apelor marine cuprinde valurile create de vânt, mările cu înălțime neglijabilă (8-10cm) datorită caracterului de mare continentală. Curenții marini sunt de două feluri circulari cu caracter ocazional creți de vânturile de NE și responsabili pentru formarea grindurilor. A doua categorie de curenți sunt de compensație a diferențelor de salinitate dintre apele mai puțin sărate ale Mării Negre și cele mai sărate ale Mării Mediterane. Totuși nu există curenți verticali, iar oxigenul nu ajunge în stratul inferior, rezultă lipsa viețuitoarelor aerobe în acest strat.

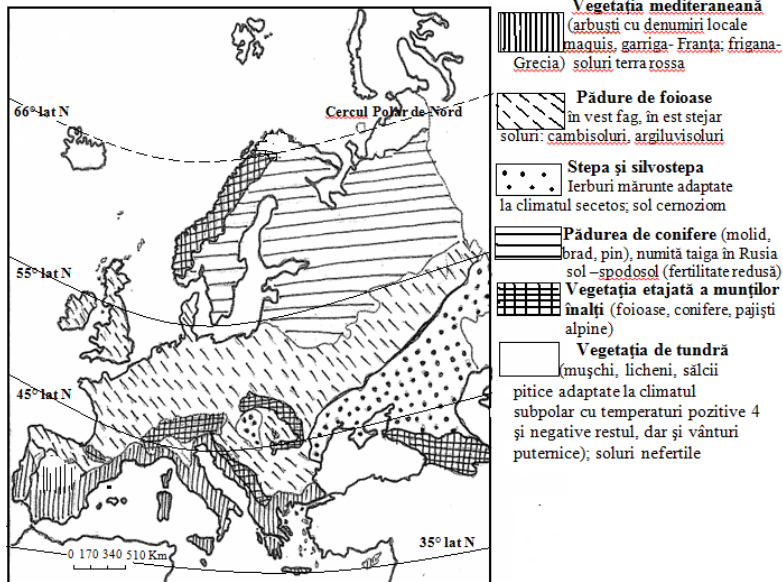
Aplicație

1. Explicați diversitatea mare a lacurilor în Carpați.

2. Explicați stratificarea apelor Mării Negre, indicând cauza, dovada și o consecință.

II.5. Învelișul bio-pedo-climatic

Aplicația 1.



Pentru vegetația mediteraneană indicați:

-două state cu această vegetație din Peninsula Iberică.....

-patru state cu această vegetație din Peninsula Balcanică.....

-formațiunea vegetală care a înlocuit-o pe cea naturală.....

Pentru vegetația de stepă indicați:

regiunea continentală cea mai extinsă.....și două state.....

țara Europei Centrale în care se află stepa numită pustă.....

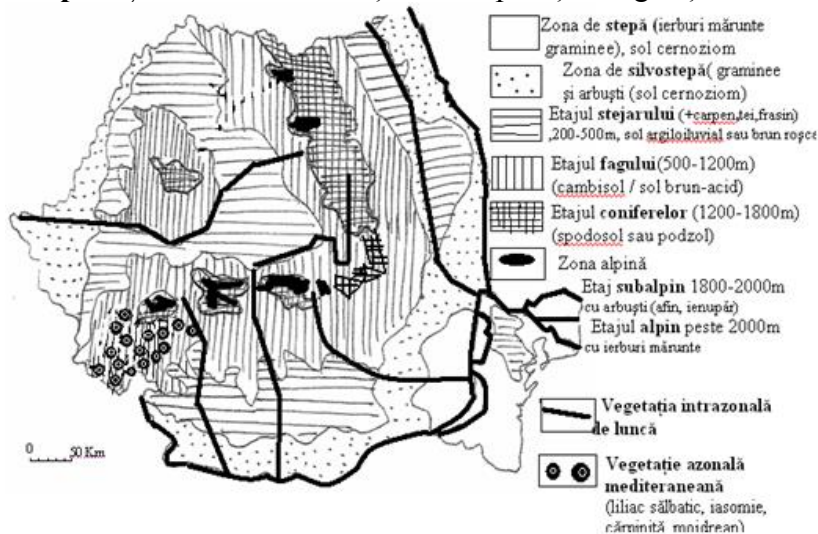
Pentru vegetația de pădure de conifere indicați trei state.....

Pentru vegetația de tundră indicați țările Laponiei.....

și alte două state cu tundră.....

Aplicația 2

Analizați harta repartiției vegetației României și precizați:



-pentru zona stepei indicați: două unități de relief.....

-silvostepă trei unități.....

-pentru etajul stejarului două unități.....

-zona montană cu cele mai întinse păduri de fag.....

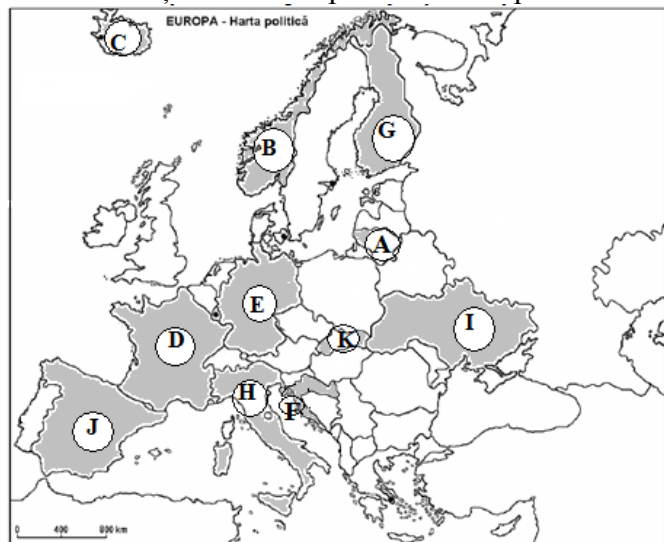
-zona montană cu cele mai extinse areale cu pădure de conifere.....

-sectorul carpatic cu cele mai întinse zone alpine.....

- două unități cu vegetație mediteraneană.....

Test Clima, hidrografia și vegetația

I.A Încercuțiți litera corespunzătoare răspunsului corect



1. Clima subpolară se află în țara:

a. J b. C c. H d. F

2. Vântul mistral este specific statului

a. I b. H c. D d. C

3. Vântul local specific statului D este:

a. bora b. mistral

c. șirocco d. crivăț

4. Prezintă atât climă subtropicală, cât și climă temperat oceanică statul:

a. B b. A c. D d. G

5. Climă temperat continentală are țara:

a. C b. J c. B d. I

6. Climat de tranziție se află în țara:

a. C b. E c. H d. J

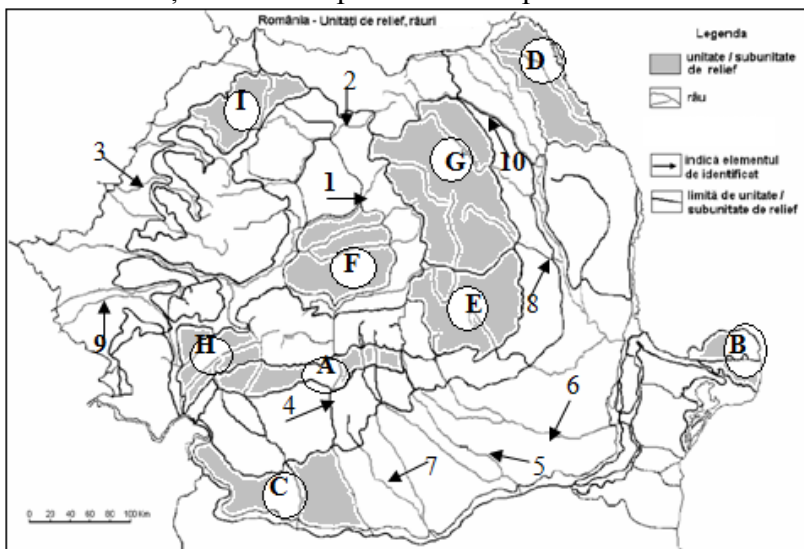
- | | | | | |
|---|----------|----------|----------|-----------------|
| 7. Vegetația de stepă este specifică în țara: | a. G | b. I | c. B | d. C |
| 8. Lacurile Como și Garda se află pe teritoriul statului: | a. B | b. A | c. D | d. H |
| 9. Fluviul Nipru străbate statul: | a. J | b. E | c. G | d. I |
| 10. Vegetația de tip maquis se află în țara: | a. I | b. D | c. B | d. G |
| 11. Prezintă deltă la vărsare fluviul: | a. Elba | b. Loire | c. Tajo | d. Rin |
| 12. Se varsă în Marea Nordului fluviul: | a. Loire | b. Tibru | c. Volga | d. Elba |
| 13. Ghețari polari se află în statul marcat pe hartă cu litera: | a. H | b. C | c. J | d. D |
| 14. Dunărea străbate teritoriul statului: | a. D | b. A | c. K | d. H |
| 15. Prezintă vegetație de tundră țara: | a. J | b. H | c. D | d. C 15p |

B. Completați spațiile libere din afirmațiile de mai jos:

1. Temperaturile medii anuale specifice climatului temperat continental sunt de°C.
 2. Lacurile Ladoga și Onega se află în țara.....
 3. Cel mai mare fluviu ca lungime și debit din Italia este.....
 4. Fluviul Peciora se varsă în Oceanul.....
 5. Solurile specifice pădurilor de conifere se numesc..... **5p**
- C. 1. Explicați repartitia neuniformă a vegetației pe teritoriul Europei indicând două argumente. 6p**

D. Comparați sub aspectul climei Spania cu Marea Britanie și precizați două deosebiri și două asemănări. Asemănările și deosebirile se pot referi la oricare dintre aspectele: tip de climă, temperaturi medii anuale și ale lunilor extreme, regimul precipitațiilor, vânturi, ș.a., nu și la poziție geografică. Punctajul complet va fi acordat numai pentru tratarea comparativă și nu separată. 8p

II. A. Indicați litera corespunzătoare răspunsului corect:



1. Are influență scandinavo-baltică unitatea de relief marcată cu litera: a. D b. A c. F d. B
2. Are etaj climatic de câmpie unitatea de relief notată cu litera: a. I b. C c. F d. H
3. Temperatura minimă absolută s-a înregistrat în unitatea de relief: a. D b. B c. E d. A
4. Vântul local cald și uscat numit foehn este specific unității de relief: a. D b. A c. I d. B

5. Prezintă etaj climatic alpin unitatea de relief marcată cu litera a. G b. A c. F d. B
6. Unitatea de relief cu cea mai mică cantitate medie anuală de precipitații este: a. G b. A c. I d. B
7. Lacul Roșu se află în unitatea de relief: a. C b. A c. F d. G
8. Lacurile glaciare sunt specifice unității de relief: a. G b. H c. E d. B
9. Lacurile de dintre dune de nisip sunt specifice unității de relief: a. C b. G c. F d. D
10. Prezintă influență climatică pontică unitatea de relief: a. B b. G c. F d. D
11. Tipul de vegetație specific unității D este: a. pădure de conifere b. stepă c. silvostepă d. alpină
12. Etajul coniferelor este specific unității de relief: a. I b. F c. B d. G
13. Solurile de tip cernoziom (clasa molisol) sunt specifice unității de relief: a. E b. H c. C d. F
14. Podzolul este specific unității notată cu litera: a. C b. D c. B d. E **14p**

B. Indicați denumirile râurilor: 1.....2.....3.....4.....5.....6.....7.....8.....9.....10..... 10p

C. Completați spațiile libere din afirmațiile de mai jos:

1. Râul interior cu cel mai mare debit și cel mai întins bazin hidrografic este.....
2. După modul de formare lacul Razim (sau Razelm) este.....

3. Lacul Vidra este după modul de formare de tip..... și se află la izvoarele râului.....în munții.....

5p

D. Explicați variațiile cantităților medii anuale de precipitații pe teritoriul României

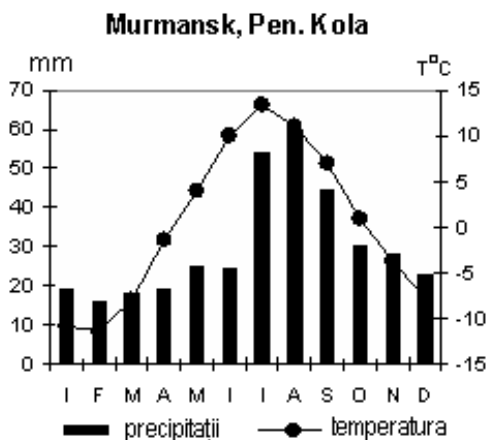
6p

E. Comparați sub aspectul climei Câmpia Română cu Peninsula Cămpia de Vest și precizați două deosebiri și două asemănări. Asemănările și deosebirile se pot referi la oricare dintre aspectele: tip de climă, temperaturi medii anuale, regimul precipitațiilor, vânturi, ș.a., nu și la poziție geografică. Punctajul complet va fi acordat numai pentru tratarea comparativă și nu separată.

8p

III Analizați climograma de mai jos și precizați

13p



- Temperatura medie cea mai mare și luna corespunzătoare 2p
- Temperatura medie cea mai mică și luna corespunzătoare 2p
- Cantitatea medie de precipitații cea mai mare și luna corespunzătoare 2p
- cauza variației temperaturilor medii lunare 1p
- Cantitatea medie de precipitații cea mai mare și luna corespunzătoare 2p
- Cum se calculează temperatura medie anuală 1p
- Valoarea amplitudinii termice 2p

Unitatea III. Elemente de geografie umană

III.1. Harta politică a Europei

Statele sunt entități ale hărții politice formate din: teritoriu delimitat de frontiere (naturale sau convenționale) și populație care exercită suveranitatea.

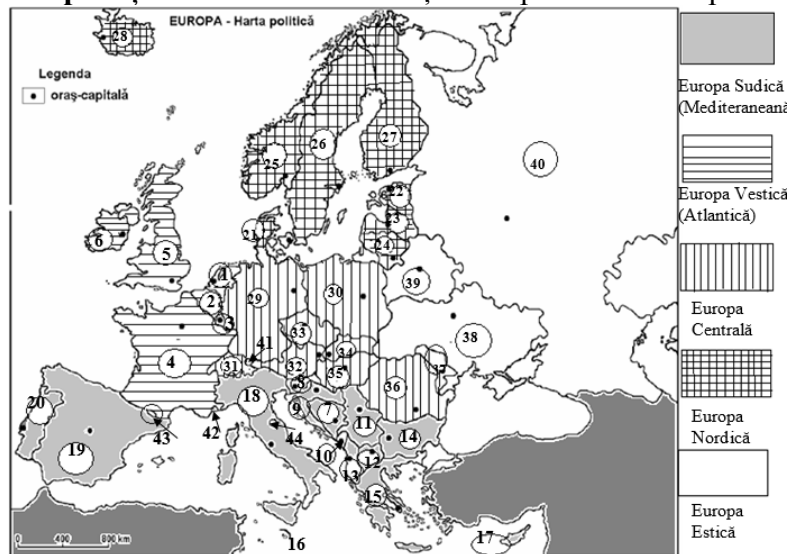
Clasificarea statelor: - după forma de guvernământ: monarhii (Spania, Marea Britanie, Belgia, Olanda, Luxemburg, Danemarca, Suedia, Norvegia), principate (Monaco, Andorra, Lichtenstein), state religioase (Vatican), iar restul sunt republici.

-după localizare pot fi state: din interiorul continentului cu sau fără ieșire la Oceanul Planetar, state insulare, peninsulare și enclave (stat în stat cum sunt Vatican și San Marino)

-după organizarea internă pot fi unitare (România), federale (Bosnia-Herțegovina) desprinsă din fosta Iugoslavie sau confederale (Belgia)

Aplicație

Analizați harta politică a Europei de mai jos și precizați



- Denumirile statelor pe regiuni geografice: S, V, N, E, centru;
- Statele monarhie
- Trei state fără ieșire la Oceanul Planetar;
- Două state enclavă;
- Indicați statele rezultate din dezmembrarea Iugoslaviei și Cehoslovaciei;
- Indicați capitalele statelor identificate la punctul 1;
- Capitale antice;
- Capitalele pe Dunăre, pe Sena, Tamisa, Tajo, Nipru, Vistula

III.2. Populația și caracteristicile geodemografice ale Europei

Evoluția numerică a populației depinde de sporul natural (diferența dintre natalitate și mortalitate) și de sporul migrator (diferența dintre imigranți și emigranți). Populației Europei a avut o evoluție lentă în perioada medievală, urmată de explozie demografică în secolul XIX (datorită industrializării). În prezent stadiul demografic este declin datorită rolului femeii în societatea serviciilor și îmbătrânirii populației în țările dezvoltate și declinului economic postcomunist în estul și centrul continentului.

Răspândirea și densitatea populației Europei

Răspândirea populației este condiționată de climă prin temperaturi (reduse din nordul continentului), de relief prin altitudini și pante mari (defavorabile locuirii) de existența resurselor și activităților industriale

care concentrează populația, Densitatea populației, adică raportul dintre numărul de locuitori la un moment dat și suprafață prezintă mari diferențe pe regiuni și țări. Regiunile cu densități minime sunt cele nordice (climă subpolară), iar medii și mari în restul continentului. Dintre state cele mai mari densități le au cele cu suprafețe mici și populație numeroasă (Malta, Olanda)



Structura populației

1. pe grupe de vârstă și sexe reprezentată grafic cu piramida vârstelor, care evidențiază îmbătrânirea populației (baza restrânsă și partea mediană și superioară extinse)
 2. lingvistică evidențiată de harta alăturată
 3. religioasă corelată cu cea lingvistică și impune generalizări: lumea germanică protestantă, cea latină catolică și slavă ortodoxă.
- II. 1. Indicați statele slave, latine, germanice de pe harta alăturată
2. Indicați două state cu populație musulmană

Populația și așezările României

Evoluția numerică a populației României a fost crescătoare până în 1989, când a ajuns la 23 milioane de locuitori și descrescătoare după (20 mil. în prezent).

- a. perioada de creștere accelerată 1950-1990 datorită politicii pronataliste
- b. perioada descrescătoare după 1990 datorită declinului economic postcomunist, deschiderii granițelor și emigrării tinerilor.

Sporul natural (SN) sau bilanțul natural este diferența dintre natalitate(N) și mortalitate(M)

Mobilitatea teritorială a populației, numită și migrații are cauze multiple (economice, pentru educație ș.a) și pot fi:

- interne -temporare – diurne pentru serviciu sau școală numite navetism
 - definitive – exod rural (prăsierea satelor), 1950-1990 datorită colectivizării , industrializării
 - exod urban (prăsierea orașelor) după 1990 datorită datorită regresului industriei și reîmproprietăririi agricole
- externe - bilanț migratoriu = sosiți(imigranți) – plecați(emigranți) este negativ

Românii în afara granițelor: N, E de Prut 3mil., S de Dunăre, Italia Spania, ș.a.

Răspândirea și densitatea populației

Factorii răspândirii populației sunt: relieful (prin altitudine și pantă), resursele și activitățile industriale din orașe care concentrează populația. Densitățile de populație minime apar, în afara unităților carpatice în Delta Dunării datorită predominanței suprafețelor acvaticice. Cele mai mari densități se află în Muntenia Centrală, Culoarul Mureșului și Siretului, cu numeroase orașe.

Structura populației

-**Națională** cuprinde români (90%) și minorități: maghiari mai ales în provincia istorică Transilvania, germani (sași în S Transilvaniei și șvabi în Banat) turci și tătari (în Dobrogea), ucraineni, bulgari, sârbi la granițele cu statele corespunzătoare.

-Pe **grupe de vârstă** și sexe reprezentată grafic cu ajutorul piramidei vârstelor: tinerii (0-20 ani) 16%; adulții (20-60 ani) 70%, vârstnicii (peste 60 ani) 14% evidențiază o tendință de îmbătrânire, iar consecințele sunt reducerea forței de muncă și scăderea natalității.

-**Confesională** - predomină confesiunea ortodoxă, urmată de cea catolică, iar de religie musulmană sunt turcii și tătarii din Dobrogea.

-Pe **medii urban** 53% și rural 47%, cu diferențieri mari pe regiuni istorice și județe.

-**Profesională** - în sectorul : primar (agricultura)31% , secundar(industria)26%, terțiar(servicii) restul

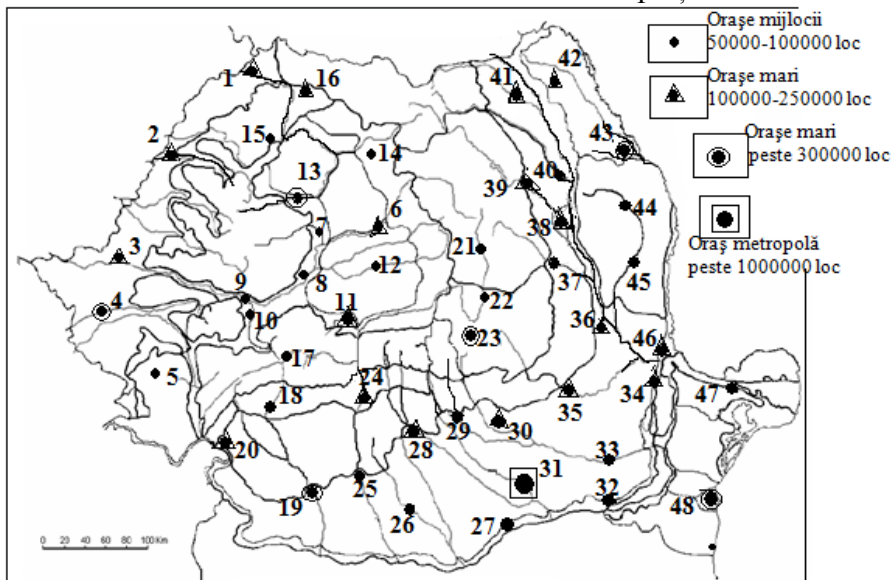
TEMĂ: EXPLICAȚI: 1. Diferențierile ponderilor urban și rural pe regiuni și județe

2. Ponderea mare a populației din sectorul primar.

Așezările

Rurale au o structură condiționată de relief prin fragmentare și pantă, precum și de activitatea economică. Astfel în Carpați sunt sate risipite (case izolate de păduri, pășuni, fânețe), în Subcarpați sate răsfrate (case separate de vii și livezi), iar în câmpiile adunate (case grupate și delimitate de moșie), iar în depresiunile cu populație de sași și secui din S Transilvaniei sate compacte.

Orașele diferă de sate prin densități mai mari ale populației și activități neagricole, iar localizarea lor este favorizată de văile râurilor care oferă resurse de apă și facilitează circulația.



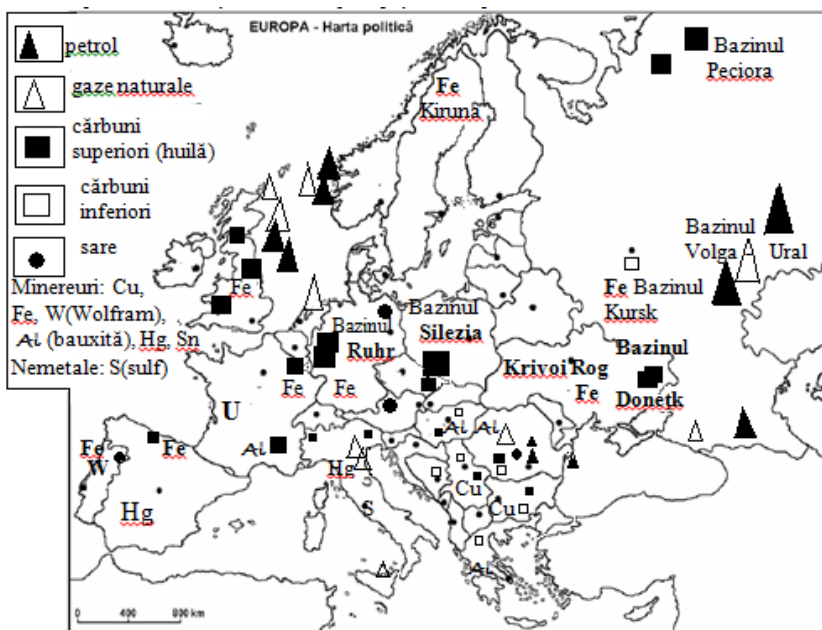
1. Analizați harta orașelor 1- 48 și precizați pentru fiecare denumirea și localizarea (râul pe care se află)
2. Indicați orașele antice, și din perioada modernă și funcția care le-a creat.
3. Indicați patru funcții urbane cu exemple
4. Indicați pentru fiecare reședință de județ de pe hartă denumirea județului corespunzător.
5. Indicați câte un exemplu de județ de munte, podiș, deal, câmpie.

III. 3. Activitățile economice

Agricultura Europei este o activitate economică condiționată de factori climatici (temperaturi și precipitații), de relief (altitudine și pantă), de soluri prin fertilitate și de factori economici și tehnologici. Rezultă următoarele tipuri de agricultură: mediteraneană (citrice, măslini și viță de vie), mixtă (cerealiară și de creștere intensivă a animalelor în vestul continentului, cerealiară mai ales în est pe seama extinderii cernoziomului. În nordul continentului potențialul agricol este mai redus datorită climei subpolare și solurilor acide.

În România deși ponderea terenurilor agricole depășește 60% din fondul funciar, grație ponderii similare a câmpiilor, dealurilor și podișurilor în suprafața țării, potențialul agricol diferă și în funcție de fertilitatea solurilor, secetă, excesul de apă. Astfel se remarcă o specializare în cultura cerealelor în câmpii pe seama cernoziomului, viticultura și pomicultura în Subcarpați și activități zootehnice în munți pe seama pajiștilor naturale.

Activitățile industriale au o localizare condiționată de existența infrastructura de transport, disponibilul de forță de muncă, resursele tehnologice și prezența materiilor prime.

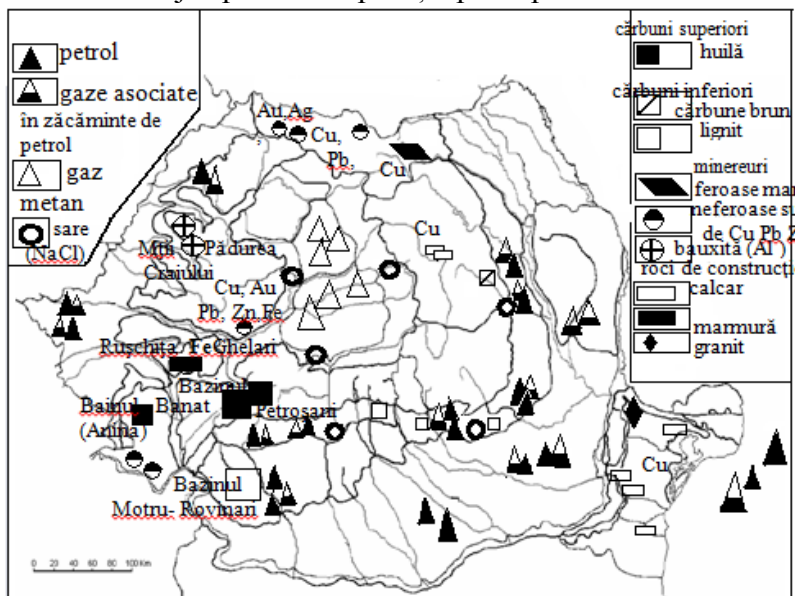


Aplicație

Utilizând harta alăturată explicați:

1. localizarea industriei termoenergetice
2. localizarea industriei siderurgice
3. localizarea industriei petrochimice
4. Existența regiunilor industriale Ruhr, Donbas, Silezia, Rotterdam, Milano-Torino, Midland
5. Indicați localizarea și valorificarea resurselor neconvenționale și un avantaj

6. Explicați de ce problema energiei și industriei energetice este o problemă a Uniunii Europene
Harta de mai jos prezintă repartiția principalelor resurse subsolice ale României.



Aplicație

indicați localizarea, adică unitatea sau unitățile de relief pentru resursele de:

- gaz metan și o industrie impusă
- petrol și o industrie impusă de gaze asociate
- huilă și o industrie impusă de lignit și o industrie impusă
- aur și minereuri neferoase și o industrie impusă
- sare și o industrie impusă

8 Localizarea rocilor de construcție

9. Localizarea celor trei combinate siderurgice

10 Localizarea combinatelor de alumina și de aluminiu

11. Indicați câte o unitate de relief cu resurse de radiație solară, energie eoliană, energie geotermală

III.4. Serviciile

III.4.1. Căile de comunicație și transporturile

Realizează legătura dintre regiunile geografice, facilitând comerțul și sunt feroviare, rutier, navale, aeriene și speciale

În Europa

Transporturile feroviare s-au dezvoltat din secolul XIX extinzându-se dinspre V spre E. Rețeaua feroviară europeană are densitate mai mare în vest datorită vechimii, cerințelor de materii prime pentru industrie și mai redusă în N pe seama climei subpolare care impune densități umane mici. Regiunile montane înalte, precum Alpii presupun investiții mai mari iar mările și strâmțorile necesită linii de ferry boat. Linii de mare viteză sunt în Franța (TGV), Germania, iar o linie leagă prin Eurotunnel, pe sub Marea Mânecii Marea Britanie de teritoriul francez.

Transporturile rutiere dispun de o rețea mai lungă decât a căilor ferate, însă dintre state se remarcă prin rețele de autostrăzi mai extinse statele dezvoltate: Germania, Franța etc.

Transporturile navale fluviale dispun de rețele de navigație întinse în vestul, centrul și estul Europei. Se distinge canalul Dunăre-Main-Rin din Germania, care leagă Marea Neagră de Marea Nordului. Dintre porturile **maritime** au profil complex: Rotterdam, Le Havre, Marsilia, Hamburg, Cunstanța. Porturi specializate sunt Odessa, Narvik ș.a.

Transporturile aeriene destinate exclusiv persoanelor și mărfurilor scumpe dispun de aeroporturi mar, precum Heathrow, Charles de Gaulle, Barajas ș.a.

Transporturile speciale se referă la liniile de transport curent electric, conductele de petrol și gaze, dar și la telecomunicații.

În România

Rețeaua de **căi ferate** are o orientare radiar-circulară, dată de direcțiile magistrelor care leagă capitala de punctele de frontieră și de traseul acestora pe văile carpatice. Punctele de frontieră sunt cu: Ucraina la Halmeu pentru căi ferate și la Siret pentru ambele sisteme, feroviar și rutier. Cu Ungaria sunt punctele Oradea (Borș rutier și Episcopia Bihorului feroviar) și Arad (Cortici pentru trenuri și Nădlac rutier). Cu Serbia legătura feroviară este la Jimbolia. Iar rutieră la Moravița. Cu Bulgaria legătura punctul Giurgiu (și feroviar și rutier) și Negru Vodă (feroviar) și Vama Veche (rutier). Iar cu Republica Moldova punctele de frontieră sunt la Ungheni (feroviar) și Albița (rutier)

Transporturile **rutiere** au o rețea mai lungă de drumuri cu aceeași orientare radiar-circulară a marilor magistrale, însă traversează regiuni mai înalte, precum transfăgărășanul și transalpină.

Porturile **fluviale** sunt: Drobeta Turnu Severin, Călărași, iar fluvio-maritime: Brăila, Galați, Tulcea, Sulina. Singurul râu interior navigabil datorită ecluzelor este Bega cu portul Timișoara. Porturile **maritime** sunt Costanța (cel mai mare de la Marea Neagră) și Mangalia.

Transporturile aeriene dispun de aeroporturi în marile orașe cu trasee naționale și internaționale.

Transporturile **speciale** cuprind linii de transport energie de la centrale la consumatori, conducte de petrol și gaze către marile orașe și combinate petrochimice.

III.4.3.Comerțul, care după teritoriu tranzitat este intern și extern. Cel din urmă diferențiază statele cu balanță comercială deficitară în care importurile depășesc valoarea exporturilor, dar și cu balanțe comerciale excedentare cu situația inversă.

III.4.3.Turismul impune Europa pe primele locuri în destinația fluxurilor mondiale, atât datorită potențialului natural valoros, a celui antropic. Turismul în forma actuală a apărut în Europa de vest odată cu industrializarea, creșterea veniturilor și timpului liber. Astfel turismul balnear estival este reprezentat de regiunile din bazinul Mediteranei (Coasta de Azur, Riviera Italiană, Costa Brava, insulele Greciei.

Turismul pentru sporturi de iarnă caracterizează mai ales țările Alpilor, Pirineilor, Carpaților, etc.

Turismul cultural este susținut de orașele muzeu ale antichității, precum Roma (Coloseum), Atena (Colina Acropole), dar și catedralele medievale și moderne (Sagrada Familia). Acestui tip de turism i se alătură turismul religios cu destinații precum Vatican și alte centre.

Turismul românesc cuprinde regiunile: carpatice (valea Prahovei), litoralul (turism estival), mănăstirile din nordul Moldovei, Oltenia și Muntenia.

Aplicație

- 1.Indicați doi factori care condiționează dezvoltarea rețelei de căi ferate în Europa
- 2.Explicați de ce Europa este considerat leagănul turismului mondial.

Unitatea IV. Mediul înconjurător și peisajele

Mediul natural, adică netransformat de om s-a restrâns spre regiunile defavorabile activităților omenești precum agricultura. Astfel de medii naturale se pot întâlni în nordul Peninsulei Scandinave, nordul Rusiei și Islanda, cu climă subpolară și vegetație de tundră. De asemenea în munții cu peste 2000m unde este un mediu periglaciatic și peste 3000m cu mediu glaciatic, adică temperaturi negative 8 luni, în primul și 12 în al doilea caz. Restul teritoriului Europei are medii transformate, adică ecosistemele forestiere au fost înlocuite de terenuri agricole, așezări, infrastructură industrială și de transport pentru satisfacerea nevoii de spațiu a unei populații în creștere numerică și a nivelului de trai. Aceeași evoluție au avut-o și mediile mediteraneene încă din antichitate, dar și cele de stepă în perioada modernă.

Unitatea V. Țările vecine României și statele membre ale Uniunii Europene - Studiu de caz

Caracterizați pe o carte o foaie folosind informațiile din fișele anterioare satele: Ucraina, Republica Moldova, Bulgaria Serbia, Ungaria, Germania, Austria, Franța, Spania, Portugalia, Italia, Grecia, precizând: așezare geografică, relief trei unități majore cu câte o caracteristică, clima, hidrografia, vegetația solurile, populația, patru orașe, agricultura 2-3 culturi și o premisă, trei resurse, două ramuri industriale sau activități economice reprezentative, potențial și regiuni turistice(premise).

Unitatea VI. Uniunea Europeană -Formare, evoluție, caracteristici

U.E. deține 45% din suprafața și 69% din populația Europei

Creată în 1951 (Comunitatea Europeană a Oțelului și Cărbunelui), țări membre fondatoare: Franța, Germania, Belgia, Olanda, Luxemburg, Italia. Redenumită prin Tratatul de la Roma (1957) în Comunitatea Economică Europeană

Valuri de aderare: 1973 (Marea Britanie, Irlanda,Danemarca),1981 (Grecia), 1986 (Spania și Portugalia),1995(Austria, Suedia, Finlanda), 2004 (Esonia, Letonia, Lituania, Polonia, Cehia, Slovacia, Ungaria, Slovenia, Malta, Cipru), 2007 (România, Bulgaria), 2013 Croația.

Codii necesare aderării: poziție geografică în Europa, economie de piață liberă, împărtășirea valorilor democrației.

Unitatea VII. România ca și parte a Uniunii Europene

Oportunitățile geografice ale României cu semnificație pt. UE:

a. România cea mai mare țară ca populație și suprafață din Europa Centrală și de SE

b. Poziția la intersecția axelor geopolitice și geostrategice care străbat continentul european:

Axa V-E care leagă UE (furnizoare de tehnologie și capital) de Rusia și Țările Asiei Centrale (furnizoare de resurse energetice, materii prime)

Axa NV-SE leagă UE de Peninsula Balcanică, Orientul Apropiat și Mijlociu(furnizare de forță de muncă și resurse energetice)

Axa mărilor Marea Caspică - Marea Neagră - Marea Mediterană aflată în centrul unui proiect energetic de achiziționare a resurselor de hidrocarburi aferente bazinului caspic, ca alternativă la zăcămintele Rusiei;

Axa fluviilor și canalelor (Dunăre – Main- Rin) sau coridorul paneuropean VII care leagă Marea Neagră de Marea Nordului.

c. Pentru NATO, din care România face parte din 2004, reprezintă un partener loial și o poziție strategică în partea de SE a Europei.

România și țările Uniunii Europene

Elementele geografice definitorii ale țării noastre realizează legături cu celelalte state ale uniunii:

- Carpații prin geneză, roci, resurse, activități economice generate aseamănă România cu statele suprapuse Alpilor;

- Dunărea realizează legătura cu statele din bazinul hidrografic și facilitează comerțul;

- Marea Neagră favorizează legăturile cu Rusia și Orientul Apropiat

Interdependențele economice

România - membru în proiectul magistralei de aprovizionare cu gaze a Europei din zona Caspicii

- resurse bogate de : terenuri arabile, fond forestier, gaze naturale, sare.

- forță de muncă disponibilă pentru statele Europei cu deficit de populație tânără

Aplicație:

1. Indicați state nemembre din Europa: de N, Centrală, Est, Sud

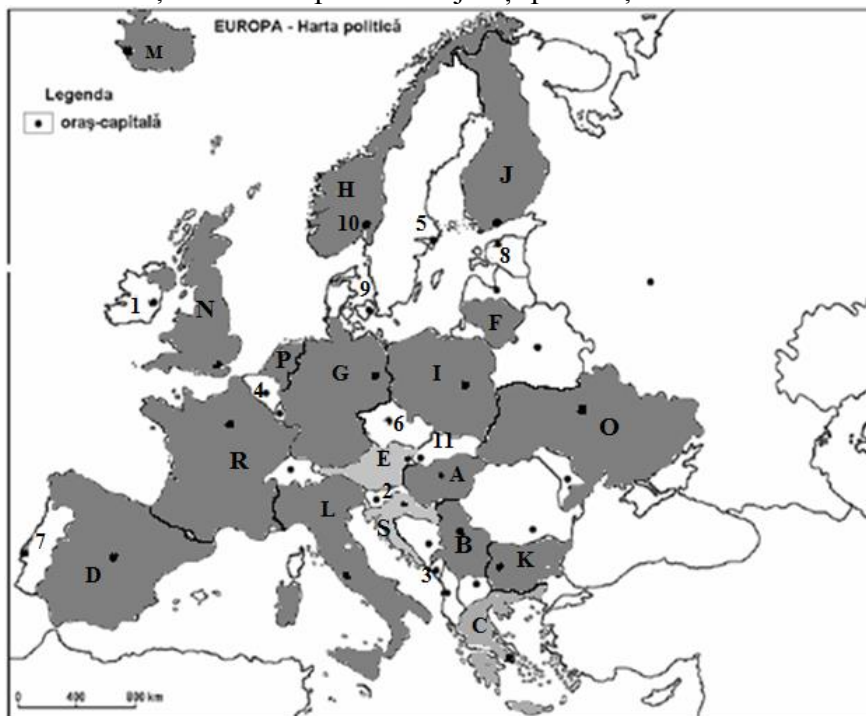
2. Anul cu cel mai mare val de aderare state și numărul de state.

3 Anul aderării României la U E și țara cu care a aderat

4. Explicați transformarea accentuată a mediilor din Europa de sud

Test- Populație. așezări , economie

I.A Analizați harta Europei de mai jos și precizați



1. Denumirile (4p) statelor:

B, E, S, P

2. Denumirile (4p) capitalelor:3,

5, 9, 4

B. Indicați litera corespunzătoare

răspunsului corect pentru

afirmațiile de mai jos:

1. Este în peninsula Iutlanda statul al cărui capitală orașul:

a. 7 b. 10 c. 9 d. 1

2. Insula Sardinia aparține statului marcat pe hartă cu litera:

a. D b. L c. C d. R

3. Este un stat membru fondator al Uniunii Europene:

a. B b. N c. G d. D

4. A aderat la UE în 2007 împreună cu România statul: a. K

b. B

c. A

d. O

5. Nu aparține UE statul marcat cu litera:

a. E

b. A

c. F

d. B

6. Canalul Dunăre-Main-Rin se află în țara:

a. A

b. E

c. G

d. P

7. Cel mai mare port al Europei, Rotterdam se află în țara: a. G

b. P

c. R

d. L

8. La Mediterana, Franța deține portul : a. Genova b. Pireu

c. Bordeaux

d. Marsilia

9. În Alpii Austriei se află stațiunea pt. sporturi de iarnă:

a. Chamonix b. Davos c. Innsbruk d. Vale de Aosta

10. Colina Acropole reprezintă o atracție turistică din țara: a. D

b. L

c. C

d. N 10p

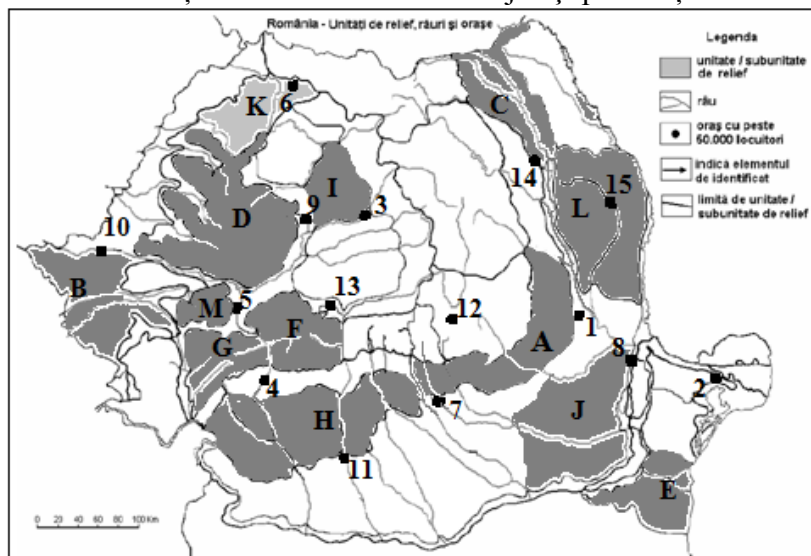
C. Explicați:

1. Două cauze pentru potențialul agricol scăzut al țării J. 5p

2. Germania are un sistem de transport diversificat și funcțional, aducând două argumente. 4p

D. I. Comparați cadrul natural al Germaniei cu cel al Franței și precizați o asemănare și două deosebiri, care se pot referi la oricare dintre caracteristicile: reliefului, climei, rețelei hidrografice, vegetației și solurilor. 6p

II. A. Analizați harta României de mai jos și precizați denumirile orașelor și localizarea (valea râului)



- 1.....
- 2.....
- 3.....
- 4.....
- 5.....
- 6.....
- 7.....
- 8.....
- 9.....
- 10.....
- 11.....
- 12.....
- 13.....
- 14.....
- 15..... 15p

B. Indicați litera corespunzătoare răspunsului corect pentru afirmațiile de mai jos:

1. Podgoria Huși se află în unitatea de relief marcată pe hartă cu litera:
 - a. F
 - b. G
 - c. E
 - d. L
2. Este o importantă regiune de cultură a cerealelor (grâнар), unitatea de relief:
 - a. D
 - b. F
 - c. B
 - d. H
3. Importante zăcăminte de gaz metan în structuri de dom se află în unitatea de relief:
 - a. C
 - b. F
 - c. I
 - d. B
4. Cea mai importantă regiune viticolă este unitatea:
 - a. D
 - b. C
 - c. F
 - d. A
5. Zăcăminte importante de ulei se află între unitățile de relief:
 - a. G-M
 - b. H-A
 - c. J-E
 - d. G-F
6. Importante minereuri auro-argintifere se exploatează din unitatea de relief:
 - a. L
 - b. E
 - c. D
 - d. H
7. Cele mai mari termocentrale din țară sunt în unitatea de relief:
 - a. J
 - b. E
 - c. H
 - d. D
8. Aluminiu metal se obține prin electroliză în centrul metalurgiei neferoase din orașul:
 - a. 8
 - b. 11
 - c. 7
 - d. 2
9. Lacul hidroenergetic Vidra se află în unitatea de relief:
 - a. H
 - b. G
 - c. D
 - d. F
10. Punctul de frontieră rutieră al orașului 10 este:
 - a. Borș
 - b. Vama Veche
 - c. Giurgiu
 - d. Nădlac

C. Explicați:

1. Potențialul agricol ridicat al României indicând trei factori și argumentați. 6p

III. A . În tabelul de mai jos sunt prezentate date statistice pentru state membre ale UE:

Statul	primar(%)	secundar(%)	terțiar(%)
Bulgaria	14,3	39,7	45,9
Grecia	20,8	23,6	55,6
Franța	4,1	27	68,9
Portugalia	11,5	32,8	55,7

Explicați ponderea populației pe cele trei sectoare de activitate din țările: Bulgaria și Portugalia. 6p

B. Caracterizați statul Germania precizând: poziția geografică, două state vecine membre UE, relief trei unități de relief și două aspecte, clima două caracteristici, hidrografia două denumiri, vegetația două aspecte, două orașe altele decât capitala, o cultură agricolă specifică, două resurse subsolice, o regiune turistică. 20p

Capitolul 4. Psihologie

I. OBIECTUL PSIHOLOGIEI

INTRODUCERE

Termenul de „psihologie” provine din cuvintele grecești „psyche”(psihic) și „logos”(știință); în mitologie, Psyche era o tânără foarte frumoasă care personifica sufletul și spiritul.

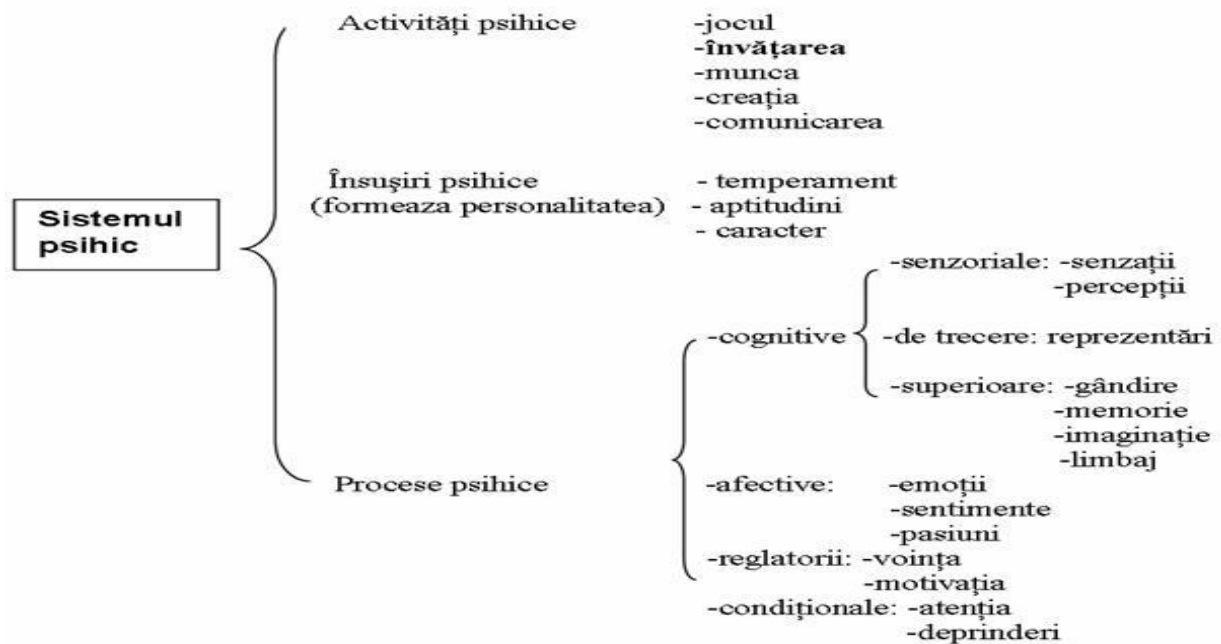
Folosirea termenului: În 1553 este utilizat de Rudolf Goelenius într-o lucrare morală; 1732 și 1734 apare și în lucrările lui Christian Wolff, *Psihologie empirică* și Psihologia raționalistă, scrise în limba latină.

Definirea psihologiei:

-știința despre suflet; - disciplina care studiază fenomene psihice (fapte externe – gesturi și fapte interne – gânduri):

Ce este psihicul?

Psihicul este asemeni unui laborator interior care, preia încontinuu informații din exterior și le prelucrează, pentru a permite ființei vii să se adapteze cât mai bine la mediul în care trăiește.



Schema 1. Componenta sistemului psihic

II. PROCESE COGNITIVE SENZORIALE

SENZAȚIILE

DEF: Senzațiile sunt procese psihice elementare ce reflecta (în forma de imagini psihice) însușiri sau trasaturi izolate ale obiectelor și fenomenelor lumii reale (în forma de imagini simple), în condițiile acțiunii directe asupra analizatorilor (în forma de imagini primare).

PERCEȚIA

Este un proces psihic cognitiv senzorial prin care cunoaștem obiectul, în totalitatea însușirilor concrete, când acesta acționează asupra organelor de simț.

Percepția este o imagine bogată în conținut și se produce AICI și ACUM. Nu putem vorbi despre percepția unui obiect în absența lui.

REPREZENTAREA

DEF: Reprezentarea este procesul psihic care reflecta unitar dar schematic însușirile concrete ale obiectelor și fenomenelor realității când acestea au încetat să mai acționeze asupra organelor de simț (în absența obiectelor). Reprezentările sunt pe de o parte, elemente ale memoriei, iar, pe de altă parte, și „material” al imaginației, deoarece sunt imagini stocate în subconștient care fac parte din memoria noastră, iar atunci când le utilizăm, ele devin material de construcție pentru imaginație. Procesul creației este de neconștient în absența reprezentărilor.

III. PROCESE PSIHICE COGNITIVE SUPERIOARE

III.1.GÂNDIREA

Este considerată drept nivelul cel mai înalt de prelucrare și integrare a informației despre lumea externă și despre noi înșine.

Orice proces de gândire presupune informații despre însușirile generale ale obiectelor și claselor de obiecte; - relațiile dintre obiecte și clase.

Def: Procesul cognitiv complex, mediat de limbaj, care prin intermediul operațiilor de abstractizare și generalizare permite cunoașterea profundă a realității (exprimată prin noțiuni, judecăți, raționamente).

****Operații fundamentale ale gândirii**

Gândirea funcționează prin operații numite <<activități mintale>>:

****Analiza**= operația fundamentală a gândirii prin care se separă mental însușirile obiectelor (ex: atunci când descriem un tablou, când facem caracterizarea unui personaj literar, a unui coleg etc.)

****Sinteza**= operația fundamentală a gândirii prin care se reunește în plan mental ceea ce s-a analizat (când spunem ceva de genul „Obiectul care are ramă, este făcut din pânză, are acuarela pe ele, prezintă imaginea unei femei este „**tablou**”)

****Comparatia**= operația fundamentală a gândirii prin care se stabilesc asemănările și deosebirile dintre lucruri (pe baza unui criteriu – ex: atunci când facem jocuri de genul „Găsiți diferențele”)

****Abstractizarea**= operația fundamentală a gândirii ce constă în **a reține pe plan mental însușirile esențiale** pentru un obiect sau fenomen, însușiri care pot să nu aibă un corespondent cu o imagine sau reprezentare concretă din lumea înconjurătoare). În urma acestei operații rezultă definițiile unui obiect sau fenomen (definiții mai personalizate sau cele științifice)

****Generalizarea**= operația fundamentală a gândirii prin care însușirile extrase cu ajutorul abstractizării sunt extinse la o întreagă clasă de obiecte și fenomene; ea identifică ce obiecte, fenomene sau grupuri de obiecte și fenomene au toate însușirile esențiale obținute cu ajutorul operației de abstractizare; **de ex**, ea spune: **toate obiectele** (indiferent de forma, marime, culoare etc.) ce folosesc scrierii, ce folosesc cerneala ca substanța consumabilă în procesul scrierii poartă numele de „**stilou**”

*****Notiunile și formarea lor**

DEF:**Notiunea** este elementul fundamental al gândirii care reflectă însușirile și relațiile esențiale ale unei clase de obiecte.

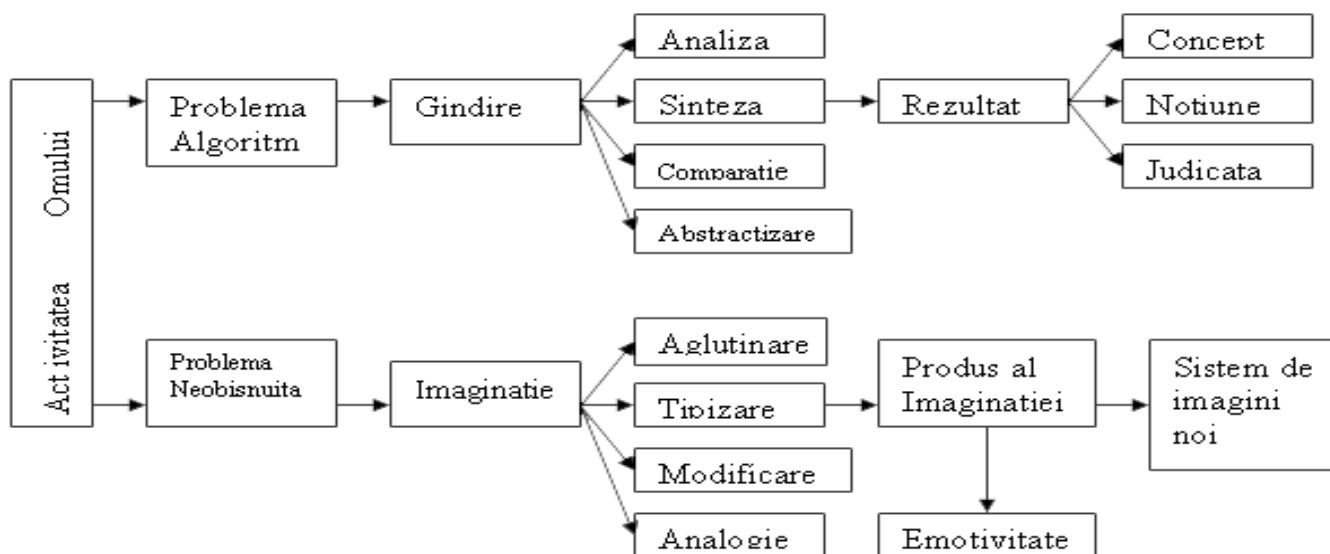
Fazele procesului rezolutiv:

1.punerea problemei= a vedea O LEGATURĂ între datele cunoscute și cele necunoscute: ce știu?, ce nu știu?, ce mi se cere? Care sunt datele ce mă pot ajuta mai mult?

2. emiterea de judecăți ipotetice= cautarea de strategii de rezolvare, din care se va alege cea mai bună

3. aplicarea metodei de rezolvare în vederea obținerii rezultatului

4. verificarea rezultatului= confirmarea sau infirmarea lui



Schema 2. Implicarea gândirii și a imaginației în activitatea omului

III.2. LIMBAJUL

DEF: LIMBAJUL este activitatea de comunicare între oameni realizată cu ajutorul limbii

COMUNICAREA= transferul de informații de la un sistem cognitiv la altul

LIMBA= un sistem foarte complex de coduri prin care oamenii comunică între ei

Diferențe dintre limba și limbaj/ vorbire

*Limba este un *fenomen social*, un *produs obiectiv* al vieții sociale, născut din nevoia oamenilor de a comunica între ei.

*Când un om se naște, el vine în contact cu o *limbă deja constituită*, pe care trebuie să o învețe.

*Limbajul este un *fenomen individual*, de natură fiziologică și psihologică.

*Când omul se naște, el vine în contact cu limba pe care se străduiește să și-o însușească. Acest proces individual de asimilare a limbii (ce presupune o achiziționare mai lentă sau mai rapidă, un vocabular mai mult sau mai puțin bogat, o structură gramaticală mai mult sau mai puțin corectă reprezintă **limbajul persoanei respective**.

Formele limbajului

• **Limbajul extern**

**Limbajul oral:

- cuprinde două procese: *vorbirea* (activitatea transmitatorului) și *audierea* (activitatea receptorului)

- uneori transmitatorul poate fi și receptor, caz în care avem de-a face cu *monologul*

- când există atât emitor, cât și transmitator, avem de-a face cu *dialog*

**Limbajul scris:

- constă în producerea semnelor grafice care redau structura fonetică a limbajului vorbit

- cuprinde două procese: *scrierea* (activitatea transmitatorului) și *citirea* (activitatea receptorului)

• **Limbajul intern** : este un limbaj pentru “noi”, sau altfel spus, comunicare pentru noi înșine

III.3. MEMORIA

DEF: Memoria este procesul psihic de întipărire, păstrare și reactualizare de informații.

Formele memoriei :

A.Memorare

***involuntară**= memorare fără să intenționăm acest lucru. Depinde de: nouțetea stimulului, intensitatea lui, interesul persoanei, natura materialului de memorat (imagini. Sunete, mirosuri etc.), starea afectivă etc.

***voluntară**= memorare pentru că ne propunem acest lucru. Depinde de: stabilirea scopului conștient, interesul persoanei, natura materialului de memorat (imagini, sunete, mirosuri etc.), starea afectivă., cunoștințele anterioare, voința, tehnicile de învățare.

***logică**= memorare materială cu înțeles, cu sens

***mecanică**= memorare materială fără logică, fără sens;

B. Păstrare: ***de lungă durată** (de la 8-10 min -> ani, toată viața)// ***de scurtă durată** (până la 8-10 min)

C. Reactualizare: ***Recunoaștere** -> sesizez un stimul (îl văd, aud, miros, gust etc.) și îmi dau seama (pe baza experienței mele anterioare) despre ce/ cine este vorba; ***Reproducere**-> reactualizez ceva “din minte”, fără ajutorul vre-unui stimul din exterior

Uitarea este un fenomen natural prin care informații neesențiale (dar și esențiale) sunt “pierdute” din memorie pentru a face loc altora noi, în procesul de adaptare a omului la viață.

III. 4. IMAGINAȚIA

DEF: Imaginația este procesul psihic cognitiv superior de elaborare a unor imagini, idei și proiecte, prin combinarea și transformarea experienței anterioare păstrate în memorie.

Caracterizare:

- este cu atât mai bună cu cât se îndepărtează mai mult de realitate (e mai nouă, mai originală)

- chiar dacă se dorește a fi cât mai îndepărtată de realitate, « materialul » construcției imaginilor noi le obține tot din realitatea păstrată în memorie ; cu experiența individului e mai bogată, cu atât și imaginația sa poate deveni mai creativă

- imaginatia e puternic influentata de emotii ; ele sunt « motorul' producerii de imagini noi

Formele imaginatiei :

***Visul din timpul noptii** : este o inlantuire de imagini dezvoltate in timpul somnului pe care omul nu le poate controla , el aparand ca un simplu spectator sau personaj al acestora

***Reveria** : reprezinta o inlantuire diurna de imagini noi cu scopul satisfacerii imaginare si fanteziste a unei dorinte ; joaca rol de descarcare emotionala

***Imaginatia reproductiva** : reprezinta o inlantuire de imagini si idei declansate de anumite descrieri verbale care « reproduc » o realitate care exista dar care nu a facut niciodat parte din experienta personala a unui individ

***Imaginatia creatoare** : reprezinta proiectari complexe si constiente ale viitorului

IV. PROCESE PSIHICE REGLATORII

IV.1. MOTIVAȚIA

DEF : Motivația reprezintă ansamblul factorilor interni care declanșează, orientează și susține energetic comportamentul uman.

Motivatia este esentiala in activitatea psihica pentru ca :

- **semnalizeaza deficituri fiziologice si psihologice** sub forma unor **nevoi** (“AM NEVOIE DE...”)

- **aceste nevoi devin cauza primara si interna a tuturor activitatilor** (fie ca se desfoara in exterior, fie ca numai in plan mental) prin care se echilibreaza aceste deficite

- **orienteaza activitatile omului spre un scop, spre un obiectiv**

- **sustine energetic toate activitatile** pana la atingerea scopurilor (ex : trebuinta de afirmare a unui elev declanseaza activitati de invatare, participare la concursuri);

DEF : TREBUINTELE sunt tensiuni psihice ce se cer a fi neapărat satisfăcute;

DEF: MOTIVELE sunt trebuințe atât de puternice încât determină, declanșează acțiunile, activitățile corespunzătoare care să le satisfacă.

DEF : INTERESELE sunt orientări selective, active și relativ stabile spre anumite domenii de activitate.- interesele sunt elaborate pe parcursul vieții și presupun prezența unor cunoștințe, activarea la maxim a proceselor psihice spre acel domeniu, trăirea de stări de plăcere dar și punerea în mișcare a unor calități ale voinței;

DEF : CONVINGERILE sunt structuri motivaționale complexe ce conțin adevăruri personale ce combină gândurile, senelementele, planurile, experiența trecută ale unei persoane și la care aceasta renunță foarte greu;.

IV.2. AFECTIVITATEA

Prin afectivitate, omul se diferențiază de roboți și de calculatoare.

DEF: Afectivitatea e procesul psihic ce reflectă nivelul de satisfacere al structurilor motivaționale ale unui individ (trebuințe, motive, interese, așteptări), de către obiectul (persoana/ evenimentul / acțiunea) ales pentru a satisface acele structuri motivaționale.

Cum ne dăm seama de trăirile afective ale unei persoane?

a) prin expresivitatea feței (mimica), a corpului (gesturi, postura), a vocii (tonalitate, ritm)

Toate aceste expresii ale corpului sunt învățate! Ele nu sunt înnăscute!

b) prin modificările organice (creșterea ritmului cardiac, inrosire/paloare, tremur etc.)

“**Detectorul de minciuni**” funcționează tocmai pe acest principiu: al gășirii acelor modificări fiziologice (transpirația pielii, schimbarea ritmului cardiac, al respirației) care sunt asociate cu emoțiile care reflectă stări de vinovăție, anxietate, teamă, etc.

Clasificarea trăirilor afective

a) **Afectele**= trăiri afective, intense și violente, cu aparitie bruscă, de f scurtă durată și desfășurare tumultoasă, foarte puțin educabile, putând scăpa de sub controlul conștient (**EX: groază, mânie, frică, spaimă, accesele de plans zgomotos, rasul in hohote etc.**)

b) **Emotiile** =trairi afective ce apar intr-o anumita situatie concreta, fiind declansate de caracteristicile unui obiect, persoane sau de derularea unei activitati; sunt de scurta durata, cu intensitate moderata si sunt invatate in societate (**EX: bucuria, tristetea, simpatia, antipatia, entuziasmul, admiratia, dispretul, speranta, placerea, dezgustul etc.**)

c)**Dispozițiile**= trairi afective ce apar aparent fara un motiv anume (de aceea sunt resimtite ca niste stari vagi, greu de definit) si care au o relativa durabilitate. (De ex, cand spunem despre cineva ca "s-a trezit cu fața la cearșaf" de fapt spunem ca este intr-o stare proasta si ca nu ne dam seama de ce anume e asa; motivul exista si poate fi gasit de persoana in cauza daca doreste; daca nu, el ramane cu acea stare difuza negativa care, daca persista mai mult timp, se poate transforma in trasatura de caracter: **firi mohorate, morocanoase, plictisite, optimiste, vesele, entuziaste etc.**)

d)**Sentimentele**=trairi afective de lunga durata, complexe (ele sunt asociate unor convingeri, rationamente, trebuinte etc.), invatate social si care au o mare stabilitate in viata individului (**EX: dragostea, ura, invidia, gelozia, admiratia, indoiala, recunostinta, patriotismul, datoria etc.**)

e)**Pasiunile**= sunt sentimente puternice si stabile orientate spre anumite domenii de interes ale persoanei si care antreneaza intreaga fiinta; daca domeniile de interes sunt distructive sau autodistructive, pasiunile sunt numite **patimi (avaritia, fanatismul, gelozia morbida, jocurile de noroc etc.)**

IV.3. VOINȚA

DEF: Voința reprezintă procesul psihic care selectează și stabilește acel scop care aduce persoanei beneficii pe termen lung/ mediu mobilizând în același timp toate procesele psihice în vederea atingerii scopului vizat.

Etapele actului voluntar: **1.** Actualizarea unor motive, apariția intenției sau impulsului- se poate porni de la o trebuință internă sau o solicitare externă, o cerință, un imbold, nevoi, dorințe care cer a fi satisfăcute('VREAU'); **2.** Analiza și lupta motivelor- analizarea avantajelor și dezavantajelor cu privire la alegerea unui motiv sau altul; **3.** Luarea hotărârii realizată în urma deliberării care face posibilă elaborarea planului de acțiune. Presupune alegerea unui motiv și respingerea sau amânarea celorlalte, stabilindu-se, eventual, ordinea realizării lor, **4.** punerea in aplicare a hotararilor.

Calitățile voinței: 1. Perseverența constă în mentinerea timp indelungat a efortului. Opusul ei este incapatanarea care presupune urmarirea unui scop chiar si atunci cand este clar ca imprejurarile nu ofera nicio sansa de reusita.

Exemplu: *Un licean hotărăște că este bine să nu se mai lase sustras de la treburile sale; și-a dat seama că pierde mult în discuțiile cu prietenii. În timp ce invata ii suna telefonul. Un coleg il invita in oras. „Invat , nu pot sa vin!”. Suna din nou, alt prieten din grup. „Invat , nu pot sa vin!”. Daca nu va intrerupe invatatura in ciuda oricaror insistente, spunem ca a depasit obstacolul si ca este perseverent.* **2. Fermitatea** sau taria vointei este capacitatea de a suporta dificultatile, opiniile contrare, severitatea criticii , pentru a-ti mentine hotararea luata. Opusul ei este slabiciunea vointei care inseamna imposibilitatea de a realiza efortul cerut. **3. Curajul** implica infruntarea riscurilor intr-o maniera lucida si asumata; este obtinut in urma experientelor anterioara si de increderea in fortele proprii. **3. Independenta** exprima gradul de autodeterminare si originalitatea liniei proprii de conduita. Opusul ei este sugestibilitatea- adoptarea necritica a influentelor exterioare. **4. Promptitudinea deciziei** consta in rapiditatea cu care omul delibereaza. Opusul ei este nehotararea (insusire negativa) care se manifesta casoscilatii indelungate si nejustificate intre motive, scopuri, mijloace etc. cu amanarea deciziei.

IV.4. ATENȚIA

DEF : Atenția este procesul psihofiziologic ce constă în concentrarea, la un moment dat, a activității de cunoaștere asupra a ceva (numit obiectul atenției).

FORMELE ATENȚIEI

Atenția involuntară= suntem atenți fără să ne propunem acest lucru

Atenția involuntară= suntem atenți fiindcă ne propunem acest lucru

Atenția orientată spre exterior = obiectul atenției este în afara persoanei atente

Atenția orientată spre interior = obiectul atentiei este in interiorul persoanei atente (un gand, o idee, un seniment , o amintire, un plan)

CALITĂȚILE ATENȚIEI

Concentrarea atenției = consta in rezistenta la influenta factorilor perturbatori si sesizarea obiectului ateniei in toate detaliile sale

Stabilitatea atenției = constă in mentinerea atentiei asupra aceluiasi obiect cat mai mult timp

Mobilitatea atenției = constă in proprietatea atentiei de de a se muta intentionat de la activitate la alta cand se impune sa te concentrezi la altceva

Distributivitatea atenției = constă în menținerea atenției asupra a două activități simple în același timp.

V.1. PERSONALITATEA

DEF: Personalitatea reprezintă sistemul însușirilor stabile și specifice unei ființe umane concrete care își pun amprenta decisiv asupra manifestărilor psiho-comportamentale ale acesteia. Fiecare individ are particularitățile sale intelectuale, afective și cognitive (cu referire la voință, la temperament), al căror ansamblu organizat determină personalitatea. Fiecare om este totodată asemănător cu ceilalți membri ai grupului și diferit de ei prin amprenta unică a trăirilor sale.

V.2. TEMPERAMENTUL

Personalitatea umană se structurează în jurul unor caracteristici dominante, atât innăscute cât și dobândite. Atunci când ne referim la cele preponderent ereditare vorbim despre *temperament*, iar când ne referim la cele construite socio-cultural vorbim despre *caracter*.

Definiție : *Temperamentul este dimensiunea dinamico-energetică a personalității care se exprimă cel mai pregnant în conduită / comportament.*

Temperamentul este innăscut. El nu se schimbă în mod radical în timpul vieții și este *fondul biotipologic* (structura somatică, sistemul nervos, resurse energetice) de la care se pornesc elaborarea caracterului. Trăsăturile temperamentale se pot manifesta în conduita individului de la vârste fragede. Ele au *au insă un caracter potential*, ceea ce le permite să se manifeste activ sau să se afle într-o stare latentă în dependență de anumite condiții sociale.

Dacă dorim să determinăm *trăsăturile temperamentale* prin observarea unei persoane, trebuie să dispunem de *suficiente fapte de conduită și de situații dintre cele mai diferite* (situații obișnuite, dar și situații critice) pentru a face o generalizare de genul : “X este o persoană calmă, liniștită”, “Y este o persoană impulsivă, agitată”

Fiecare temperament prezintă în egală măsură potențiale calități, dar și defecte. Tipurile temperamentale sunt neutre din punct de vedere valoric, în cadrul aceluiași temperament putând exista deopotrivă geniali și debili mintali, criminali sau sfinți.

Tipurile de temperament se întâlnesc în formă “pură” destul de rar. De obicei, se poate vorbi doar despre predominarea unuia sau altuia din ele la un individ.

Trăsăturile de temperament sunt educabile. Astfel, pot fi modelate aspectele negative prin voință, exercițiu,

mijloace educaționale, dar nu pot fi schimbate radical.

Există mecanisme de compensare învățate în timpul vieții care pot constitui indici falși asupra temperamentului unei persoane. (de exemplu, există persoane care prezintă caracteristicile temperamentului melancolic, dar care să ascundă în realitate un temperament coleric.)

Tipologii și portrete temperamentale

Tipologia lui Hippocrate

Colericul este o persoană energică, neliniștită, uneori impulsivă; își risipește energia și este inegal în manifestări; oscilează rapid între entuziasm și decepție, cu tendința de exagerare în tot ceea ce face; foarte expresivă, ușor “de citit”, gândurile și emoțiile i se succed cu repeziciune.

Sangvinicul se caracterizează prin ritmicitate și echilibru, are în general o bună dispoziție, se adaptează ușor și economic la orice situație. *Trece cu ușurință peste nesiguranțe sau decepții sentimentale și stabilește ușor contacte cu alte persoane.* Uneori marea lor mobilitate se apropie de nestatornicie, periclitând surabilitatea în acțiuni și relații.

Flegmaticul este o persoană imperturbabilă, inexpresivă și lentă, calmă, *cugetată în tot ceea ce face, pare a dispune de o răbdare fără margini.* Este puțin comunicativă, greu adaptabilă la schimbările bruște, poate obține performanțe deosebite în muncile de lungă durată.

Melancolicul este la fel de lent și inexpresiv ca flegmaticul, dar îi lipsește forța și vigoarea acestuia; el este puțin rezistent la eforturi îndelungate și este emotiv și sensibil, are o viață interioară agitată datorită unor exigențe față de sine și a unei încrederi reduse în forțele proprii.

Tipologia lui Jung și Eysenck

Psihiatru elvețian Carl Jung a constatat, pe baza unei impresionante experiențe clinice, că, în unii oameni sunt *orientați predominant spre lumea externă* și intra în categoria **EXTROVERTITILOR**, în timp ce alții sunt *orientați predominant spre lumea interioară* și aparțin categoriei **INTROVERTITILOR**.

Extrovertitii sunt firi deschise, sociabili, comunicativi, optimisti, senini, binevoitori, se inteleg sau se cearta cu cei din jur, dar raman in relatii cu ei.

Introvertitii sunt firi inchise, greu de patruns, timizi, putini comunicativi, inclinati spre reverie si greu adaptabili.

Psihologul englez Hans Eysenck reia aceasta distinctie a lui Jung, amplificand cazuistica probatorie, dar adauga o noua dimensiune numita **grad de nevrozism**. Aceasta exprima stabilitatea sau instabilitatea emotionala a subiectului.

Eysenck a reprezentat cele doua dimensiuni pe doua axe perpendiculare, obtinand tipurile extrovertit – stabil (sangvinic), extrovertit – instabil (coleric), introvertit – stabil (flegmatic) si introvertit – instabil (melancholic), pe care le-a asociat cu cele patru temperament clasice.

V.3.APTITUDINILE

Definind aptitudinile cuiva, raspundem la intrebarea: *ce poate face omul respectiv in general si in mod special?*

Oamenii se deosebesc intre ei dupa posibilitatile lor de actiune. Actiunile (practice, intelectuale, artistice, sportive etc.) sunt executate de diversi indivizi la diverse niveluri calitative, cu o eficienta mai mare sau mai mica, uneori foarte redusa. Desigur toti oamenii normali pot executa diverse si nenumarate activitati. Intereseaza insa calitatea. Toti pot sa cante, dar unii sunt deplorabili, iar alții starnesc admiratie si impresioneaza. De unde si calificările fixate in limba de „apt pentru ...” sau „inapt pentru ...”, prelungite prin termenii de aptitudine, inaptitudine sau capacitate, incapacitate, iar referitor la zestrea ereditara: dotat, nedotat.

Dupa structura si gradul lor de complexitate:

1. Aptitudini simple – se refera la o serie de însușiri dezvoltate peste medie, care permit desfășurarea cu un randament sporit a unor activități. Exemplu: sensibilitate kinestezică, acuitate vizuală, distribuția atenției, discriminarea culorilor etc.

2. Aptitudini complexe – rezultă din îmbinarea și organizarea specifică a unor aptitudini simple și nu doar din însumarea acestora.

Dupa specificul activității solicitante:

1. Aptitudini speciale – sunt necesare pentru desfășurarea anumitor activități cu ahitectonică operațional-funcțională specifică. Exemplu: aptitudini tehnice, științifice, matematice, artistice, sportive, literare etc.

2. Aptitudini generale – sunt cele care participă și ajută la desfășurarea cu succes a mai multor forme de activitate. Exemplu: inteligența, spiritul de observație etc.

- Factorii ereditari nu au rol de determinare, ci de condiționare a aptitudinilor, iar acestea se referă la ansamblul de dispoziții sau predispoziții, cum ar fi: particularități morfofuncționale ale organelor de simț, tipul de sistem nervos, particularități ale aparatului fonator, particularități ale sistemului osteomuscular, etc.

- Factorii de mediu – educaționali sunt factorii de determinare a aptitudinilor. Un rol important îl are activitatea susținută, al angajării personalității pe linia activității creatoare.

V.4. CARACTERUL

Determinând caracterul unei persoane, raspundem la intrebarea: *ce reprezintă omul ca membru al societății, cum se comportă în viața socială ?*

Caracterul se refera la acele trasaturi care descriu modul de a fi, de a se comporta, atitudinile, convingerile, profilul moral al unei persoane.

Formarea caracterului: Caracterul se formează pe parcursul vieții sub influența unui șir de factori și se modifică în procesul integrării subiectului în societate. Copilul se naște cu un anumit tip de activitatea nervoasă superioară care constituie predispoziția naturală de dezvoltare a anumitor trăsături caracteriale. Un rol deosebit în formarea caracterului îl au: familia, societatea, instituțiile educaționale, activitatea pe care o practică subiectul și autoeducația. Din fragedă copilărie rolul conducător în formarea caracterului îi revine **familiei**. Trăsăturile caracteriale se cultivă sub influența sistemului de valori moral-spirituale din familie.

Toti oamenii au caracter, insa orientat valoric pe un continuum, de la pozitiv la negativ intr-o maniera diferita. La formarea și afirmarea caracterului participă judecățile de valoare (ce e bun și ce e rău), iar pentru felul cum se comportă este apreciat corespunzător (cinstit sau necinstit, sincer sau fățarnic,

mincinos etc.). **Temperament-caracter:** Caracterul este apreciat după *calități caracteriale*, cum sunt: omenia, bunătatea, hărnicia, sinceritatea etc., iar acestea nu depind de temperament. Temperamentul este innascut, in schimb ce caracterul este dobandit; temperamentul isi pune amprenta asupra modului in care trasaturile de caracter se manifesta in comportament.

Atitudini-caracter: Între caracter și atitudini distincția este și mai pregnantă. După modul cum el se raportează la activitate (atitudine favorabilă sau nu, hărnicie sau delăsare, conștiinciozitate sau neglijență) apreciem una sau alta din trăsăturile de caracter.

Atitudinea, ca trăsătură de caracter, nu poate fi determinată doar după o manifestare singulară. Nu poți spune despre un tânăr că este mincinos, bătaș doar pentru că în viața lui a mințit de câteva ori și a participat în anume împrejurări la o încăierare. Este necesar să se urmărească mai multe situații din viața acelui tânăr, să se vadă dacă minciuna și agresivitatea sunt o regulă pentru el, un nărav de care cu greu se poate descotorosi.

Caracter- aptitudini: in timp ce aptitudinea este un sistem operational eficient care se investește in activitate și care se evalueaza dupa rezultatele obtinute, caracterul se refera la atitudinea fata de diferite laturi ale

realitatii, inclusiv activitatea proprie; intre aptitudini și trasaturile de caracter pot exista relatii discordante sau concordante, discordanta (de obicei prezenta unor trasaturi de caracter negative) conducand la franarea posibilitatilor de dezvoltare.

Structura caracterului: Structura caracterului poate fi studiata prin analiza sistemului de atitudini, acestea

dupa domeniul care conditioneaza formarea lor si domeniul in care se manifesta fiind: **1. Atitudini fata de ceilalti oameni:** La un pol pozitiv pot fi amintite atitudini precum: omenia, altruismul, recunoasterea valorii celorlalti, loialitatea, omenia etc., iar la un pol negativ intoleranta, invidia, egoismul etc. **2. Atitudinea fata de sine:** unui echilibru in modalitatile afirmarii de sine. La un pol pozitiv pot fi enumerate atitudini precum: increderea in fortele proprii,

modestia, demnitatea, iar la cel negativ, desconsiderarea de sine, orgoliul, autoumilitarea etc. **3. Atitudinea fata de munca:** Spiritul de initiativa, sarguinta, harnicia etc. se plaseaza la un **pol pozitiv**, in timp ce lenia, indolenta, nepasarea etc. sunt situate la un **pol negativ**.

V.5. CREATIVITATEA

Def: Creativitatea se definește ca un complex de însușiri și aptitudini care, în condiții favorabile, generează produse noi și de valoare pentru societate.

Factorii psihologici implicați în procesul creației se pot împărți în factori intelectuali și non-intelectuali: **A. Factorii intelectuali:** factorii de fluentă (fluența verbală, asociațională, ideatională, expresională) flexibilitatea gândirii, originalitatea (ingeniozitatea, raritatea produsului), inteligența (nu există întotdeauna un raport direct proporțional între creativitate și inteligența, pot fi persoane cu un IQ ridicat dar care nu sunt deloc creative și productive, și invers).

B. Factorii non-intelectuali: aptitudinali, motivaționali atitudinali și temperamental. Este nevoie să existe o motivație intrinsecă, dorința interioară de a realiza ceva inedit, din plăcere, să existe o atitudine pozitivă, creativă, care la rândul ei conduce la dezvoltarea aptitudinilor.

Niveluri ale creativității: **1. Creativitatea expresivă** (exprimare liberă, spontană a persoanei) mimica, gesticulație, vorbire, desenele copiilor mici) fără a fi preocupată de obținerea unor produse unice, valoroase.

2. Creativitatea productivă: orientată spre obținerea unor produse noi, inovative. **3. Creativitatea inventivă** (se caracterizează printr-un nivel de originalitate, astfel încât produsele obținute transformă fundamental domeniul pe care se manifestă) **4. Creativitatea inovatoare** (se accentuează gradul de originalitate, elementele obținute fiind, de asemenea, noi, dar nouă este obținută prin combinarea și recombinația unor elemente deja cunoscute); **5. Creativitatea emergentă** (nivelul de originalitate este atât de ridicat încât determină modificări revoluționare ale unui domeniu, presupunând o restructurare a unui domeniu).

G. Wallas a delimitat următoarele **faze ale procesului creativ:** **faza pregătitoare**, care constă în informare, documentare și experimentare, fiind o fază obligatorie a actului creator, constând în lungă durată; **faza incubatiei** (gestația, germinatia), care se desfășoară la nivel subconștient sau chiar inconștient, fiind etapa în care ideile se structurează într-o manieră nouă; **faza "iluminării"**, unde este vorba de apariția în conștiința a soluției, ceea ce se poate produce după o activitate intensă, dar și după pauze îndelungate

sau chiar in somn-. Sunt reacții de genul : « AHA ! Asta era ! », care **pot apărea uneori după eforturi intense, alteori brusc fără legătură directă cu ceea ce făcea persoana** (se plimba, citea o carte)..

De asemenea, iluminarea, poate să apară chiar în timpul somnului; **faza verificării**, respectiv faza în care se realizează elaborarea finală a soluției în scopul comunicării sale. Procesul de creație nu urmează un tipar unic, existând o mare varietate de modalități de realizare a unui produs nou și valoros pentru societate, de fiecare dată fiind evidentă amprenta personalității creatoare.

V.6. ETAPE ÎN DEZVOLTAREA PERSONALITĂȚII

Factorii fundamentali ai dezvoltării psihice, ai formării personalității: principalii factori ai dezvoltării: Factori ai dezvoltării :

1.Ereditatea – apare ca un complex de predispoziții și potențialități

- constituie premisa biologică a dezvoltării

2.Mediul - totalitatea elementelor cu care individul interacționează - elementele mediului natural -elementele mediului social

3.Educația – activitate specializată specific umană, care mijlocește și susține în mod conștient dezvoltarea

Stadiile dezvoltării în funcție de vârstă:

• 0-1 ani: perioada infantilă; 1-3 ani: prima copilărie; 3-6-7 ani: perioada preșcolară; 6/7-11/11 ani: vârsta școlară mică; 10/11-14/15ani: preadolescența; 14/15-18/19ani : adolescența; 19/20-30 ani: tinerețea; 30-55/60ani: vârsta adultă; Peste 60 de ani: bătrânețea.

Specificul persoanelor aflate în fiecare stadiu de dezvoltare:

Vârstele mici:

- dezvoltare fizică intensivă; *Atenția* trece de la forma involuntară la cea voluntară; *Memoria* dovedește o mare plasticitate și receptivitate; *Gândirea* este caracterizată de egocentrism; *Procesele afective* caracterizează prin simțiri, trăiri vii și puternice. principală forma de activitate: *jocul*; *spiritul de imitație*; *însușirea strategiilor de învățare*, fiind conștientizate treptat rolul atenției și al repetiției.

Preadolescența: transformări anatomo-fiziologice; dezvoltarea organelor interne; transformări endocrine; dezvoltare sexuală; aspecte în dezvoltarea proceselor cognitive; instabilitate emoțională; dezvoltarea morală: moralitatea constrângerii la moralitatea cooperării.

Adolescența: încetinire a dezvoltării; perfecționarea proceselor cognitive; autonomie și originalitate; criza de identitate; Caracterul rămâne instabil și oscilant.

Tinerețea: perfecționare fizică și psihică; procesele psihice cognitive: *Atenția*- puternic stabilă și voluntară, *Memoria*- preponderent logică, *Imaginația*- are calități realist-științifice, *Gândirea*- abstractă și logică

procesele afective se îmbină armonios cu actele raționale, logice, fiind condiționate social.

-motivația și motivele: legate de mobilurile interioare superioare (dragostea de adevăr, spiritul de dreptate); stimulare determinată de mobiluri exterioare (recompense morale și materiale)

-profilul caracterial este conturat, trăsături specifice vârstei: *spirit critic*, *spirit de afirmare*, *dorința de a fi respectat*, *dorința de a fi luat în seamă*, *spirit de independență*, *de inițiative constructive realist și de creație*.

Maturitatea:

• Biofiziologic: reprezintă definitivarea procesului de creștere și structurare funcțională a organismului;

• Psihic: ca maturitate intelectuală, prin structurarea mecanismelor cognitive și ca maturitate afectivă, emoțională;

• Social: ca adaptare la condițiile vieții și activității sociale; ca implicare responsabilă în problemele comunității.-amprenta profesională,-învățarea permanentă-aptitudinile și deprinderile se dezvoltă la maxim, acumulându-se o experiență de viață- accent pe relațiile interpersonale și angajarea socială.

Bătrânețea:

-scădere a aptitudinilor senzorio-motorii

- atenția și memoria de scurtă durată sunt afectate - *reminiscență*: sunt amintite evenimente ce păreau uitate

-scăderea motivației pentru cunoaștere, apariția delăsării și instaurarea unei stări apatice.

- restructurarea întregului sistem de relații interpersonale

-sprijin pentru familie, în îngrijirea și educarea nepoților.

- teama în fața morții.

TESTAREA CUNOȘTINTELOR – nr.4

1. Având în vedere caracteristicile fiecărei etape de vârstă în parte, prezentați cum pot interveni cei trei factori în dezvoltarea armonioasă a personalității.
2. **În ce perioadă a vieții se poate situa începutul constituirii personalității ?**
 - a – în primele etape ale dezvoltării individului în mediu social.
 - b – în perioada adolescenței.
 - c – în perioada maturității.
3. **Ce enunț este incorect ?**
 - a – Omul nu este doar un produs al istoriei ci și un creator al ei.
 - b – Personalitatea nu este unica, pot exista două persoane cu aceeași personalitate
 - c – Personalitatea este unică întrucât fiecare om are o ereditate unică și parcurge un drum
4. Putem spune despre o persoană ca nu are personalitate? Argumentați.
5. Care este tipul tău temperamental predominant? Argumentează.

VI.1. RELATIILE INTERPERSONALE

Omul este o ființă socială care nu poate trăi singur, izolat de ceilalți oameni. Este în natura noastră ca oameni să interacționăm cu ceilalți, și să stabilim relații cu cei din jurul nostru.

Relațiile interpersonale sunt legături psihologice, conștiente și directe între oameni.

Este o **legătura psihologică** deoarece se stabilesc între două surse psihice, ambele venind cu toată gama funcțiilor, însușirilor, starilor și trairilor psihice, la realizarea actului respectiv participă întreaga personalitate a individului și nu doar o parte.

Este o **legătură conștientă** deoarece este nevoie ca oamenii să fie conștienți atunci când se implică într-o astfel de relație, mai exact, să își dea seama unii de alții, de existența, nevoie și însușirile lor, de scopul raporturilor care se stabilesc între ei.

Este o **legătura directă** deoarece este necesar ca cei doi actori ai relației interpersonale să aibă un contact de tipul „fața în față”. Acest criteriu face distincția între relațiile mediate (prin intermediul telefonului, internetului) și relațiile interpersonale. Este necesară existența concomitentă a celor trei caracteristici, lipsa uneia dintre ele determină existența unei interacțiuni, a unor relații interumane sau interindividuale, dar nu și interpersonale.

Relațiile interpersonale au un **caracter etic, moral** deoarece omul urmărește prin intermediul lor realizarea binelui sau raului, în raport cu sine, fie în raport cu alții. Astfel, comportamentul omului devine fie pozitiv, fie negativ, acceptat sau respins din punct de vedere social.

Caracterul formativ este dat de faptul că oamenii prin raportarea și compararea cu alții, reușesc să își conștientizeze posibilitățile și limitele, partile tari, slabe, etc.

Tipuri de relații interpersonale: din punct de vedere al nevoilor și trebuințelor psihologice resimțite de oameni: - nevoia de **a cunoaște- relații de intercunoaștere** (cu cât o persoană cunoaște cât mai multe despre cealaltă persoană, cu atât relațiile se vor desfășura mai ușor; când informațiile sunt limitate se pot dezvolta suspiciuni, incertitudini. O altă trebuință pe care o resimt oamenii atunci când intră în relație unii cu alții este aceea de a se **informa** reciproc: **relații de intercomunicare**. În comunicarea interumană, deosebit de importante sunt: natura mesajelor transmise și recepționate (verbale sau non-verbale), conținutul lor. Pot exista fenomene de perturbare a mesajului transmis: blocajul (imposibilitatea de a comunica), bruiatul (cauzat de zgomote, galagie) și distorsiunea neinformată a mesajului (ex: „telefonul fără fir”).

O altă nevoie pe care o resimt oamenii este aceea de a se simți agreați de ceilalți, de a se simți bine în compania lor, de a li se împărtăși emoțiile și sentimentele. -relații afectiv-simpatetice (relații de simpatie sau atipatie între oameni)

Alte tipuri de relații: de cooperare, de competiție, de conflict, de acomodare (când partenerii se obișnuiesc unii cu alții), de stratificare (ierarhizare: sef-angajat), de alienare (echivalentă cu fuga, îndepărtarea de celălalt, ruperea relațiilor).

Activități de învățare:

1. Dați exemple de fenomene de perturbare a comunicării. Ce efecte pot avea acestea asupra ta sau a celor din jur?

2. Analizati comparativ relatiile de cooperare, relatiile competitive si relatiile conflictuale. Va puteti raporta la relatiile din clasa voastra sau la cele din grupul vostru de prieteni.

VI.2.IMAGINEA DE SINE

Imaginea de sine este reprezentarea mentala a propriei persoane, o structura organizata de cunostinte despre sine ('cine sunt eu', 'ce pot face eu').

Cele trei aspecte ale eului:

- **eul material**: constituit din corpul persoanei dar și din îmbrăcămintea, casa și celelalte posesiuni ale ei;
- **eul social**: constituit din totalitatea impresiilor pe care individul le face asupra celorlalți;
- **eul spiritual** se referă la capacitatea noastră de auto-reflecție, la experiențele noastre interioare, la valorile și idealurile care reprezintă aspecte relativ stabile ale existenței noastre.

Componentele eului:

- **Componenta cognitivă** - *conceptul de sine*: reprezintă totalitatea percepțiilor și cunoștințelor pe care oamenii le au despre calitățile și caracteristicile lor;
- **Componenta evaluativ-motivațională** – *stima de sine*: autoevaluările pozitive sau negative ale persoanei;
- **Componenta comportamentală** – *auto-prezentarea*: strategiile pe care le folosește individul pentru a modela impresiile celorlalți despre el.

Formarea eului se realizează prin mai multe procese:

❖ **Socializarea** este procesul prin care o persoană învață modul de viață al societății în care trăiește și își dezvoltă capacitățile de a funcționa ca un individ și ca membru al unor grupuri.

❖ **Compararea socială** – eul nu este o realitate fizică, ci o realitate care se construiește în mintea fiecăruia dintre noi.

❖ **Percepția de sine** - pentru a ajunge la o bună cunoaștere de sine trebuie să acționăm, să ne implicăm în evenimente și să ne observăm comportamentul propriu.

Stima de sine - componenta evaluativa a eului, care se refera la autoevaluarile pozitive sau negative ale persoanei. Atunci cand individul are o buna impresie despre sine, se respecta, se accepta si se evalueaza pozitiv, spunem ca are o stima de sine inalta, pozitiva. Daca o persoana se depreciaza si se evalueaza negativ, spunem ca are o stima de sine slaba. Indivizii cu stima de sine pozitiva sunt mai adaptati, mai fericiti si au de obicei relatii bune cu ceilalti.

Perceptia sociala asupra imaginii de sine

Perceptia sociala asociata imaginii de sine se refera la ceea ce gandesc ceilalti despre noi (cum aratam, ne comportam, cum suntem). Ea trebuie analizata din doua perspective: al celuilalt despre eu (ca reper pasiv sau activ) si al eului despre parerea celuilalt (influenta parerii celuilalt asupra eului depinde de: gradul de dependenta, categoria profesionala, nivelul de educatie, categoria profesionala).

Activitati de invatare

1. Notati pe o foaie "Eu sunt.." dupa care continuati cu cat mai multe caracteristici personale, trecand prin cele trei dimensiuni ale eului: fizic, social si spiritual. Dupa ce terminati aceasta prima sarcina, realizati o descriere a colegului de banca in aceeasi maniera. Faceti schimb de fise si comparati descrierea facuta de colegul/a de banca cu cea proprie. Ce observati? Sunt aspecte comune? Dar noi?

Data:

VI.3.COMPORTAMENTE PRO SI ANTISOCIALE

A. Comportamentul prosocial

Definiție. *Comportamentele prosociale* sunt comportamente intenționate, realizate în afara obligațiilor profesionale și orientate spre conservarea și promovarea valorilor sociale.

Teorii ale comportamentului prosocial

1.**perspectiva biologică** spune că oamenii au o predispoziție biologică de a-i ajuta pe alții care suferă. Deci comportamentul de ajutorare este înnăscut.

2.**învățarea socială** a fost susținută de cercetările efectuate pe copii care concluzionează că:

- indivizii pot învăța un comportament dacă-l văd la o persoană care joacă rolul de *model*. Comportamentul nu este imitat mecanic ci se bazează pe analiza comportamentului și a urmărilor acestuia.

- folosirea recompenselor întărește comportamentul și determină persoana să-l repete.

Deci comportamentul este învățat social.

3. **empatia** este capacitatea de a sesiza trăirile altora, de a ne identifica emoțional și cognitiv cu o altă persoană. Empatia este în multe cazuri principala motivație a comportamentului de ajutorare pentru că indivizii răspund în mod empatic la suferința altora.

Forme ale comportamentelor prosoziale:

a. **cooperarea** este un tip de comportament prosocial prin care persoanele își unesc priceperea și forțele pentru a rezolva împreună o sarcină. Cooperăm uneori chiar dacă persoanele cu care lucrăm nu ne sunt foarte simpatice.

b. **sprijinul** acordat celorlalți atunci când situația o cere este un alt comportament pozitiv. Această situație presupune faptul că acela care acordă sprijin are disponibilități mai mari decât cel care le primește.

c. **toleranța** reprezintă o caracteristică a comportamentului nostru manifestată atunci când alegem în nod deliberat să nu interzicem sau să nu împiedicăm comportamentul altei persoane, chiar dacă noi îl dezaprobăm și am avea puțința să-l influențăm.

B. Comportamentul antisocial

Definiție. *Comportamentele antisociale* sunt cele care sfidează ordinea socială convenită, contrariază prin neluarea în seama a normelor și a instituțiilor sociale.

Agresivitatea este o formă distructivă de comportament care se concretizează în producerea unor daune pe plan material sau uman.

Teorii asupra comportamentului antisocial

1. **perspectiva biologică** consideră agresivitatea o tendință înnăscută de acțiune, fiind astfel un instinct. Instinctul este un model predeterminat de răspunsuri la stimulii din mediu, răspunsuri ce sunt controlate genetic.

2. explicații sociale și bio-sociale

a. *frustrare și agresivitate* – orice frustrare duce la agresivitate și orice comportament agresiv are la bază o frustrare.

Frustrarea este orice eveniment care interferează cu atingerea scopurilor (ex. vrei să iei o notă mare la teză dar nu reușești să scrii tot pentru că nu mai ai timp).

Frustrarea poate produce furie, ostilitate și comportament agresiv.

b. *învățare socială* – comportamentul agresiv este învățat de la modele fie direct (prin recompense), fie indirect (observă alte persoane recompensate pentru comportamente agresive).

Bibliografie

1. Edward E. Smith Barbara L. Fredrickson Susan Nolen-Hoeksema Geoffrey R. Loftus, (2005), *Introducere în psihologie*, Editura Tehnica, București;
2. Mielu Zlate, Tincea Crețu, Nicolaie Mitrofan, Mihai Aniței, (2005), *Manual de psihologie*, Editura Aramis;
3. Elena Lupșa, Victor Bratu, (2005), *Manual de psihologie*, Editura Corvin, Deva;
4. Mielu Zlate, (2000), *Introducere în psihologie*, Editura Polirom, Iași;
5. Larousse Pierre, (2006), *Marele dicționar al psihologiei*, Editura Trei, București;

Capitolul 5. Logică

PROGRAMA DE EXAMEN PENTRU DISCIPLINA LOGICĂ, ARGUMENTARE ȘI COMUNICARE

I. STATUTUL DISCIPLINEI

În cadrul examenului de Bacalaureat, disciplina Logică, argumentare și comunicare are statutul de disciplină opțională fiind susținută la proba E. d), în funcție de filieră, profil și specializare.

II. COMPETENȚE DE EVALUAT

- Utilizarea adecvată a conceptelor, operațiilor și instrumentelor specifice logicii în argumentare;
- Transpunerea unui enunț din limbaj natural în limbaj formal și din limbaj formal în limbaj natural;
- Construirea unor argumente în vederea susținerii unui punct de vedere sau a unei soluții propuse pentru rezolvarea unor situații –problemă;
- Utilizarea unor raționamente adecvate în luarea deciziilor;
- Analizarea structurii și/sau corectitudinii formelor și operațiilor logice.

III. CONȚINUTURI

1. Societate, comunicare și argumentare

Argumentarea și structura argumentării; analiza logică a argumentelor

- Termenii: caracterizare generală (definire, tipuri de termeni); raporturi între termeni;
- Propoziții: caracterizare generală (definire, structură); tipuri de propoziții categorice; raporturi între propoziții categorice;
- Raționamente: caracterizare generală (definire, structură); tipuri de raționamente;
- Definirea și clasificarea: caracterizare generală; corectitudine în definire și clasificare;

2. Tipuri de argumentare

- Deductivă: argumente/raționamente imediate cu propoziții categorice (conversiunea și obversiunea); silogismul (caracterizare generală, figuri și moduri silogistice, verificarea validității prin metoda diagramelor Venn); demonstrația;
- Nedeductivă: inducția completă; inducția incompletă;

3. Societate, comunicare și argumentare corectă

- Evaluarea argumentelor (validitatea argumentelor); erori de argumentare.

NOTĂ:

Programa de examen este realizată în conformitate cu prevederile programelor școlare în vigoare. Subiectele pentru examenul de bacalaureat se elaborează în baza prezentei programe și vizează conținutul unui manual anume.

TERMENII



1. Definiție.

Termenul este un cuvânt sau un grup de cuvinte care are un înțeles (noțiunea) și care se referă la unul sau mai multe obiecte despre care se afirmă noțiunea în cauză.

2. Structura termenilor

Pe baza definiției date, se poate afirma că structura unui termen cuprinde următoarele componente:

- Componenta lingvistică: cuvântul sau grupul de cuvinte;
- Componenta cognitivă (logică): noțiunea (înțelesul cuvântului sau definiția termenului, însușirile caracteristice ale acestuia);
- Componenta ontologică: mulțimea de obiecte.

Dacă luăm ca exemplu termenul „om”, componenta lingvistică este reprezentată de cuvântul „om”, componenta ontologică coincide cu definiția omului (omul este o ființă rațională), iar componenta ontologică cuprinde totalitatea ființelor umane.

Din punct de vedere logic au relevanță ultimele două componente, cea cognitivă (logică) numită **intensiune** sau **conținut** și cea ontologică, numită **extensiune** sau **sferă**.

Intensiunea unui termen este constituită din proprietățile obiectelor care formează extensiunea termenului.¹

Extensiunea unui termen este formată din totalitatea obiectelor ale căror proprietăți constituie intensiunea termenului.²

3. Clasificarea termenilor

Cele mai importante criterii de clasificare ale termenilor sunt intensiunea și extensiunea acestora.

3.1. Din punct de vedere **intensional**, termenii sunt:

A. Termeni **absoluți** sau **relativi**.

Un termen este **absolut** dacă nu desemnează o relație între două sau mai multe obiecte, fiecare obiect al unei extensiuni fiind considerat izolat. Exemple: *planetă, culoare, zăpadă, prăjitură, chimie*.

Un termen este **relativ** dacă desemnează o relație stabilită între două sau mai multe obiecte. Exemple: *soție, sinonim, contemporan, vecin, mai mare decât, egal*.

B. Termeni **abstracți** sau **concreți**.

Un termen este **abstract** dacă desemnează însușiri, proprietăți considerate în sine, izolate, independente de orice obiect. Exemple: *frumusețe, răutate, claritate, roșeață, curaj*.

Un termen **concret** redă obiecte, însușiri sau proprietăți ale acestora. Exemple: *frumos, verde, serios, număr, carte*.

Pentru a diferenția termenii abstracți de cei concreți, formulăm următoarele propoziții:

a. Curajul este o virtute.

b. Curajul războinicilor este admirabil.

Termenul „*curaj*” exprimă în propoziția a. un termen abstract, deoarece reprezintă curajul în general, în timp ce în propoziția b. devine termen concret, pentru că desemnează un anumit fel de curaj, și nu curajul în general.

C. Termeni **pozitivi** sau **negativi**:

Un termen **pozitiv** indică prezența anumitor însușiri la un obiect sau clasă de obiecte (exemple: *cometă, amic, moral, monedă, vertebrat*), iar un termen **negativ** redă absența, privarea unui obiect sau clase de obiecte de o însușire (exemple: *orb, impar, incorect, fals, asimetric*).

D. Termeni **simpli** sau **compuși**:

Un termen este **simplic** dacă deține rolul de noțiune primară (de exemplu: *autoturism, manual, vacanță, punct*) și un termen este **compus** dacă este derivat dintr-o noțiune primară (exemple: *autoturism marca Audi, manual de logică, vacanță de vară*).

3.2. Din punct de vedere extensional, termenii se clasifică astfel:

A. Termeni **vizi** sau **nevizi**:

Un termen este **vid** dacă extensiunea sa nu conține niciun obiect. De exemplu, termenii *cerc-pătrat, cel mai mare număr par, iarnă toridă* sunt logic vizi, deoarece sunt vizi în raport cu orice lume posibilă, fiind rezultatul unei contradicții logice, iar termenii *centaur, Făt-Frumos, Moș Crăciun, împăratul Statelor Unite* sunt empiric vizi, adică în raport cu experiența noastră, cu lumea cunoscută.

Un termen este **nevid** dacă extensiunea sa conține cel puțin un obiect (exemple: *alb, caiet, sincer, pătrat*).

B. Termeni **singulari** sau **general**:

Un termen este **singular** numai dacă reprezintă în plan logic un singur obiect, extensiunea sa fiind constituită dintr-un singur obiect (exemple: *Colegiul Național „Mihai Eminescu” Botoșani, Polul Nord, cireșul din curtea mea, sistemul nostru solar*).

Un termen este **general** dacă extensiunea sa cuprinde cel puțin două elemente (*televizor, ocean, președinte, capitală*).

C. Termeni **colectivi** sau **distributivi**:

Un termen este **colectiv** dacă obiectele din extensiunea sa sunt colecții de obiecte, astfel încât proprietățile colecției nu revin și fiecărui membru al colecției (exemple: *pădure, armată, bibliotecă, echipă*). Spunând, de pildă, despre „*clasa a IX-a A*” că este gălăgioasă, nu afirmăm că orice elev care o compune este gălăgios, deci proprietatea întregului nu devine proprietate a părților lui componente.

¹ Lupșa, Elena, Bratu, Victor, Stoica, Maria Dorina-Logică și argumentare, manual pentru clasa a IX-a, Editura Corvin, Deva, pg.11.

² Lupșa, Elena, Bratu, Victor, Stoica, Maria Dorina-Logică și argumentare, manual pentru clasa a IX-a, Editura Corvin, Deva, pg.11.

Un termen este **distributiv** dacă nu are în extensiunea sa o colecție de obiecte sau, altfel spus, dacă o proprietate ce se enunță despre un obiect dintr-o extensiune, se enunță despre fiecare obiect din respectiva extensiune (exemple: *mamifer, pom, elev, creion, figură geometrică*).

D. Termeni **precisi** sau **vagi(imprecisi)**:

Un termen este **precis** numai dacă, pentru orice obiect, se poate spune fără ezitare că aparține extensiunii sale (exemple: *dreptunghi, fotografie, perete*), iar un termen este **vag** dacă nu se poate decide cu certitudine pentru fiecare obiect dacă face parte sau nu din extensiunea termenului (exemple: *tânăr, frumos, înțelept, înalt, patriot*). Extensiunea unui termen vag se compune din doua părți, un nucleu care reprezintă partea precisă și o margine, care conține cazuri nesigure. De exemplu, o persoană care are 20 de ani, face parte din nucleul extensiunii *tânăr*, în timp ce o persoană de 35 de ani face parte din marginea extensiunii.



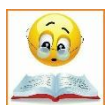
În prezentarea de mai sus avem următorii termeni-cheie: *intensiune, extensiune, termeni absoluți, relativi, abstracți, concreți, pozitivi, negativi, simpli, compuși, vizibili, nevizibili, generali, singulari, colectivi, distributivi, precisi și vagi*.



Aplicații

1. Selectați din lista de termeni de mai jos **termenii abstracți**: *repeziciune, obișnuință, vioiciune, vioi, frumusețea iernii, lașitate, galben, complexitate, universalitate, univers, neclaritate, sigur, generos, totalitate, altruism*.
2. Selectați din lista de termeni de mai jos **termenii colectivi**: *livadă, stol de păsări, banc de pești, ocean, școală, cutie cu chibrituri, echipă, societate, pinacotecă, trib de pigmei, sală de clasă, angrenaj*.
3. Selectați din lista de termeni de mai jos **termenii relativi**: *prunul din curtea vecinului, simultan, această egalitate, paronim, cuvânt, scriitor, mama lui Ionel, supraveghetor de noapte, loc de muncă, însoțitor, cinematografie*.
4. Selectați din lista de termeni de mai jos **termenii vizibili**: *Zmeul-Zmeilor, ciclop, ideea de ciclop, președintele Angliei, număr, Țara soarelui răsare, Ileana Cosânzeana, personaje din povești, cel mai mare număr par, sărac bogat*.
5. Precizați intensiunea și extensiunea termenilor: *figură geometrică, capitala României, lichid, Moș Crăciun, pădurea Letea*.
6. Din punct de vedere extensional, termenul *roi de albine* este:³
 - a. vid, general
 - b. nevid, singular
 - c. distributiv, general
 - d. nevid, colectiv

Raporturi logice între termeni



Din punct de vedere extensional, între termeni pot exista două tipuri de raporturi:

- **raporturi de concordanță**: doi termeni, A și B, sunt în raport de concordanță dacă extensiunile lor au cel puțin un element comun.
- **raporturi de opoziție**: doi termeni, A și B, sunt în raport de opoziție dacă extensiunile lor nu au niciun element comun.

³ Varianta 4 pentru examenul de bacalaureat la logică, argumentare și comunicare, 2017.

Pentru o cât mai clară prezentare a raporturilor dintre termeni, fiecare extensiune a unui termen va fi reprezentată grafic printr-un cerc distinct, după metoda propusă de L.Euler (1707-1783).

1. Există trei **raporturi de concordanță**:

a. Raportul de identitate

Termenii A și B sunt în raport de identitate dacă și numai dacă extensiunile lor coincid.

Exemple: A= *celibatar*; B= *bărbat necăsătorit*

A= *Mihai Eminescu*; B=*autorul poemului „Luceafărul”*

Reprezentarea grafică a raportului de identitate este:

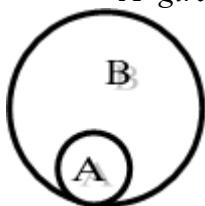


b. Raportul de ordonare

Doi termeni sunt în raport de ordonare dacă și numai dacă extensiunea unuia se include în extensiunea celuilalt, fără ca cele două extensiuni să coincidă.

Exemple: A=*trandafir*; B=*plantă*

A=*girafă* ; B=*mamifer*



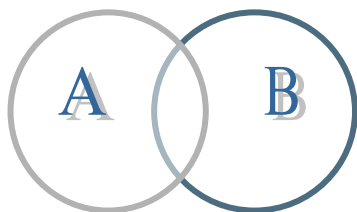
Termenul subordonat(inclus) se numește **specie**, iar termenul supraordonat(care include) se numește **gen**. In exemplele de mai sus termenul *trandafir* este **specie** pentru termenul *plantă*, iar *girafă* **specie** pentru **genul** *mamifer*. **Genul conține specia la nivel de extensiune, iar specia conține genul la nivel de intensiune**: termenul *trandafir(specie)* desemnează mai puține obiecte decât termenul *plantă(gen)*, de aceea genul conține specia sub aspect extensional, în schimb termenul *trandafir(specie)* are mai multe însușiri decât termenul *plantă(gen)*, conținând toate însușirile plantei și în plus propriile sale însușiri, prin urmare specia conține genul sub aspect intensional.

c. Raportul de încrucișare

Doi termeni sunt în raport de încrucișare dacă extensiunile lor se suprapun parțial, având cel puțin un element comun.

Exemple: A=*bărbat*; B=*bucătar*

A=*elev*; B=*olimpic*.



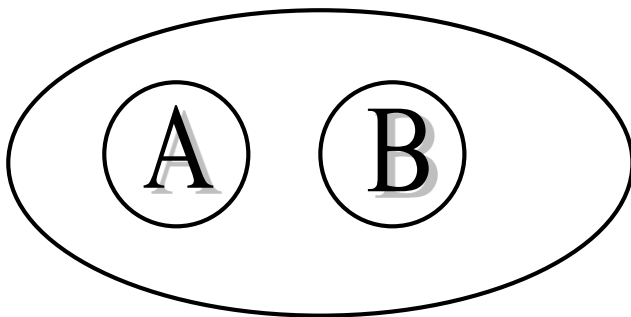
2. Există două **raporturi de opoziție**:

a. Raportul de contrarietate

Doi termeni sunt în raport de contrarietate, dacă oricare ar fi obiectul ales, acesta nu aparține în același timp extensiunilor ambilor termeni, dar poate lipsi simultan din extensiunile ambilor termeni. Raportul de contrarietate se stabilește între termenii-specie ai unui gen care conține minim trei specii.

Exemple: A=*portocală*; B=*lamâie*

A=*matematică*; B=*fizică*



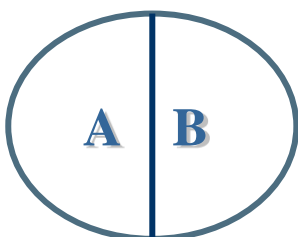
b. Raportul de contradicție

Doi termeni sunt în raport de contradicție, dacă oricare ar fi obiectul ales, acesta nu aparține în același timp extensiunilor ambilor termeni, dar nici nu poate lipsi simultan din extensiunile ambilor termeni.

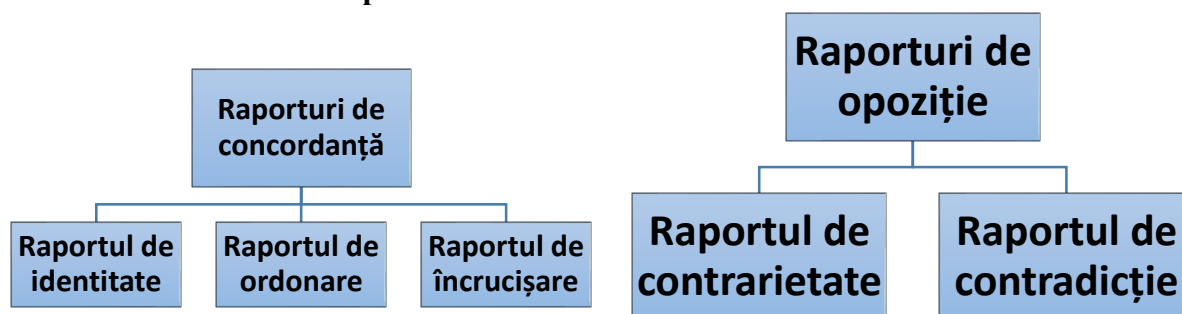
Exemple: A=corect; B=incorect

A=rațional; B=irational

A=curajos; B=laș



Termenii-cheie din prezentarea anterioară sunt:



Rezolvați cerințele de mai jos:

- Fiind dați termenii: *om, cerc, primăvară, lichid și automobil*, găsiți în fiecare caz în parte alți șase termeni, astfel încât: cu primul să fie în raport de identitate, față de al doilea să fie specie, față de al treilea gen, în încrucișare cu al patrulea, contrarietate cu al cincilea și contradicție cu al șaselea.
- Precizați și reprezentați grafic raporturile logice existente între următorii termeni: a) *părinte și profesor*; b) *deal și munte*; c) *persoană tânără și persoană analfabetă*; d) *leu și felină*; e) *râu și râul Olt*; f) *arbore și pom*; g) *tânăr și bătrân*; h) *număr par și număr divizibil cu trei*; i) *student și scriitor*; j) *conflict și război*; k) *lalea și garoafă*; l) *urs și urs polar*; m) *organic și anorganic*; n) *curajos și temerar*; o) *om cinstit și politician*; p) *vară și toamnă*; r) *major și persoană în vârstă de peste 18 ani*; s) *munte și formă de relief*; t) *profesor și inginer* ca specii ale genului *profesie*; u) *economie și disciplină socio-umană*.
- Dacă termenului *pisică neagră* i se elimină proprietatea *neagră*, atunci:⁴
 - intensiunea scade, extensiunea crește

⁴ Varianta model pentru examenul de bacalaureat la logică, argumentare și comunicare, 2018.

- b. intensiunea crește, extensiunea scade
 - c. intensiunea crește, extensiunea crește
 - d. intensiunea scade, extensiunea scade
4. Dacă termenului *tort* i se adaugă proprietatea *de ciocolată*, atunci:
- a. crește extensiunea
 - b. scade intensiunea
 - c. scade extensiunea
 - d. extensiunea rămâne neschimbată

Definirea și clasificarea



I. Definirea

1. Definiție

Definirea este operația logică prin care redăm caracteristicile unui obiect sau noțiuni, care îl deosebesc de toate celelalte obiecte sau noțiuni.

Definiția reprezintă rezultatul operației de definire care constă în reconstituirea noțiunii, prin precizarea extensiunii sau intensiunii acesteia sau aria de aplicabilitate a unui nume (cuvânt).

2. Structura definiției.

Din structura definiției fac parte următoarele elemente:

- a. **definitul** (A) numit și *definiendum* sau obiectul definiției este termenul ce trebuie definit;
- b. **definitorul** (B) numit și *definiens* exprimă caracteristici esențiale ale definitului;
- c. **relația de definire** se notează în limbaj formal cu simbolul „=df” care se citește „este identic prin definiție cu”.

Orice definiție are structura redată prin următoarea formulă:

$$A = df B$$

În exemplul:

*Numismatică =df disciplină auxiliară a istoriei care studiază monedele și medaliile (vechi).*⁵

Cuvântul „*numismatică*” este definitul (A) iar „*disciplină auxiliară a istoriei care studiază monedele și medaliile (vechi)*” este definatorul (B).

Într-o definiție corectă dacă luăm **definitul** și **definitorul** ca două noțiuni, relația dintre aceștia coincide cu raportul de identitate între extensiunile lor.

3. Regulile de corectitudine în definire

a. **Regula adecvării definatorului la conținutul definitului** cere ca raportul între definit și definator să fie de identitate și să nu se transforme într-un raport de ordonare sau de încrucișare.

Abaterile de la această regulă se pot produce astfel:

- Dacă termenul definator este gen pentru definit, *definiția este prea largă*. Raportul stabilit între definit și definator este de ordonare.

Exemplu: *Animal =df formă de viață de pe Pământ caracterizată prin nutriție heterotrofă.*⁶

- Dacă termenul definator este specie pentru definit *definiția este prea îngustă*. Raportul stabilit între definit și definator este de ordonare.

Exemplu: *Matematica =df știința cantității*⁷

- Dacă definatorul și definitul sunt în raport de încrucișare definiția este pe de o parte, *prea largă, și pe de altă parte, prea îngustă*.

Exemplu: *Ziaristul =df omul care publică în gazetă.*⁸

Definiția este prea largă deoarece există persoane care publică în gazete, fără să fie ziariști, și este prea îngustă deoarece există persoane care nu publică în gazetă, dar pot fi ziariști.

b. **Definiția trebuie să prevină viciul circularității (să nu fie circulară)**, ceea ce înseamnă că definatorul nu trebuie să conțină definitul și nici să se sprijine pe acesta.

Exemple de definiții circulare:

⁵ Bieltz, Petre- Logică, manual pentru clasa a IX-a, EDP, București, 1995, pg. 24.

⁶ Bieltz, Petre- Logică, manual pentru clasa a IX-a, EDP, București, 1995, pg. 24.

⁷ Lupșa, Elena, Bratu, Victor, Stoica, Maria Dorina-Logică și argumentare, manual pentru clasa a IX-a, Editura Corvin, Deva, pg. 16.

⁸ Lupșa, Elena, Bratu, Victor, Stoica, Maria Dorina-Logică și argumentare, manual pentru clasa a IX-a, Editura Corvin, Deva, pg. 16.

Mărul =df pomul fructifer care produce mere.

Ostașul =df persoana care servește în oaste.

c. Definiția trebuie să fie afirmativă, adică definitorul trebuie să spună ce este definitul și nu ce nu este acesta.

Exemple de definiții negative:

Linia curbă =df linia care nu este nici dreaptă, nici frântă.

Omul =df ființa bipedă, fără pene și cu unghii late. (Platon)

Operația de adunare =df operația aritmetică diferită de scădere, înmulțire sau împărțire.

În cazul în care definitul este o noțiune negativă, definitorul este obligatoriu negativ, iar definiția este corectă, deoarece negarea negației echivalează cu o afirmație.

De exemplu:

Operă anonimă =df lucrare al cărei autor nu este cunoscut.⁹

d. Definiția trebuie să fie clară și precisă (inteligibilă). Pentru a respecta această regulă definitorul nu trebuie să conțină termeni vagi, vizi sau figuri de stil.

Exemple de definiții lipsite de claritate și precizie:

Păunul =df cea mai frumoasă pasăre.

Termenul „frumoasă” este vag.

Admirația =df un copil al ignoranței.¹⁰

Definiția conține o figură de stil.

e. Definiția trebuie să fie consistentă, adică nu trebuie să intre în raport de contradicție cu alte definiții sau propoziții acceptate în acel moment în domeniul din care face și ea parte.

Exemplu de definiție inconsistentă:

Marte =df stea fără lumină și căldură proprie.



Rețineți următorii termeni-cheie: definiție, definit, definitor, relație de definire, regula adecvării, regula evitării circularității, regula definiției afirmative, regula clarității și preciziei, regula consistenței.



Aplicații

1. Stabiliți componentele definiției (**definitul, definitorul și relația de definire**) pentru exemplele de mai jos:
 - a. Basmul este o specie a genului epic, în care realul se îmbină cu fabulosul.
 - b. Molecula e cea mai mică parte dintr-o substanță care păstrează compoziția procentuală și proprietățile chimice ale substanței.
 - c. Triunghiul obtuzunghic este triunghiul care are un unghi mai mare de 90 de grade.
2. Fie următoarea definiție:

Logica este știința gândirii logice.

 - a. Menționați o regulă de corectitudine pe care o încalcă definiția dată.
 - b. Precizați o altă regulă de corectitudine a definirii, diferită de regula identificată la punctul a. și construiți o definiție care să o încalce, având ca definit termenul „logică”.¹¹



II. Clasificarea

1. Definiție.

Clasificarea este operația logică cu termeni, prin care se includ speciile în genuri. Operația opusă, de descompunere a genurilor în specii, poartă numele de **diviziune**.

2. Structura clasificării

a. Elementele clasificării (obiectul clasificării) sunt noțiunile specii care urmează a fi supuse operației de clasificare, adică de includere în genuri.

⁹ Bieltz, Petre- Logică, manual pentru clasa a IX-a, EDP, București, 1995, pg. 25.

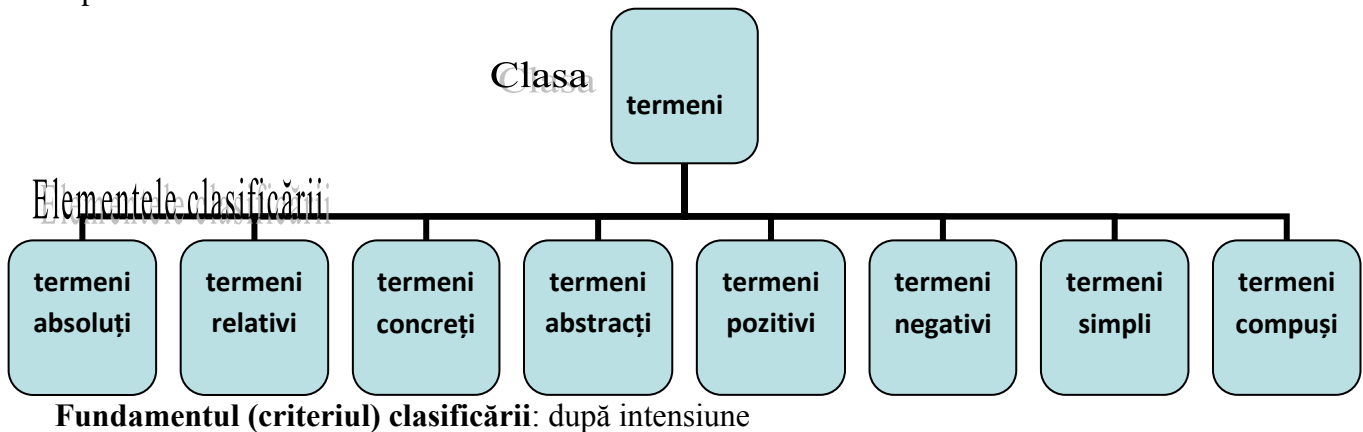
¹⁰ Bieltz, Petre- Logică, manual pentru clasa a IX-a, EDP, București, 1995, pg. 25.

¹¹ Varianta model pentru examenul de bacalaureat la logică, argumentare și comunicare, 2018.

b. **Clasele** reprezintă rezultatul clasificării, genurile în care includem speciile.

c. **Fundamentul (criteriul) clasificării** este proprietatea în baza căreia se realizează operația de clasificare.

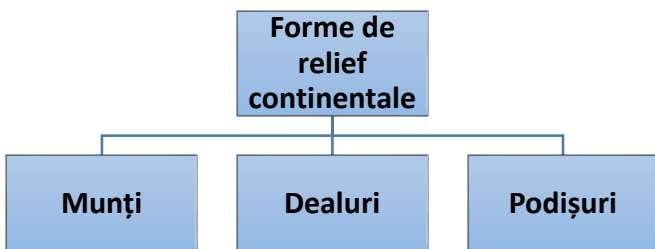
Exemplu de clasificare a termenilor:



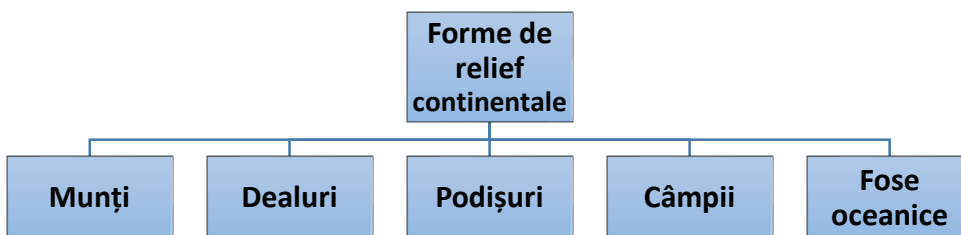
3. Regulile clasificării

a. **Orice clasificare are trei elemente:** elementele clasificării, clasele și fundamentul (criteriul) clasificării.

b. **Clasificarea trebuie să fie completă**, să nu lase rest, fiecare element al clasificării trebuie inclus în clase. În cazul în care o clasificare omite un element al clasificării, se numește **incompletă**. De exemplu, o clasificare a formelor de relief continentale care omite *câmpia*, este incompletă.



O clasificare este prea **abundentă**, dacă include, pe lângă speciile unei clase și specii care nu-i aparțin. De exemplu, clasificarea de mai sus, care include alături de elementele specifice și *fosele oceanice*, formă de relief a bazinelor oceanice, devine prea abundentă.



c. **Pe aceeași treaptă a clasificării, între clase trebuie să existe doar raporturi de opoziție (contrarietate sau contradicție)**, altfel spus, un element al clasificării se include numai într-o clasă, nu în mai multe.

d. **Fundamentul clasificării trebuie să fie unic într-o operație.** Pe aceeași treaptă a clasificării nu putem utiliza mai multe criterii, chiar dacă pentru unii termeni se pot realiza mai multe clasificări. În aceste cazuri aplicăm operația de clasificare de mai multe ori.

Clasificarea *nevoilor umane* în: *nevoi fiziologice(naturale)*, *nevoi sociale*, *nevoi psihologice(spirituale)*, *nevoi complexe*, este eronată, deoarece operația include două criterii de clasificare ale nevoilor: **criteriul naturii** acestora și cel al **complexității** lor. Ca urmare, raportul stabilit între elementele clasificării nu este de opoziție, unele nevoi sociale sau psihologice fiind simultan și nevoi complexe.

e. Regula omogenității presupune că **asemănările** dintre obiectele aflate în aceeași clasă sunt mai importante decât deosebirile dintre ele. De exemplu, delfinii nu sunt pești doar pentru că trăiesc în mediul acvatic alături de pești, ci mamifere, pentru că au o organizare internă superioară, complexă, spre deosebire de pești. Astfel, deosebirile devin mai importante decât asemănările în exemplul dat, iar cele două obiecte (delfin și pești) nu se includ în aceeași clasă.



Termeni-cheie:

clasificarea, diviziunea, elementele clasificării, clasele, fundamentul(criteriul) clasificării, regula celor trei termeni, regula clasificării complete, regula opoziției între clase, regula fundamentului unic, regula omogenității.



Aplicații

1. Una din regulile de corectitudine ale operației de clasificare este aceea conform căreia:¹²
 - a. criteriul clasificării trebuie să fie util într-o operație
 - b. pe aceeași treaptă a clasificării, criteriul trebuie să fie unic
 - c. criteriul clasificării trebuie să fie alcătuit numai din termeni singulari
 - d. criteriul clasificării trebuie să fie alcătuit numai din termeni simpli
2. O operație de clasificare este corectă dacă:¹³
 - a. nu apar toate speciile genului dat
 - b. clasificarea este prea abundentă
 - c. pe aceeași treaptă a clasificării se utilizează cel puțin două criterii
 - d. pe aceeași treaptă a clasificării se utilizează un singur criteriu
3. O operație de clasificare este corectă dacă:¹⁴
 - a. nu apar toate speciile genului dat
 - b. apar toate speciile genului dat
 - c. apar specii străine care aparțin altui gen
 - d. între clasele obținute există raporturi de identitate
4. Pe aceeași treaptă, clasificarea *oamenilor în bărbați, femei, copii* este:¹⁵
 - a. corectă, are criteriu unic
 - b. incorectă, cu mai multe trepte
 - c. incorectă, nu are criteriu unic
 - d. corectă, cu mai multe criterii

PROPOZIȚII CATEGORICE



1. Definiție.

Propozițiile categorice sunt propoziții logice simple, care exprimă un singur raport logic între doi termeni, care nu este condiționat sau în legătură cu altceva.

Exemple de propoziții categorice:

Unele corpuri sunt obiecte care dilată la căldură. (exprimă un raport de încrucișare între termenii *corpuri* și *obiecte care se dilată la căldură*)

Niciun patruped nu este pasăre. (exprimă un raport de opoziție între termenii *patruped* și *pasăre*)

2. Structura propozițiilor categorice

În structura oricărei propoziții categorice intră termeni și operații logice.

A. Termenii care alcătuiesc o propoziție categorică sunt:

a. Subiectul logic, simbolizat prin litera S, reprezintă obiectul gândirii, termenul despre care se enunță ceva.

¹² Varianta model pentru examenul de bacalaureat la logică, argumentare și comunicare, 2018.

¹³ Varianta 1 pentru examenul de bacalaureat la logică, argumentare și comunicare, august 2018.

¹⁴ Varianta 7 pentru examenul de bacalaureat la logică, argumentare și comunicare, 2017.

¹⁵ Varianta 4 pentru examenul de bacalaureat la logică, argumentare și comunicare, 2017.

b. Predicatul logic, notat cu litera P, este termenul care conține o însușire care aparține sau nu subiectului logic.

Subiectul și predicatul logic nu coincid cu subiectul și predicatul gramatical, forma lingvistică fiind diferită de cea logică.

B. Operațiile din structura unei propoziții categorice sunt:

a. Operația care leagă subiectul de predicat, numindu-se **operație de afirmare sau negare** prin care cei doi termeni din propoziția categorică devin subiect logic și predicat logic. Aceasta se exprimă prin verbul „a fi” și conferă propoziției **calitatea** de a fi afirmativă sau negativă.

b. Cuantorul este operația logică care se aplică doar subiectului logic, indicând dacă afirmarea sau negarea unei însușiri se aplică la întreaga extensiune a subiectului sau la o parte a acestuia. Cuantorul indică **cantitatea** propozițiilor categorice și se clasifică astfel:

- **Cuantorul universal** se aplică la întreaga extensiune a lui S: „toți”, „toate”, „orice”, „fiecare”, „niciunul” etc.

- **Cuantorul particular** se aplică la o parte din extensiunea lui S: „unii”, „unele”, „mulți dintre”, „majoritatea”, „există cel puțin un” etc.

- **Cuantorul individual** este reprezentat de un pronume personal la numărul singular sau pronume (adjectiv) demonstrativ, un substantiv propriu.

În exemplul de propoziție singulară alcătuită cu un cuantor individual: *Ion Minulescu este poetul meu preferat*, termenul *Ion Minulescu* îndeplinește rolul de subiect logic, dar indică în același timp și un cuantor individual.

3. Clasificarea propozițiilor categorice

Propozițiile categorice se clasifică în funcție de două criterii - al **calității** și al **cantității** - reprezentate de cele două operații logice (operația de afirmare/negare și cuantorul).

a. În funcție de **cantitate**, propozițiile categorice sunt:

- universale;
- particulare;
- singulare (propozițiile singulare sunt tratate ca propoziții universale).

b. În funcție de **calitate**, propozițiile categorice sunt:

- afirmative;
- negative.

Combinând cele două criterii de clasificare, obținem **patru tipuri de propoziții categorice**, fiecareia corespunzându-i un simbol, o formulă, o formă de citire - standard și modalități de reprezentare grafică:

- **Propoziția universală afirmativă:**

- simbol: **A**
- formulă logică: **SaP**
- formă de citire - standard: **Toți S sunt P**

Exemplu : *Toți crapii sunt pești de apă dulce.*

- **Propoziția universală negativă :**

- simbol: **E**
- formulă logică: **SeP**
- formă de citire - standard: **Nici un S nu este P**

Exemplu: *Nici un delfin nu este pește.*

- **Propoziția particulară afirmativă:**

- simbol: **I**
- formulă logică: **SiP**
- formă de citire - standard: **Unii S sunt P**

Exemplu: *Unele flori de primăvară sunt lăcrămioare.*

- **Propoziția particulară negativă:**

- simbol: **O**
- formulă logică: **SoP**
- formă de citire - standard: **Unii S nu sunt P**

Exemplu : *Unele destinații turistice nu sunt ieftine.*

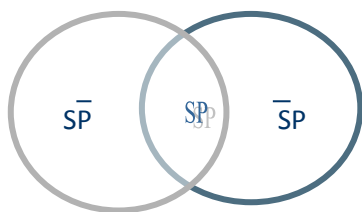
4. Reprezentarea grafică a propozițiilor categorice cu diagramele Venn

a. Reguli de reprezentare grafică:

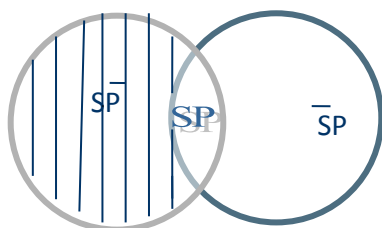
- Porțiunile hașurate sunt **vide** (nu conțin nici un element).

- Porțiunile **nevide** (care conțin cel puțin un element) sunt marcate cu asterisc (x).

b.Reprezentarea propriu zisă are ca punct de plecare două cercuri intersectate prin care se figurează extensiunile termenilor S și P, fiecărei propoziții categorice corespunzându-i o formulă Venn:

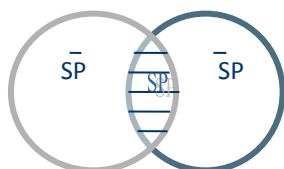


Propozițiile universale afirmative și negative se reprezintă grafic prin hașurarea unor porțiuni ale diagramei. Propoziția **SaP** trebuie înțeleasă astfel, pentru a fi reprezentată grafic cu metoda Venn: **nu există** nici un element din extensiunea lui S care să fie în afara extensiunii lui P.



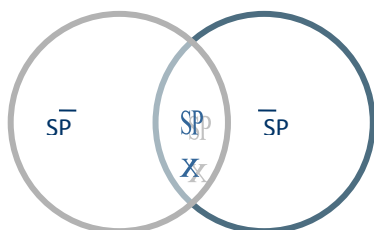
Formula Venn: $\overline{SP} = \emptyset$

Propoziția **SeP** trebuie înțeleasă astfel, pentru a fi reprezentată grafic prin diagrama Venn: **nu există** nici un element comun extensiunilor lui S și P.



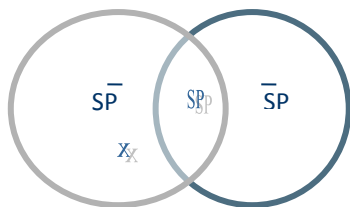
Formula Venn: $SP = \emptyset$

Propozițiile **particulare afirmative și negative** se reprezintă grafic prin marcarea unui asterisc (x) în zonele nevide ale diagramei. Propoziția **SiP** trebuie înțeleasă astfel din perspectiva metodei Venn: **există** cel puțin un element comun extensiunilor lui S și P.



Formula Venn: $SP \neq \emptyset$

Propoziția particulară negativă, **SoP** trebuie înțeleasă astfel din perspectiva metodei Venn: **există** cel puțin un element din extensiunea lui S care nu aparține extensiunii lui P.



Formula Venn: $\overline{SP} \neq \emptyset$



Termeni- cheie:

propoziția universală afirmativă (SaP), propoziția universală negativă (SeP), propoziția particulară afirmativă (SiP), propoziția particulară negativă (SoP), existența porțiunilor vide (hașurate) în diagrama Venn pentru propozițiile universale, existența porțiunilor nevide (cu asterisc) în diagrama Venn pentru propozițiile particulare



Aplicații

1. Predicatul logic al propoziției *Adevărul este un concept filosofic* este:¹⁶
 - a. *adevărul*
 - b. *un concept filosofic*
 - c. *este*
 - d. *un concept*
2. Predicatul logic al propoziției *Toate examenele importante sunt experiențe de viață utile* este:¹⁷
 - a. *sunt*
 - b. *sunt experiențe*
 - c. *sunt experiențe de viață*
 - d. *experiențe de viață utile*
3. Subiectul logic al propoziției „*Unele animale de companie sunt pisici siameze*“ este:¹⁸
 - a. *animale de companie*
 - b. *unele*
 - c. *unele animale*
 - d. *unele animale de companie*
4. Subiectul logic al propoziției *Nicio lecție extraordinară de filosofie nu este utilă ignoranților* este:¹⁹
 - a. *nu este utilă ignoranților*
 - b. *lecție extraordinară de filosofie*
 - c. *nicio lecție extraordinară*
 - d. *nicio lecție extraordinară de filosofie*
5. Propoziția *Unele zile de toamnă sunt călduroase* este:²⁰
 - a. *universală negativă*
 - b. *particulară negativă*
 - c. *universală afirmativă*
 - d. *particulară afirmativă*
6. Stabiliți formulele logice pentru propozițiile categorice de mai jos:

¹⁶ Varianta 4 pentru examenul de bacalaureat la logică, argumentare și comunicare, 2017.

¹⁷ Varianta model pentru examenul de bacalaureat la logică, argumentare și comunicare, 2018.

¹⁸ Varianta 1 pentru examenul de bacalaureat la logică, argumentare și comunicare, 2018.

¹⁹ Varianta 3 pentru examenul de bacalaureat la logică, argumentare și comunicare, 2017.

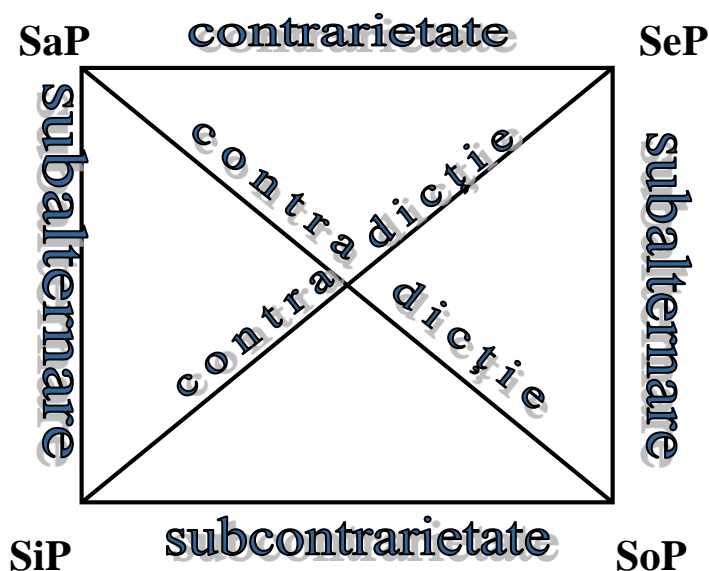
²⁰ Varianta model pentru examenul de bacalaureat la logică, argumentare și comunicare, 2018.

- Mulți cetățeni sunt morali.
- Crocodilul nu este mamifer.
- Morcovii conțin vitamina A.
- Planeta Pământ este casa noastră.
- Unele teorii științifice nu sunt ușor de înțeles.
- Orice om este înzestrat cu rațiune.
- Nimeni nu este absent la ora de logică.
- Fiecare copil a primit un cadou.
- Nu există cai înaripați.
- Există cel puțin un elev care nu și-a făcut tema la matematică.
- Există automobile hibride.

Raporturi logice între propozițiile categorice (pătratul logic)



Raporturile stabilite între propozițiile categorice pot fi ilustrate printr-o schemă numită pătratul logic sau pătratul lui Boethius(480-524 d.Hr.).



Aceste raporturi sunt:

1. Raportul de contradicție, care este cel mai puternic raport de opoziție, se enunță astfel: propozițiile contradictorii nu pot fi nici adevărate și nici false în același timp și sub același raport.

Propozițiile aflate în raport de contradicție, numite propoziții **contradictorii** sunt:

- **SaP și SiP**
- **SeP și SoP**

2. Raportul de contrariedade, raport de opoziție mai slab decât contradicția, se stabilește între propozițiile universale **SaP** și **SeP**, care se numesc **contrare**, se enunță astfel: propozițiile contrare nu pot fi adevărate, dar pot fi false în același timp și sub același raport.

3. Raportul de subcontrariedade, mai slab decât cel de contrariedade, se stabilește între propozițiile particulare **SiP** și **SoP**, care se numesc subcontrare și se enunță astfel : propozițiile **subcontrare** pot fi adevărate, dar nu pot fi false în același timp și sub același raport.

4. Raportul de subalternare se stabilește între propozițiile de aceeași calitate (**SaP** și **SiP**, **SeP** și **SoP**), propozițiile universale (**SaP** și **SeP**) numindu-se **supraalterne**, iar cele particulare (**SiP** și **SoP**), numindu-se **subalterne**. Acest raport se enunță astfel : din adevărul supraalternei rezultă adevărul subalternei, iar din falsitatea subalternei rezultă falsitatea supraalternei.



Termeni-cheie:

raportul de contradicție, propoziții contradictorii, raportul de contrarietate, propoziții contrare, raportul de subcontrarietate, propoziții subcontrare, raportul de subalternare, propoziții supraalterne, propoziții subalterne



Aplicații

1. Stabiliți cu ajutorul pătratului logic **contradictoria** propozițiilor de mai jos, atât în limbaj formal(formula logică a propoziției), cât și în limbaj natural(în cuvinte):
 - a. Percepția este un proces psihic senzorial.
 - b. Unele lichide sunt combustibile.
 - c. Unii poeți nu sunt celebri.
 - d. Nici un număr prim nu este par.
2. Stabiliți cu ajutorul pătratului logic contrara/subcontrara propozițiilor de mai jos, atât în limbaj formal, cât și în limbaj natural.
 - a. Unele vertebrate nu au picioare.
 - b. Unele metale sunt lichide.
 - c. Unele obiecte gânditoare nu sunt vii.
 - d. Unele forme de relief sunt podișuri.
 - e. Toate păsările sunt zburătoare.
 - f. Nici un om cinstit nu este infractor.
3. Stabiliți cu ajutorul pătratului logic supraalterna/subalterna propozițiilor de mai jos, atât în limbaj formal, cât și în limbaj natural.
 - a. Toate insectele sunt nevertebrate.
 - b. Unele mașini de epocă sunt colecționate.
 - c. Nici o prăjitură nu este dietetică.
 - d. Unele teorii filozofice nu sunt ușor de înțeles.

RAȚIONAMENTELE



1. Definiție

Raționamentul este cea mai complexă formă logică sau operație logică cu propoziții, prin intermediul căreia, din propoziții date numite premise rezultă pe cale logică, o propoziție nouă, numită concluzie. Termenul „*raționament*” din logica clasică este sinonim cu noțiunile de „*inferență*”, „*argument*”, „*tehnică de argumentare*” din logica modernă și contemporană.

2. Clasificarea raționamentelor

A. În funcție de direcția procesului de inferență între general și particular:

- a. **Inferențele deductive** parcurg calea logică de la **general** la **particular**, concluzia rezultată având un grad de generalitate mai mic sau egal cu al premiselor din care este derivată.
- b. **Inferențe inductive** parcurg calea logică de la **particular** la **general**, concluzia având un grad de generalitate mai mare decât premisele, fiind probabilă, chiar și atunci când premisele sunt adevărate.

B. În funcție de numărul premiselor inferențele deductive sunt:

- a. **Inferențe imediate**, conțin o singură premisă din care rezultă concluzia. De exemplu, inferențele bazate pe *conversiune* și *obversiune* se includ în această categorie.

Exemplu de inferență bazată pe conversiune:

*Dacă unele femei sunt scriitori, atunci unii scriitori sunt femei.*²¹

Exemplu de inferență bazată pe obversiune:

Dacă toți oamenii sunt educabili, atunci nici un om nu este needucabil.

- b. **Inferențe mediate**, conțin cel puțin două premise din care este derivată concluzia (de exemplu *silogismul* și *polisilogismul*).

Exemplu de silogism:

Toți eroii au fost oameni.

²¹ Botezatu, Petre- Introducere în logică, Editura Polirom Iași, 1997, pg. 183

Toți zeii au fost eroi.

Toți zeii au fost oameni.²²

C. În funcție de corectitudinea logică:

a. Inferențele **deductive** sunt:

- **Valide** – concluzia este o propoziție adevărată care rezultă din premise adevărate prin respectarea legilor raționării corecte.
- **Nevalide** – premisele pot fi adevărate, însă concluzia este falsă.

b. Inferențele **inductive** sunt:

- **Tari-** concluzia are un grad mare de probabilitate.
- **Slabe** - concluzia are un grad scăzut de probabilitate.

D. În funcție de numărul cazurilor examinate, inferențele inductive sunt:

a. Inducții complete – se examinează toate cazurile dintr-o clasă finită de obiecte.

b. Inducții incomplete – se examinează unele cazuri dintr-o clasă foarte mare sau infinită de obiecte.



Rețineți următorii termeni-cheie:

definiția raționamentului(inferenței), inferențe deductive, inductive, inferențe deductive imediate, inferențe deductive mediate, inferențe deductive valide, inferențe deductive nevalide, inferențe inductive complete, inferențe inductive incomplete



Aplicații

1. Raționamentul *Niciun pește nu este mamifer, deci niciun mamifer nu este pește* este:²³

- inductiv, mediat
- deductiv, imediat
- inductiv, imediat
- deductiv, mediat

2. Concluzia unui raționament inductiv este:²⁴

- mai generală decât premisele
- întotdeauna falsă
- întotdeauna adevărată
- mai puțin generală decât premisele

3. În funcție de gradul de generalitate al concluziei în raport cu premisele, raționamentele pot fi:²⁵

- valide și nevalide
- mediate și imediate
- corecte și incorecte
- deductive și inductive

4. În funcție de corectitudinea logică argumentele deductive pot fi:

- mediate și imediate
- valide și nevalide
- silogisme și polisilogisme
- erori formale și erori materiale

Argumentarea și structura sa

1. Definiție. Argumentarea este procesul prin care dovedim adevărul unei propoziții utilizând temeieri, probe, dovezi sau procesul prin care urmărim să convingem pe cineva să accepte o opinie, o idee, un punct de vedere.

2. Formele argumentării:

²² Botezatu, Petre - Introducere în logică, Editura Polirom Iași, 1997, pg.201

²³ Varianta 3 pentru examenul de bacalaureat la logică, argumentare și comunicare, 2017.

²⁴ Varianta 4 pentru examenul de bacalaureat la logică, argumentare și comunicare, 2016.

²⁵ Varianta model pentru examenul de bacalaureat la logică, argumentare și comunicare, 2016.

A. În funcție de numărul raționamentelor din structura sa:

a. Argumentarea simplă conține un singur raționament.

b. Argumentare amplă conține un lanț de raționamente în structura sa.

B. În funcție de natura ei:

a. Teoria demonstrației utilizată în domeniul cunoașterii științifice, are caracter teoretic și nu depinde de interesele noastre imediate.

b. Arta convingerii (persuasiunii) este utilizată în viața de zi cu zi, are un caracter pragmatic, o mare încărcătură emoțională și depinde de interesele celui care argumentează (de exemplu discursul politic).

3. Structura argumentării:

a. Teza (concluzia) este propoziția demonstrată sau respinsă cu ajutorul temeiurilor.

b. Temeiurile (probele, dovezile, premisele) care sunt aduse în favoarea sau împotriva tezei.

c. Indicatorii argumentării sunt cuvinte de legătură care introduc un temei sau o teză.

• **Indicatori pentru temei:** *pentru că, deoarece, dacă, fiindcă, datorită, știind că, întrucât, presupunând că etc.*

• **Indicatori pentru teză:** *atunci, deci, prin urmare, rezultă că, conchidem că, în consecință, așadar etc.*

Exemplu de stabilire a structurii unei argumentări simple:

Dacă unii elevi sunt nerăbdători să ajungă studenți, /1 atunci unii liceeni sunt nerăbdători să ajungă studenți, /2 având în vedere că toți liceenii sunt elevi./3

Stabilim indicatorii, marcăm propozițiile care alcătuiesc argumentarea și notăm tipurile de indicatori identificați în text:

dacă - indicator pentru temei;

atunci – indicator pentru teză;

având în vedere că – indicator pentru temei.

Indicatorul pentru temei introduce un temei, cel pentru teză, introduce teza, astfel încât:

- propoziția (1) *Unii elevi sunt nerăbdători să ajungă studenți* are rol de temei;
- propoziția (3) *Toți liceenii sunt elevi* are rol de temei;
- propoziția(2) *Unii liceeni sunt nerăbdători să ajungă studenți* are rol de teză.



Rețineți termenii-cheie:

definiția argumentării, argumentarea simplă, argumentarea amplă, teoria demonstrației, arta convingerii, temeiurile, teza, indicatorii pentru temei, indicatorii pentru teză

Inferențe imediate cu propoziții categorice



1. Definiție

Inferențele imediate sunt inferențe **deductive** (concluzia lor nu depășește gradul de generalitate al premisei) alcătuite dintr-o singură premisă, din care derivă pe cale logică concluzia.

Cele mai importante inferențe imediate cu propoziții categorice sunt cele bazate pe **conversiune** și **obversiune**.

2. Distribuția termenilor

a. Un termen este **distribuit** (+) dacă este luat în întregul sferei (extensiunii) sale și este **nedistribuit** (-) dacă este luat doar într-o parte a sferei (extensiunii) sale.

b. Tabelul distribuirii termenilor

	Subiectul logic	Predicatul logic
A	+	-
E	+	+
I	-	-
O	-	+

Subiectul logic este **distribuit** în propozițiile universale (**SaP** și **SeP**) și **nedistribuit** în propozițiile particulare (**SiP** și **SoP**), iar **predicatul logic** este **distribuit** în propozițiile negative (**SeP** și **SoP**) și **nedistribuit** în cele afirmative (**SaP** și **SiP**).

c. Legea distribuirii termenilor: *un termen care apare distribuit în concluzie trebuie să fie distribuit și în premisa din care provine.* Legea interzice să avem un termen **distribuit** în concluzie și **nedistribuit** în premisă, dar permite ca termenul să fie **nedistribuit** în concluzie și **distribuit** în premisă. Legea distribuirii termenilor se aplică pentru a asigura validitatea inferențelor bazate pe conversiune și este utilă pentru verificarea validității silogismelor.

3. Conversiunea

A. Definiție

Conversiunea este operația logică prin care, la trecerea de la premisă la concluzie termenii își inversează funcțiile, subiectul logic devine predicat în concluzie, iar predicatul logic devine subiect în concluzie:

$$S-P \xrightarrow{c} P-S$$

Operația de conversiune cere aplicarea legii distribuirii termenilor, propozițiile cu rol de premisă și concluzie având **aceeași calitate**. Concluzia obținută prin conversiune se numește **conversă**.

B. Inferențele valide bazate pe conversiune sunt:

$$+SaP- \xrightarrow{c} -PiS- \text{ - conversiune prin accident}$$

Propoziția SaP are conversiune validă doar prin accident. Conversiunea prin accident presupune că premisa și concluzia au **cantitate diferită**, dar **calitate identică**.

$$+SeP+ \xrightarrow{c} +PeS+ \text{ - conversiune simplă}$$

Conversiunea simplă are premisa și concluzia de **aceeași cantitate și calitate**.

$$+SeP+ \xrightarrow{c} -PoS+ \text{ - conversiune prin accident}$$

$$-SiP- \xrightarrow{c} -PiS- \text{ - conversiune simplă}$$

Propoziția SoP nu are conversiune validă nici simplă, nici prin accident, deoarece în ambele situații încalcă legea distribuirii termenilor, **termenul S fiind distribuit** în concluzie și **nedistribuit** în premisă.

$$-SoP+ \xrightarrow{c} -PoS+ \text{ - conversiune simplă nevalidă}$$

$$-SoP+ \xrightarrow{c} +PeS+ \text{ - conversiune prin accident nevalidă}$$

4. Obversiunea

A. Definiție

Obversiunea este operația logică prin care la trecerea de la premisă la concluzie se inversează calitatea propoziției și se neagă predicatul în concluzie. Obversiunea **nu cere** respectarea legii distribuirii termenilor, premisa și concluzia fiind propoziții de **aceeași cantitate** și de **calitate opusă**. Concluzia obținută în urma aplicării operației de obversiune se numește **obversă**.

$$S-P \xrightarrow{o} \overline{S-P}$$

B. Inferențele valide bazate pe obversiune sunt:

$$SaP \xrightarrow{o} \overline{SeP}$$

$$SeP \xrightarrow{o} \overline{SaP}$$

$$SiP \xrightarrow{o} \overline{SoP}$$

$$SoP \xrightarrow{o} \overline{SiP}$$

În cazul inferențelor bazate pe obversiune premisele și concluzia sunt **echivalente**: au același înțeles și aceeași valoare de adevăr.



Termenii-cheie sunt:

termen distribuit, termen nedistribuit, tabelul distribuirii termenilor, legea distribuirii termenilor, conversă, conversiune simplă, conversiune prin accident, conversiune validă, conversiune nevalidă, obversă, obversiune validă



Aplicații

Aplicați explicit operațiile de conversiune și obversiune, pentru a deriva conversa și obversa corecte ale fiecăreia dintre propozițiile de mai jos, atât în limbaj formal, cât și în limbaj natural:

- Unii elevi nu sunt sportivi.
- Toate silogismele sunt raționamente deductive.
- Unele cheltuieli salariale sunt costuri variabile.
- Nicio pisică neagră nu este sălbatică.
- Acizii sunt substanțe chimice corozive.
- Unii colegi sunt prieteni.
- Unele flori nu sunt rezistente la frig.

Silogismul

1. Definiție

Silogismul este argumentul deductiv mediat care conține în structura sa trei termeni și trei propoziții, dintre care două sunt premise, iar a treia concluzie.

2. Structura silogismului

În structura silogismului intră trei termeni:

- Termenul minor**, notat cu simbolul S, este subiectul concluziei și se regăsește în **premise minoră**;
- Termenul major** notat cu simbolul P este predicatul concluziei și se regăsește în **premise majoră**. Termenii **minor** și **major** se numesc **termeni extremi**.
- Termenul mediu** se notează cu simbolul M și se regăsește numai în premise, având rolul de a intermedia relația dintre termenii extremi din concluzie.

Exemplu de silogism:

Toți grecii sunt muritori.

Socrate este grec.

Socrate este muritor.

În silogismul de mai sus termenul *Socrate* este minor (S) și se regăsește în a doua premisă numită minoră, termenul *muritor* este major (P) și se regăsește în prima premisă numită majoră, iar termenul *grec* este termen mediu, apărând doar în premise.

3. Forma standard de exprimare a silogismului

Orice silogism are propozițiile ordonate astfel în forma standard de exprimare:

premisă majoră (P,M)

premisă minoră(S,M)

concluzie (S, P)

Dacă propozițiile dintr-un silogism nu sunt ordonate în forma standard de exprimare, înainte de a-i stabili structura, se aduce silogismul la forma standard, iar structura silogismului se stabilește începând cu concluzia.

4. Clasificarea silogismului

În funcție de rolul îndeplinit (de subiect sau predicat logic), de către termenii S, P, M în premise, se constituie patru forme de silogism numite **figuri silogistice**.

M-P

P-M

M-P

P-M

S-M

S-M

M-S

M-S

S-P

S-P

S-P

S-P

Figura 1

Figura 2

Figura 3

Figura 4

Pentru fiecare figură silogistică se pot construi 64 de scheme de argumentare numite **moduri silogistice**, dintre care doar 6 sunt valide, existând în total 24 de moduri silogistice valide. Stabilim schema de inferență pentru silogismul dat ca exemplu mai sus.

Toți grecii sunt muritori.

Socrate este grec.

Socrate este muritor.

Termenul S este *Socrate*, termenul P este *muritor*, termenul M este *grec*.

Schema de inferență a silogismului este:

MaP

SaM

SaP

Silogismul dat ca exemplu este de **figura 1**, iar **modul său silogistic** este **aaa-1**.



Termeni-cheie:

silogismul, termenul minor, termenul major, termenul mediu, forma standard a silogismului, figuri silogistice, moduri silogistice, schemă de inferență



Aplicații:

1. Stabiliți schemele de inferență pentru modurile silogistice de mai jos: aaa-2, aia-3, iai-1, oao-4, eio-3, ieo-2, iia-1, eae-4.

2. Alcătuiți câte un silogism în limbaj natural pentru modurile silogistice: aii-1, eio-2, iai-3, aai-4.

3. Stabiliți schema de inferență și modul silogistic pentru silogismele de mai jos:

*d. Niciun iphone 6 nu este original, pentru că niciun iphone 6 nu este scump și toate lucrurile originale sunt scumpe.*²⁶

*e. Dacă toate lucrurile supărătoare sunt invenții și niciun adevăr nu este invenție, rezultă că niciun adevăr nu este supărător.*²⁷

Metode de verificare a validității silogismelor



Metoda diagramelor Venn

1. Reguli de reprezentare grafică a silogismelor cu diagrama Venn:

a. Fiecare termen este reprezentat printr-un cerc, diagrama Venn conținând trei cercuri intersectate;

b. **Zonele vide** sunt **hașurate**;

c. **Zonele nevide** sunt marcate cu **asterisc**;

d. **Se reprezintă grafic doar premisele**, iar dacă silogismul este **valid** se citește automat concluzia;

e. Se reprezintă grafic mai întâi **premisele universale**;

f. În cazul silogismelor care conțin premise universale și concluzia particulară, înainte de a citi concluzia, se desenează un asterisc în porțiunea rămasă nehașurată din din acea extensiune care este hașurată în cea mai mare parte.

2. Exemple de verificare a validității silogismelor.

Luăm modul silogistic **aii-1**, care are următoarea schemă de inferență:

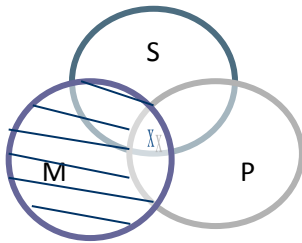
MaP

SiM

SiP

²⁶ Varianta 4 pentru examenul de bacalaureat la logică, argumentare și comunicare, 2017.

²⁷ Varianta 1 pentru examenul de bacalaureat la logică, argumentare și comunicare, 2018.



Reprezentăm mai întâi premisa universală, MaP, apoi premisa particulară, SiM.

Din reprezentarea grafică a premiselor se citește automat concluzia SiP, deci **modul silogistic aii-1** este **valid**.

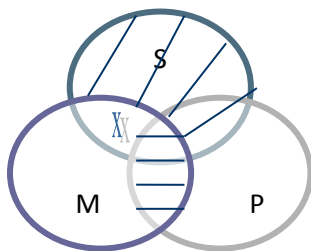
Modul silogistic **eao-1** are următoarea schemă de inferență:

MeP

SaM

SoP

Reprezentăm grafic premisele, care sunt propoziții universale.



Înainte de a citi concluzia, care este o propoziție particulară, e necesar să marcăm cu asterisc porțiunea rămasă nehașurată din extensiunea lui S (este extensiunea hașurată în cea mai mare parte). Din reprezentarea grafică a premiselor se citește automat concluzia, deci **modul silogistic eao-1** este **valid**.



Termeni-cheie:

porțiunile vide se hașurează în cazul metodei Venn, porțiunile nevide se marchează cu asterisc, reprezentăm grafic doar premisele, concluzia silogismului valid se citește automat

Demonstrația și combaterea



1. Definiție

Demonstrația este procesul logic prin care o propoziție dată este concluzionată din mai multe propoziții adevărate, demonstrația conținând un raționament sau un lanț de raționamente.

Combaterea este procesul prin care o propoziție este respinsă ca falsă, fiind procesul invers demonstrației.

2. Structura demonstrației

a. Teza de demonstrat este propoziția care urmează să fie demonstrată;

b. Fundamentul demonstrației este constituit din totalitatea premiselor (argumentelor) din care se obține teza;

c. Procesul de demonstrare este forma logică a raționamentului sau raționamentelor prin care se deduce teza din premise.

3. Reguli de corectitudine ale demonstrației:

a. Teza de demonstrat trebuie să fie clar și precis formulată;

b. Teza de demonstrat este cel puțin o propoziție probabilă și nu una infirmată.

c. Teza de demonstrat trebuie să rămână aceeași pe tot parcursul demonstrației.

d. Argumentele demonstrației trebuie să fie adevărate.

- e. **Demonstrația argumentelor este independentă de demonstrarea tezei.**
- f. **Demonstrația trebuie să fie corectă, adică teza să decurgă din argumente.**



Termeni-cheie

demonstrația, combaterea, teza de demonstrat, fundamentul demonstrației, procesul de demonstrare, regulile demonstrației



Aplicații

1. Fundamentul demonstrației este reprezentat de:²⁸

- a. propoziția care urmează să fie demonstrată
- b. raționamentul prin care se deduce teza din premise
- c. ansamblul de premise din care urmează să conchidem teza
- d. teza de demonstrat

2. Una din regulile corectitudinii demonstrației, referitoare la teza de demonstrat este:²⁹

- a. teza de demonstrat să conțină termeni cu mai multe semnificații
- b. teza de demonstrat să rămână aceeași pe tot parcursul demonstrației
- c. teza de demonstrat să fie înlocuită cu alta printr-o reformulare aparent identică
- d. teza de demonstrat să fie o propoziție care a fost infirmată

Tipuri de argumentare inductivă



1. Inducția completă este în fond o argumentare deductivă deoarece are următoarele însușiri:

- a. Presupune **o clasă finită de obiecte.**
- b. **Fiecare element al clasei este examinat separat.**
- c. **Fiecare element al clasei are o proprietate** care se extinde la întreaga clasă de obiecte, astfel încât concluzia inducției complete este adevărată, atunci când decurge din premise adevărate.

Exemplu de inducție completă :

Fluorul, clorul, bromul și iodul se găsesc în natură numai sub formă de compuși.

Fluorul, clorul, bromul și iodul sunt toți halogenii.

*Halogenii se găsesc în natură numai sub formă de compuși.*³⁰

2. Inducția incompletă (amplificatoare) are următoarele însușiri:

- a. **caracterul amplificator al concluziei** în raport cu premisele din care provine, deoarece se examinează un număr finit de cazuri dintr-o clasă foarte mare sau infinită de obiecte.
- b. **caracterul probabil al concluziei** în raport cu premisele din care a fost obținută.

Exemplu de inducție incompletă:

Caprele sunt erbivore.

Cerbii sunt erbivore.

Gazelele sunt erbivore.

Vacile sunt erbivore.

Caprele, cerbii, gazelele și vacile sunt cornute.

*Toate animalele cornute sunt erbivore.*³¹

3. Inducția științifică este o inducție bazată pe observația sau experimentul științific.

4. Inducția prin simplă enumerare numită și „*inducție populară*” este cea mai simplă formă de inducție care constă în trecerea în revistă a unui număr cât mai mare de cazuri care nu contrazic rezultatul către care tindem.

²⁸ Varianta model pentru examenul de bacalaureat la logică, argumentare și comunicare, 2016.

²⁹ Varianta 9 pentru examenul de bacalaureat la logică, argumentare și comunicare, 2016.

³⁰ Botezatu, Petre- Introducere în logică, Editura Polirom Iași, 1997, pg.241.

³¹ Bieltz, Petre- Logică, manual pentru clasa a IX-a, EDP, București, 1995, pg. 8.



Termeni- cheie:

inducție completă, inducție incompletă, inducție științifică, inducție prin enumerare



Aplicații

1. Este un exemplu corect de inducție incompletă:³²

- Dacă niciun pictor nu scrie versuri, atunci unii oameni care scriu versuri nu sunt pictori.*
- Dacă unii crocodili sunt agresivi, atunci unii crocodili nu sunt agresivi.*
- Dacă unele exerciții sunt dificile, atunci toate exercițiile sunt dificile.*
- Dacă unii hipopotami nu sunt domestici atunci niciun animal domestic nu este hipopotam.*

2. Inducția incompletă este o argumentare care presupune:³³

- o concluzie cu caracter amplificator față de premise
- examinarea unei clase cu un număr finit de elemente
- o concluzie cu caracter cert
- obținerea unei concluzii mai puțin generale decât premisele

3. Raționamentul *Fiecare cetățean educat este responsabil pentru faptele sale, deci toți cetățenii educați sunt responsabili pentru faptele lor* este un exemplu de:³⁴

- deducție completă
- inducție completă
- deducție incompletă
- inducție incompletă

Evaluarea argumentelor



Erori în argumentare

Evaluarea argumentelor poate conduce la evidențierea corectitudinii logice sau a erorilor logice. **Erorile logice** se clasifică astfel:

A. În funcție de cauza lor:

a. Erori formale, eroarea se produce datorită nerespectării regulilor de validitate ale inferențelor (exemple: *moduri silogistice nevalide, înlocuirea conversiunii prin accident cu conversiunea simplă, generalizări pripite*).

b. Erori materiale datorate unor erori de conținut (exemple: sofisme sau paralogisme materiale).

B. În funcție de intenția celui care formulează eroarea:

a. Sofisme sunt erori comise intenționat.

b. Paralogisme sunt erori comise neintenționat.

Bibliografie:

- Lupșa, Elena, Bratu, Victor, Stoica, Maria Dorina-Logică și argumentare, manual pentru clasa a IX-a, Editura Corvin, Deva.
- Bieltz, Petre- Logică, manual pentru clasa a IX-a, EDP, București, 1995.
- Botezatu, Petre- Introducere în logică, Editura Polirom Iași, 1997.
- Ștefănescu, Doina-Olga, Costreie, Sori, Miroiu, Adrian – Logică și argumentare, manual pentru clasa a IX-a, Editura Humanitas Educațional, București, 2000.
- Variante pentru examenul de bacalaureat la logică, argumentare și comunicare, 2016-2018

³² Varianta 4 pentru examenul de bacalaureat la logică, argumentare și comunicare, 2017.

³³ Varianta 1 pentru examenul de bacalaureat la logică, argumentare și comunicare, 2018.

³⁴ Varianta 3 pentru examenul de bacalaureat la logică, argumentare și comunicare, 2017.

Test 1

Subiectul 1 (30 puncte)

A. Scrieți pe foaia de examen litera corespunzătoare răspunsului corect, pentru fiecare dintre enunțurile de mai jos. Este corectă o singură variantă de răspuns.

1. Nu este o regulă a demonstrației:
 - a. teza de demonstrat trebuie să fie clar și precis formulată
 - b. teza de demonstrat trebuie să fie cel puțin o propoziție probabilă
 - c. teza de demonstrat trebuie să rămână aceeași pe tot parcursul demonstrației
 - d. teza de demonstrat trebuie să fie o propoziție infirmată
2. Raționamentul *Niciun pește nu este mamifer, deci niciun mamifer nu este pește* este:
 - a. inductiv, mediat
 - b. deductiv, imediat
 - c. inductiv, imediat
 - d. deductiv, mediat
3. Raportul de contrarietate se stabilește între termenii:
 - a. carte - carte de logică
 - b. elev - român
 - c. urs - mamifer
 - d. pisică - câine
4. Subiectul logic al propoziției *Nicio lecție extraordinară de filosofie nu este utilă ignoranților* este:
 - a. *nu este utilă ignoranților*
 - b. *lecție extraordinară de filosofie*
 - c. *nicio lecție extraordinară*
 - d. *nicio lecție extraordinară de filosofie*
5. Printre regulile de corectitudine ale operației de clasificare se regăsesc:
 - a. regula completitudinii, regula omogenității, regula criteriului unic
 - b. regula opoziției între clase, regula consistenței, regula omogenității
 - c. regula circularității, regula clarității și preciziei, regula criteriului unic
 - d. regula concordanței între clase, regula circularității, regula omogenității
6. Din punct de vedere extensional, termenul *echipă de fotbal* este:
 - a. absolut, general, distributiv, precis
 - b. abstract, singular, compus, vag
 - c. nevid, general, colectiv, precis
 - d. compus, general, colectiv, vag
7. Raționamentul *Unii funcționari publici sunt coruptibili, deci toți funcționarii publici sunt coruptibili* este un exemplu de inducție:
 - a. neomogenă
 - b. negativă
 - c. imorală
 - d. incomplete
8. Raționamentul *Fiecare cetățean educat este responsabil pentru faptele sale, deci toți cetățenii educați sunt responsabili pentru faptele lor* este un exemplu de:
 - a. deducție completă
 - b. inducție completă
 - c. deducție incompletă
 - d. inducție incompletă
9. Extensiunea termenului *prăjitură* este formată din:
 - a. totalitatea prăjiturilor
 - b. savarine, amandine
 - c. zahăr, făină, ouă, rom
 - d. totalitatea consumatorilor
10. Propoziția *Toate examenele sunt de dificultate medie* este:
 - a. particulară negativă
 - b. particulară afirmativă
 - c. universală negativă

d. universală afirmativă

20 de puncte

B. Fie termenii A, B, C și D, astfel încât termenii A și B se află în raport de încrucișare, termenul C se află în raport de încrucișare cu A și cu B, iar D este un termen supraordonat celor trei termeni.

1. Reprezentați, prin metoda diagramelor Euler, pe o diagramă comună, raporturile logice dintre cei patru termeni. 4 puncte

2. Stabiliți, pe baza raporturilor existente între termenii A, B, C, D, care dintre următoarele propoziții sunt adevărate și care sunt false (notați propozițiile adevărate cu litera A, iar propozițiile false cu litera F):

a. Niciun C nu este A.

b. Toți A sunt D.

c. Unii B nu sunt D.

d. Toți A sunt B.

e. Unii C sunt B.

f. Niciun D nu este C.

6 puncte

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

Se dau următoarele propoziții:

1. *Toate insectele sunt animale nevertebrate.*

2. *Nicio știință nu este activitate irațională.*

3. *Unele automobile de epocă sunt bunuri de colecție.*

4. *Unele texte de filosofie nu sunt ușor de înțeles.*

A. Precizați formulele logice corespunzătoare propozițiilor 1 și 4. 2 puncte

B. Construiți, atât în limbaj formal cât și în limbaj natural, contradictoria propoziției 1, contrara propoziției 2, supraalterna propoziției 3, și subcontrara propoziției 4. 8 puncte

C. Aplicați explicit operațiile de conversiune și obversiune, pentru a deriva conversa și obversa corecte ale fiecăreia dintre propozițiile 1 și 3, atât în limbaj formal, cât și în limbaj natural.

8 puncte

D. Construiți, atât în limbaj formal cât și în limbaj natural obversa conversei propoziției 2.

4 puncte

E. Doi elevi, X și Y, opinează astfel:

X: *Dacă toate lebedele sunt păsări migratoare, înseamnă că unele păsări migratoare sunt lebede.*

Y: *Dacă toți elefanții sunt animale de mari dimensiuni, reiese că toate animalele de mari dimensiuni sunt elefanți.*

Pornind de la această situație:

a. scrieți, în limbaj formal, opiniile celor doi elevi; 4 puncte

b. explicați corectitudinea raționamentelor formalizate. 4 puncte

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

A. Fie următoarele două moduri silogistice: aaa-2, aee-4.

1. Scrieți schema de inferență corespunzătoare fiecăruia dintre cele două moduri silogistice date și construiți, în limbaj natural, un silogism care să corespundă uneia dintre cele două scheme de inferență. 8 puncte

2. Verificați explicit, prin metoda diagramelor Venn, validitatea fiecăruia dintre cele două moduri silogistice date, precizând totodată decizia la care ați ajuns. 6 puncte

B. Construiți, atât în limbaj formal cât și în limbaj natural, un silogism valid, prin care să justificați propoziția "*Unele decizii ale părinților nu sunt agreeate de copii*". 6 puncte

C. Fie următorul silogism: *Dacă unii elevi sunt nerăbdători să ajungă studenți, atunci unii liceeni sunt nerăbdători să ajungă studenți, având în vedere că toți liceenii sunt elevi.*

a. Precizați termenul major al silogismului dat. 2 puncte

b. Menționați, în limbaj natural, premisa minoră a silogismului dat. 2 puncte

D. Fie următoarea definiție:

Polițistul este îngerul păzitor din intersecție.

a. Menționați o regulă de corectitudine pe care o încalcă definiția dată. 2 puncte

b. Precizați o altă regulă de corectitudine a definirii, diferită de regula identificată la punctul a. și construiți o definiție care să o încalce, având ca definit termenul „*polițist*”. 4 puncte

Test 2

SUBIECTUL I (30 de puncte)

A. Scrieti pe foaia de examen litera corespunzătoare răspunsului corect, pentru fiecare dintre enunțurile de mai jos. Este corectă o singură variantă de răspuns.

1. Orice demonstrație se compune din:

- a. criteriu, reguli, obiecte
- b. definiție, clasificare, inferență
- c. teză, fundament, proces
- d. termeni, propoziții, reguli

2. Raționamentul *Dacă toți oamenii sunt iubitori ai naturii și toți agricultorii sunt oameni, atunci unii agricultori sunt iubitori ai naturii* este un exemplu concret de raționament:

- a. deductiv imediat
- b. inductiv tare
- c. deductiv mediat
- d. inductiv slab

3. Raportul de contradicție se stabilește între termenii:

- a. copil - elev
- b. zăpadă - omăt
- c. legal - ilegal
- d. nuvelă - roman

4. Predicatul logic al propoziției *Toate examenele importante sunt experiențe de viață utile* este:

- a. *sunt*
- b. *sunt experiențe*
- c. *sunt experiențe de viață*
- d. *experiențe de viață utile*

5. Una din regulile de corectitudine ale operației de clasificare este aceea conform căreia:

- a. criteriul clasificării trebuie să fie util într-o operație
- b. pe aceeași treaptă a clasificării, criteriul trebuie să fie unic
- c. criteriul clasificării trebuie să fie alcătuit numai din termeni singulari
- d. criteriul clasificării trebuie să fie alcătuit numai din termeni simpli

6. Din punct de vedere extensional, termenul *trandafir* este:

- a. vid, singular, colectiv, precis
- b. nevid, general, distributiv, precis
- c. singular, nevid, colectiv, vag
- d. general, vid, distributiv, vag

7. Un exemplu de inducție incompletă este următorul raționament:

- a. *Dacă unii elevi de liceu sunt sportivi, atunci unii sportivi sunt elevi de liceu.*
- b. *Dacă unii elevi de liceu sunt sportivi, atunci alți elevi de liceu nu sunt sportivi.*
- c. *Dacă toți elevii de liceu sunt sportivi, atunci unii elevi de liceu sunt sportivi.*
- d. *Dacă unii elevi de liceu sunt sportivi, atunci toți elevii de liceu sunt sportivi.*

8. Un exemplu de inducție completă este următorul raționament:

- a. *Dacă toți filosofii sunt oameni cumpătați, atunci unii oameni cumpătați sunt filosofi.*
- b. *Dacă unii filosofi sunt oameni cumpătați, atunci toți filosofii sunt oameni cumpătați.*
- c. *Dacă fiecare filosof este om cumpătat, atunci toți filosofii sunt oameni cumpătați.*
- d. *Dacă unii filosofi sunt oameni cumpătați, atunci alți filosofi nu sunt oameni cumpătați.*

9. Dacă termenului *pisică neagră* i se elimină proprietatea *neagră*, atunci:

- a. intensiunea scade, extensiunea crește
- b. intensiunea crește, extensiunea scade
- c. intensiunea crește, extensiunea crește
- d. intensiunea scade, extensiunea scade

10. Propoziția *Unele zile de toamnă sunt călduroase* este:

- a. universală negativă
- b. particulară negativă
- c. universală afirmativă
- d. particulară afirmativă

20 de puncte

B. Fie termenii A, B, C și D, astfel încât termenul A se află în raport de contradicție cu termenul B, termenul C este o specie a lui B, iar termenul A este gen pentru termenul D.

1. Reprezentați, prin metoda diagramelor Euler, pe o diagramă comună, raporturile logice dintre cei patru termeni. 4 puncte

2. Stabiliți, pe baza raporturilor existente între termenii A, B, C, D, care dintre următoarele propoziții sunt adevărate și care sunt false (notați propozițiile adevărate cu litera A, iar propozițiile false cu litera F):

a. Unii A sunt B.

b. Toți D sunt C.

c. Unii B sunt C.

d. Niciun A nu este C.

e. Unii B nu sunt C.

f. Toți A sunt D. 6 puncte

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

Se dau următoarele propoziții:

1. *Toate faptele bune sunt apreciate.*

2. *Unele teorii științifice nu sunt ușor de înțeles.*

3. *Niciun animal domestic nu este agresiv.*

4. *Unele instrumente de scris sunt fabricate manual.*

A. Precizați formulele logice corespunzătoare propozițiilor 1 și 2. 2 puncte

B. Construiți, atât în limbaj formal cât și în limbaj natural, subalternă propoziției 1, contradictoria propoziției 2, contrara propoziției 3 și subcontrara propoziției 4. 8 puncte

C. Aplicați explicit operațiile de conversiune și obversiune, pentru a deriva conversa și obversa corecte ale fiecăreia dintre propozițiile 1 și 3, atât în limbaj formal, cât și în limbaj natural.

8 puncte

D. Construiți, atât în limbaj formal cât și în limbaj natural obversa conversei propoziției 1.

4 puncte

E. Doi elevi, X și Y, opinează astfel:

X: *Dacă niciun automobil nou nu este perfect, atunci toate automobilele noi sunt imperfecte.*

Y: *Dacă toți intelectualii sunt oameni, atunci toți oamenii sunt intelectuali.*

Pornind de la această situație:

a. scrieți, în limbaj formal, opiniile celor doi elevi; 4 puncte

b. precizați corectitudinea/incorectitudinea raționamentelor formalizate; 2 puncte

c. explicați corectitudinea/incorectitudinea raționamentului elevului Y. 2 puncte

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

A. Fie următoarele două moduri silogistice: aai-3, eae-2.

1. Scrieți schema de inferență corespunzătoare fiecăruia dintre cele două moduri silogistice date și construiți, în limbaj natural, un silogism care să corespundă uneia dintre cele două scheme de inferență. 8 puncte

2. Verificați explicit, prin metoda diagramelor Venn, validitatea fiecăruia dintre cele două moduri silogistice date, precizând totodată decizia la care ați ajuns. 6 puncte

B. Construiți, atât în limbaj formal cât și în limbaj natural, un silogism valid, prin care să justificați propoziția "*Unele propoziții afirmative sunt adevărate*". 6 puncte

C. Fie următorul silogism: *Niciun eschimos nu este apicultor, pentru că eschimoșii nu apreciază mierea iar toate persoanele care apreciază mierea sunt apicultori.*

a. Precizați termenul minor al silogismului dat. 2 puncte

b. Menționați, în limbaj natural, premisa majoră a silogismului dat. 2 puncte

D. Fie următoarea definiție:

Logica este știința gândirii logice.

a. Menționați o regulă de corectitudine pe care o încalcă definiția dată. 2 puncte

b. Precizați o altă regulă de corectitudine a definirii, diferită de regula identificată la punctul a. și construiți o definiție care să o încalce, având ca definit termenul „logica”. 4 puncte

Test 3

SUBIECTUL I (30 de puncte)

A. Scrieți pe foaia de examen litera corespunzătoare răspunsului corect, pentru fiecare dintre enunțurile de mai jos. Este corectă o singură variantă de răspuns.

1. Teza de demonstrat:

- a. poate fi o propoziție infirmată
- b. poate fi înlocuită pe parcursul demonstrației
- c. trebuie să fie clar și precis formulată
- d. trebuie să contribuie la demonstrarea fundamentului

2. Raționamentul Dacă toți elevii sunt sportivi, atunci unii sportivi sunt elevi este :

- a. deductiv imediat
- b. deductiv mediat
- c. inductiv imediat
- d. inductiv mediat

3. Termenii fructe și caise se află în raport logic de:

- a. identitate
- b. ordonare
- c. contrarietate
- d. încrucișare

4. Subiectul logic al propoziției Unele flori de primăvară sunt albe este:

- a. unele flori de primăvară
- b. flori de primăvară
- c. unele flori
- d. flori

5. Pe aceeași treaptă a unei clasificări corecte, între clasele obținute trebuie să existe numai raporturi logice de:

- a. opoziție
- b. ordonare
- c. identitate
- d. încrucișare

6. Termenul pisică albă este, din punct de vedere intensional:

- a. nevid, general, distributiv, precis
- b. relativ, abstract, simplu, negativ
- c. vid, singular, colectiv, vag
- d. absolut, concret, compus, pozitiv

7. În cazul unei inducții incomplete, concluzia este:

- a. probabilă
- b. mai puțin generală decât premisele
- c. întotdeauna falsă
- d. întotdeauna adevărată

8. Inducția completă este:

- a. o generalizare într-o clasă infinită de obiecte
- b. o generalizare într-o clasă finită de obiecte
- c. o particularizare într-o clasă infinită de obiecte
- d. o particularizare într-o clasă finită de obiecte

9. Dacă termenului casă de vacanță i se elimină însușirea de vacanță, atunci:

- a. intensiunea și extensiunea scad simultan
- b. intensiunea și extensiunea cresc simultan
- c. intensiunea crește, extensiunea scade
- d. extensiunea crește, intensiunea scade

10. Un sofism este un raționament:

- a. eronat, făcut cu intenție
- b. eronat, făcut fără intenție
- c. corect, făcut cu intenție
- d. corect, făcut fără intenție

20 de puncte

B. Fie termenii A, B, C și D, astfel încât termenul A este în raport de contradicție cu termenul B, termenul C este subordonat termenului A și totodată se află în raport de contrarietate cu termenul D. Termenul D este o specie a termenului A și se află în opoziție cu termenul B.

1. Reprezentați, prin metoda diagramelor Euler, pe o diagramă comună, raporturile logice dintre cei patru termeni. 4 puncte

2. Stabiliți, pe baza raporturilor existente între termenii A, B, C, D, care dintre următoarele propoziții sunt adevărate și care sunt false (notați propozițiile adevărate cu litera A, iar propozițiile false cu litera F):

- Niciun D nu este C.
- Unii C nu sunt A.
- Toți B sunt D.
- Unii D sunt C.
- Unii A sunt C.
- Niciun A nu este B.

6 puncte

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

Se dau următoarele propoziții:

- Niciun lider de opinie nu este timid.
- Unele resurse naturale nu sunt regenerabile.
- Unii studenți sunt antreprenori de succes.
- Toate cosmeticele sunt produse perisabile.

A. Precizați formulele logice corespunzătoare propozițiilor 2 și 4. 2 puncte

B. Construiți, atât în limbaj formal cât și în limbaj natural, contradictoria propoziției 1, subcontrara propoziției 2, supraalterna propoziției 3 și subalterna propoziției 4. 8 puncte

C. Aplicați explicit operațiile de conversiune și obversiune, pentru a deriva conversa și obversa corecte ale fiecăreia dintre propozițiile 1 și 4, atât în limbaj formal, cât și în limbaj natural. 8 puncte

D. Construiți, atât în limbaj formal cât și în limbaj natural, obversa conversei propoziției 3. 4 puncte

E. Doi elevi, X și Y, opinează astfel:

X: Dacă unele fapte nu sunt morale, atunci unele fapte sunt imorale.

Y: Dacă toate legumele sunt alimente sănătoase, atunci toate alimentele sănătoase sunt legume.

Pornind de la această situație:

- scrieți, în limbaj formal, opiniile celor doi elevi; 4 puncte
- precizați corectitudinea/incorectitudinea logică a raționamentelor formalizate; 2 puncte
- explicați corectitudinea/incorectitudinea logică a raționamentului elevului Y. 2 puncte

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

A. Fie următoarele două moduri silogistice: aae-2, iai-3.

1. Scrieți schema de inferență corespunzătoare fiecăruia dintre cele două moduri silogistice date și construiți, în limbaj natural, un silogism care să corespundă uneia dintre cele două scheme de inferență. 8 puncte

2. Verificați explicit, prin metoda diagramelor Venn, validitatea fiecăruia dintre cele două moduri silogistice date, precizând totodată decizia la care ați ajuns. 6 puncte

B. Construiți, atât în limbaj formal cât și în limbaj natural, un silogism valid, prin care să justificați propoziția "Nicio propoziție clară nu este interpretabilă". 6 puncte

C. Fie următorul silogism: Unele cărți ce conțin termeni complicați nu sunt cărți ușor de citit pentru că nicio carte de filosofie nu este ușor de citit, iar toate cărțile de filosofie sunt cărți ce conțin termeni complicați.

Pornind de la silogismul dat, stabiliți care dintre următoarele propoziții sunt adevărate și care sunt false (notați propozițiile adevărate cu litera A, iar propozițiile false cu litera F):

- Termenul mediu este distribuit în ambele premise.
- Predicatul logic al concluziei este reprezentat de termenul „cărți ce conțin termeni complicați”.
- Concluzia silogismului este o propoziție particulară negativă.
- Subiectul logic al concluziei este distribuit atât în premisă, cât și în concluzie. 4 puncte

D. Fie următoarea definiție:

Geografia este știința care studiază munții și câmpiile.

a. Menționați o regulă de corectitudine pe care o încalcă definiția dată. 2 puncte

b. Precizați o altă regulă de corectitudine a defnirii, diferită de regula identificată la punctul a. și construiți o definiție care să o încalce, având ca definit termenul „geografia”. 4 puncte

Test 4

SUBIECTUL I (30 de puncte)

Scrieți pe foaia de examen litera corespunzătoare răspunsului corect, pentru fiecare dintre enunțurile de mai jos. Este corectă o singură variantă de răspuns.

1. Extensiunea termenului număr natural înseamnă:
 - a. sintagma număr natural
 - b. un număr întreg mai mare decât zero
 - c. totalitatea numerelor naturale
 - d. cifre, adunare, scădere etc.
2. Termenul religiozitate este:
 - a. concret, absolut, nevid, vag
 - b. negativ, compus, general, vid
 - c. abstract, simplu, nevid, general
 - d. relativ, pozitiv, distributiv, vid
3. Termenii bacalaureat și examen se află în raport de:
 - a. ordonare
 - b. identitate
 - c. încrucișare
 - d. contrarietate
4. Predicatul logic al propoziției Unele animale vâdate în mod necontrolat sunt pe cale de dispariție este:
 - a. pe cale de dispariție
 - b. pe cale
 - c. sunt pe cale
 - d. sunt
5. Reprezintă o propoziție particulară afirmativă:
 - a. Aproape toți elevii nu și-au făcut tema.
 - b. Doar unii elevi și-au făcut tema.
 - c. Prea mulți elevi nu și-au făcut tema.
 - d. Niciun elev nu și-a făcut tema.
6. Raționamentul deductiv în care, din premise adevărate se obțin numai concluzii adevărate, este:
 - a. complet
 - b. nemijlocit
 - c. valid
 - d. tare
7. Nu se află printre elementele demonstrației:
 - a. fundamentul demonstrației
 - b. regulile demonstrației
 - c. teza de demonstrat
 - d. procedeul de demonstrare
8. Raționamentul Dacă fiecare elev din clasa a IX-a B este bun la chimie, atunci toți elevii din clasa a IX-a B sunt buni la chimie este un exemplu de:
 - a. obversiune
 - b. conversiune
 - c. inducție incompletă
 - d. inducție completă
9. Inducția incompletă este:
 - a. o particularizare, pornind de la toate obiectele unei clase
 - b. o particularizare, pornind de la o parte din obiectele unei clase
 - c. o generalizare, pornind de la toate obiectele unei clase
 - d. o generalizare, pornind de la o parte din obiectele unei clase
10. Pe aceeași treaptă a unei clasificări corecte, între clasele obținute trebuie să existe numai raporturi de:
 - a. contrarietate
 - b. opoziție
 - c. concordanță
 - d. ordonare

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

Se dau următoarele propoziții:

1. Unele forme de guvernământ sunt monarhii.
 2. Toate costumele scumpe sunt haine elegante.
 3. Unii profesori nu sunt vorbitori de limba franceză.
 4. Nicio prăjitură cu ciocolată nu este aliment dietetic.
- A. Precizați formula propoziției 4. 2 puncte
- B. Construiți, atât în limbaj formal cât și în limbaj natural, subcontrara propoziției 3 și supraalternă propoziției 1. 6 puncte
- C. Aplicați explicit operațiile de conversiune și obversiune, pentru a deriva conversa și obversa corecte ale fiecăreia dintre propozițiile 2 și 4, atât în limbaj formal, cât și în limbaj natural. 10 puncte
- D. Reprezentați prin metoda diagramelor Euler propoziția categorică 3. 4 puncte
- E. Doi elevi, X și Y, au următoarele opinii:
X: Dacă unii oameni nu sunt profesori, atunci unii profesori nu sunt oameni.
Y: Dacă nicio faptă morală nu este acțiune interesată, atunci nicio acțiune interesată nu este faptă morală.
Pornind de la această situație:
- a. formalizați demersul logic specific celor două raționamente; 4 puncte
 - b. explicați corectitudinea raționamentelor formalizate. 4 puncte

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

- A. Fie următoarele două moduri silogistice: aaa-1, eao-3.
1. Scrieți schema de inferență corespunzătoare fiecăreia dintre cele două moduri silogistice date și construiți, în limbaj natural, un silogism care să corespundă uneia dintre cele două scheme de inferență. 8 puncte
 2. Verificați explicit, prin metoda diagramelor Venn, validitatea oricăreia dintre cele două moduri silogistice date, precizând totodată decizia la care ați ajuns. 4 puncte
- B. Construiți, atât în limbaj formal cât și în limbaj natural, un argument valid cu două premise, prin care să justificați propoziția “Unele acte umane sunt imorale”. 8 puncte
- C. Fie următoarea definiție:
Medicul este persoana care practică medicina.
- a. Precizați o regulă de corectitudine pe care o încalcă definiția dată. 2 puncte
 - b. Menționați două reguli de corectitudine a definirii, diferite de regula de la punctul a. și construiți, pentru fiecare dintre acestea, câte o definiție care să le încalce. 8 puncte

Test 5

SUBIECTULI (30 de puncte)

Scrieți pe foaia de examen litera corespunzătoare răspunsului corect, pentru fiecare dintre enunțurile de mai jos. Este corectă o singură variantă de răspuns.

1. Intensiunea este un element din structura unui termen care:
 - a. reprezintă componenta lingvistică a termenului
 - b. redă în plan mintal proprietățile obiectelor care aparțin clasei respective de obiecte
 - c. se referă la totalitatea obiectelor care formează clasa respectivă de obiecte
 - d. reprezintă cuvântul sau grupul de cuvinte prin care se exprimă termenul
2. Din punct de vedere extensional, termenul Marea Neagră este un termen:
 - a. vid
 - b. singular
 - c. general
 - d. vag
3. Între termenii tigru și mamifer există un raport de:
 - a. ordonare
 - b. contrarietate
 - c. contradicție
 - d. încrucișare

4. Predicatul logic al propoziției „Unele fapte importante sunt acțiuni care au la bază impulsuri inconștiente” este:
 - a. au la bază
 - b. fapte importante
 - c. impulsuri inconștiente
 - d. acțiuni care au la bază impulsuri inconștiente

5. Reprezintă o propoziție universal afirmativă propoziția:
 - a. România este o țară membră a Uniunii Europene
 - b. Câteva documente au ars în urma incendiului
 - c. Nimeni nu este drept de bunăvoie
 - d. Multe persoane nu au primit împrumuturile solicitate

6. Conversiunea este un tip de raționament:
 - a. deductiv mediat
 - b. deductiv imediat
 - c. inductiv tare
 - d. inductiv slab

7. Teza de demonstrat este:
 - a. o propoziție concretă pe care o propunem și pe care urmează să o argumentăm
 - b. o premisă din care putem conchide propoziția care urmează să fie demonstrată
 - c. raționamentul prin care deducem propoziția care urmează să fie demonstrată
 - d. procesul prin care o propoziție dată este conchisă numai din propoziții adevărate

8. În cazul inducției complete concluzia este:
 - a. întotdeauna probabilă
 - b. întotdeauna falsă
 - c. probabilă, dacă premisele sunt adevărate
 - d. adevărată, dacă premisele sunt adevărate

9. Inferența „Difteria și variola sunt produse de microbi. Difteria și variola sunt boli contagioase. Prin urmare, toate bolile contagioase sunt produse de microbi.”, este un exemplu de:
 - a. inferență deductivă mediată
 - b. inferență deductivă imediată;
 - c. inducție completă
 - d. inducție incompletă

10. Un sofism este:
 - a. o eroare logică produsă în mod intenționat
 - b. o eroare logică produsă în mod neintenționat
 - c. un argument valid
 - d. un silogism valid

SUBIECTUL al II-le (30 de puncte)

Se dau următoarele propoziții:

1. *Nicio experiență de viață nu este inutilă.*
2. *Unele acțiuni umane nu sunt legale.*
3. *Toți cocorii sunt păsări migratoare.*
4. *Unii bărbați sunt bucătari talentați.*

A. Precizați formula propoziției 2. 2 puncte

B. Construiți, atât în limbaj formal câtși în limbaj natural, contrara propoziției 1 și subcontrara propoziției 4. 6 puncte

C. Aplicați explicit operațiile de conversiune și obversiune, pentru a deriva conversa și obversa corecte ale fiecăreia dintre propozițiile 3 și 4, atât în limbaj formal, cât și în limbaj natural.

D. Reprezentați prin metoda diagramelor Euler propoziția categorică 2.

E. Doi elevi, X și Y, opinează astfel:

X: *Dacă unele figuri geometrice nu sunt dreptunghiuri, atunci unele dreptunghiuri nu sunt figuri geometrice.*

Y: *Dacă toate reptilele sunt vertebrate, atunci unele vertebrate sunt reptile.*

Pornind de la această situație:

a. formalizați demersul logic specific celor două raționamente;

4 puncte

b. explicați corectitudinea raționamentelor formalizate. 4 puncte

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

A. Fie următoarele două moduri silogistice: aii-1, eao-4.

1. Scrieți schema de inferență corespunzătoare fiecăruia dintre cele două moduri silogistice date și construiți, în limbaj natural, un silogism care să corespundă uneia dintre cele două scheme de inferență. 8 puncte

2. Verificați explicit, prin metoda diagramelor Venn, validitatea oricăruia dintre cele două moduri silogistice date, precizând totodată decizia la care ați ajuns. 4 puncte

B. Construiți, atât în limbaj formal cât și în limbaj natural, un argument valid cu două premise, prin care să justificați propoziția Unii oameni nu sunt onești. 8 puncte

C. Fie următoarea definiție:

Logica =df știința logicii

a. Precizați o regulă de corectitudine pe care o încalcă definiția dată. 2 puncte

b. Menționați două reguli de corectitudine a definirii, diferite de regula de la punctul a. și construiți, pentru fiecare dintre acestea, câte o definiție care să le încalce.

8 puncte

CUPRINS

Capitolul 1. Limba și literatura română.....	2
Capitolul 2. Matematică	65
Capitolul 3. Geografie	132
Capitolul 4. Psihologie	155
Capitolul 5. Logică.....	167
CUPRINS	199