

Colectivul de autori:
Emanoil Remus Cazacu, Elena Simona Lăcătușu, Simona Andreea Șova,
Alina Filimon, Radu Isaic

AUXILIAR CURRICULAR

pentru
examenul de bacalaureat

- ediția a IV-a, revizuită și adăugită -

Filiera Tehnologică **Profil Tehnic**

Material elaborat în cadrul
Proiectului privind Învățământul Secundar (ROSE)
cu avizul Inspectoratului Școlar Județean Bacău
Beneficiar: Colegiul „N.V. Karpen“ Bacău
Titlul subproiectului: „Karpen – Școala progresului“
Acord de grant nr. 577/SGL/RII/02.10.2018

Editura KARPEN DIEM
BACĂU
2024

Coordonatori:

Prof. Emanoil Remus Cazacu
Prof. Elena-Simona Lăcătușu
Prof. dr. Simona-Andreea Șova
Ing Radu Isaic

Contribuția profesorilor la elaborarea compendiului:

Prof. dr. Mihai Ardei Prof. Camelia Ciorcilă Prof. Adina-Elena Coșescu Prof. Elena Pârlog Prof. Adina Tămi Prof. Ioana Trișcaș	Capitolul 1. Limba și literatură română
Prof. Beatris Anghel Prof. Daniela Berteza Prof. Magda Enea Prof. Cristina Măgirescu Prof. Eugen Păduraru	Capitolul 2. Matematică
Prof. Elena Frigură Prof. Alina Paraschiv	Capitolul 3. Biologie
Prof. Gheorghe Ilcoș	Capitolul 4. Chimie
Prof. Vasilica Tamba	Capitolul 5. Fizică

Corectură: Alina Filimon, Radu Isaic, Vasile Lezeriuc

Copertă: Radu Isaic, Daniela Andronic

DTP: Radu Isaic, Vasile Lezeriuc

**Auxiliar curricular ptr examenul de bacalaureat, ed. a IV-a revizuită și
adăugită – Filiera Tehnologică - Profil Tehnic – 2024**

ISBN 978-606-95802-2-6

ARGUMENT

Dragi elevi,

Auxiliarul curricular pentru examenul de bacalaureat reprezintă un material elaborat în cadrul Proiectului privind învățământul secundar (ROSE), subproiect „Karpen – Școala progresului”, finanțat prin Schema de Granturi pentru Licee (SGL). Prezentul ghid este un suport de instruire menit să vă ofere un real sprijin în pregătirea examenului de bacalaureat.

În realizarea acestui suport, autorii au avut în vedere curricula școlară în ansamblul său (competențe generale, valori și atitudini, competențe specifice, conținuturi și sugestii metodologice), pentru toate disciplinele la care veți susține examenul, iar structura și conținutul respectă Programa pentru Examenul de Bacalaureat.

Lucrarea de față își propune să vă ofere o sinteză de informații, aplicații și probe de evaluare pentru toate disciplinele la care veți susține examenul de bacalaureat. Ea răspunde la principalele cerințe ale examenului, utilitatea acesteia fiind susținută din mai multe puncte de vedere: permite învățarea individuală, în ritm propriu, modul în care sunt prezentate sintezele și aplicațiile asigură o înțelegere temeinică a conținuturilor și vă veți familiariza cu structura subiectelor, cu gradul lor de dificultate, primul pas pentru o învățare de calitate.

Autorii au ordonat conținuturile pe disciplinele la care veți susține probele scrise ale examenului, astfel încât utilizarea ghidului să fie accesibilă vouă. Ghidul prezintă o serie de sinteze, ordonate în raport cu exigențele programei școlare, urmate de aplicații care vizează dobândirea competențelor și înțelegerea conținuturilor și activități de evaluare.

Cu siguranță, prezentul material, cumulat cu eforturile voastre și susținerea nemijlocită a cadrelor didactice, va contribui la creșterea calității procesului educațional și la facilitarea obținerii unor rezultate corespunzătoare așteptărilor la examenul de bacalaureat.

Autorii

LISTA DISCIPLINELOR la care se susține examenul de bacalaureat

1. PROBELE DE EVALUARE A COMPETENȚELOR LINGVISTICE ȘI DIGITALE

- A - Probă de evaluare a competențelor de comunicare orală în limba română (probă orală)
- B - Probă de evaluare a competențelor de comunicare orală în limba maternă
- C - Probă de evaluare a competenței lingvistice într-o limbă de circulație internațională studiată în liceu (probă orală, scrisă și practică)
- D - Probă de evaluare a competențelor digitale (probă scrisă/practică)

2. PROBELE SCRISE

- E a) – Limba și literatura română
- E c) – Matematică
- E d) – Fizică, Chimie, Biologie, (probă scrisă la alegere).

Capitolul 1. Limba și literatura română

Lista de conținuturi

I. GENUL LIRIC

1. Lirica romantică: Mihai Eminescu, *Luceafărul*
2. Lirica simbolistă: George Bacovia, *Plumb*
3. Lirica modernistă: Lucian Blaga: *Eu nu strivesc corola de minuni a lumii*
Tudor Arghezi: *Testament, Flori de mucigai*
Ion Barbu: *Din ceas dedus, Riga Crypto și Iapona Enigel*
4. Lirica tradiționalistă: Vasile Voiculescu: *În Grădina Ghetsemani*
Ion Pillat: *Aci sosi pe vremuri*
5. Lirica neomodernistă: Nichita Stănescu, *Leoaică tânără, iubirea*

II. GENUL EPIC

1. Basmul cult: Ion Creangă, *Povestea lui Harap-Alb*
2. Nuvela realist-psihologică: Ioan Slavici, *Moara cu noroc*
3. Nuvela romantică: Costache Negruzzi, *Alexandru Lăpușneanu*
4. Romanul tradițional, interbelic: Mihail Sadoveanu, *Baltagul*
5. Romanul obiectiv, realist, interbelic: Liviu Rebreanu, *Ion*
6. Romanul obiectiv, realist de tip balzacian, interbelic: George Călinescu, *Enigma Otiliei*
7. Romanul subiectiv, modern, psihologic, interbelic: Camil Petrescu, *Ultima noapte de dragoste, întâia noapte de război*
8. Roman obiectiv, realist, postbelic: Marin Preda, *Moromeții*

III. GENUL DRAMATIC

1. Comedia: I. L. Caragiale, *O scrisoare pierdută*
2. Drama postbelică: Marin Sorescu, *Iona*

IV. DACIA LITERARĂ

V. TITU MAIORESCU

VI. MODERNISMUL ROMÂNESC: EUGEN LOVINESCU

VII. CURENTE LITERARE ȘI CULTURALE

VIII. GENURI LITERARE

I. GENUL LIRIC

1. Poemul filozofic romantic

Luceafărul, de Mihai Eminescu



Context:

Poemul *Luceafărul* a apărut în *Almanahul Societății Academice Social-Literare România Jună* din Viena, în anul 1883, apoi a fost reprodus în revista „Convorbiri literare”.

Surse de inspirație:

Poemul a fost inspirat din basmul popular românesc *Fata în grădina de aur*, pe care-l culege și-l reproduce germanul Richard Kunisch în memorialul său de călătorie prin Balcani. O altă sursă de inspirație o constituie basmul *Miron și frumoasa fără corp* și motivul zburătorului. Mihai Eminescu valorifică surse mitologice și filozofice precum antinomiile dintre omul de geniu și omul comun, din filozofia lui Schopenhauer.

Poem alegoric:

Luceafărul, de Mihai Eminescu, este o alegorie pe tema geniului, dar și o meditație asupra condiției umane duale. Mihai Eminescu însuși notează într-un manuscris: „*În descrierea unui voiaj în Țările române, germanul K. povestește legenda Luceafărului. Aceasta este povestea. Ia rînțelesul alegoric cei-am dat este că, dacăgeniul nu are nici moarte și numele lui scapă de noaptea uitării, pe de altă parte aici pe pământ nici e capabil de a ferici pe cineva, nici capabil de a fi fericit. El n-are moarte, dar n-are nici noroc.*”

Lirismul:

În text se regăsește lirismul măștilor. Potrivit lui Tudor Vianu „personajele” poemului devin „voci” ale poetului, măștile lui. Poetul s-a proiectat nu numai sub chipul lui Hyperion-geniul, ci și sub chipul lui Cătălin, reprezentând aspectul teluric al bărbatului, sau al Demiurgului, sugerând aspirația spre impersonalitatea universală, dar și sub chipul Cătălinei, muritoarea care-și dorește atingerea absolutului.

Tema:

Tema poemului este de factură romantică: problematica omului de geniu în raport cu lumea.

Compoziția:

Poemul este structurat în patru tablouri: în primul și în ultimul, cele două planuri, terestru și comic, interferează, iar în tablourile al doilea și al treilea ele se separă. Dialogul din tabloul al doilea are loc în plan terestru, în timp ce în al treilea tablou dialogul se poartă în plan cosmic.

Tabloul întâi cuprinde strofele 1-43 și reunește planurile terestru și cosmic. Acest tablou se constituie din mai multe secvențe:

- portretul fetei de împărat;
- momentul îndrăgostirii, definit cu termenul popular „dor”;
- întâlnirea celor doi în spațiul visului, acolo unde comunicarea este posibilă și poate depăși barierele incompatibilității;
- incantația fetei;
- cele două întrupări ale Luceafărului și cele două refuzuri ale fetei de împărat.

Tabloul al II-lea cuprinde strofele 44-64 și se subordonează planului uman-terestru. Secvențele care compun al doilea tablou sunt:

- portretul fizic și moral al lui Cătălin;
- jocul erotic inițiat de Cătălin pentru a o cuceri pe Cătălina;
- Cătălina se prinde în scenariul erotic, revarsă asupra lui Cătălin iubirea magică ce-o resimte pentru Luceafăr și recunoaște în el perechea: „Te-ai potrivi cu mine”.

Tabloul al III-lea cuprinde strofele 65-85 iar dialogul dintre Luceafăr și Demiurg are loc în plan cosmic. Timpul capătă alte valențe, se măsoară în ani lumină și presupune o derulare inversă spre punctul zero al creației. Acest tablou se constituie din mai multe secvențe:

- zborul intergalactic al Luceafărului, călătoria oferă o viziune asupra cosmosului și asupra dimensiunilor acestuia, ce prefigurează cele mai noi teorii cosmogonice;
- monologul Luceafărului adresat Demiurgului prin care-i cere liberarea de „gruel negrei veșnicii”
- răspunsul Demiurgului care încearcă să-i tempereze elanul dionisiac și să-l inițieze în dobândirea atitudinii apolinice. Monologul are trei secvențe: deșertăciunea lumii și a existenței umane, oferirea spre compensație Luceafărului a trei ipostaze de întrupare: de înțelept sau filozof, de poet sau cântăreț orfic și de conducător de oști, de împărat, care poate supune lumea, satira la adresa inconsecvenței acțiunilor și sentimentelor umane.

În **tabloul al IV-lea** dialogul are loc atât în plan terestru, cât și cosmic și cuprinde strofele 86-98. Este descrisă, într-un cadru romantic, idila dintre Cătălin și Cătălina. Una dintre secvențele acestui tablou o reprezintă pastelul terestru. Natura devine spațiul protector al celor doi îndrăgostiți. Urmează monologul lui Cătălin, care demonstrează forța transfiguratoare a iubirii. Cătălina, acum îndrăgostită de Cătălin, se adresează pentru ultima oară Luceafărului, invocându-l, de data aceasta, ca stea norocoasă. Răspunsul Luceafărului la chemarea fetei se constituie într-un monolog prin care se pun în evidență detașarea, retragerea din spațiile siderale ale spiritului, însingurarea cosmică. Discursul său este construit pe antiteza dintre condiția omului de geniu și cea a omului comun. Metafora „cercul strâmt” nu reprezintă doar spațiul limitat al existenței umane, ci și al cunoașterii în care este prizonier omul, iar metafora „lumea mea” sugerează accesul la cunoașterea absolută, căreia i se dedică omul de geniu.

Trăsături romantice ale poemului:

- sursele de inspirație;
- amestecul genurilor literare;
- teme și motive romantice;

-antiteza ca procedeu artistic principal al poemului.

Particularități de limbaj și de expresivitate poetică:

La nivel fonetic și prozodic sesizăm utilizarea fonetismelor arhaice conservate în graiul moldovenesc și ardelenesc („brață”, „răzima”, „mânile”, „străluce” etc), muzicalitatea meditativă a versurilor, alternanța tonului minor cu cel major, odată cu alternarea planurilor uman-terestru, universal-cosmic.

La nivel lexico-semantic se remarcă prezența unui vocabular în mare parte de cuvinte și expresii populare („băiat din flori”, „îi cade dragă fata”, „să-mi dai o gură”, „acu-iacu”, „bată-i vina”etc.).

La nivel morfologic constatăm prezența verbelor la imperativ („cobori”, „pătrunde”, „luminează”), verbe la imperfect cu valoare durativă („creșteau”, „treceau”, „părea”, „vedeau”), verbe la perfect simplu („se făcu”, „se ivi”) care dau oralitate textului, folosirea interjecțiilor („mări”, „ia”).

La nivel stilistic se observă prezența figurilor de stil precum: antiteza geniu-om comun, epitetul („mândru”, „frumos”, „mare”, „viu” etc.), comparația („Și mândră-n toate cele/Cum e Fecioara între sfinți/Și luna între stele”, „Cu obrăjori ca doi bujori”), metafora („sfera mea”, „cercul strâmt”, „ești visul meu din urmă” etc.), hiperbola („Privirea ta mă arde”, „Venea plutind în adevăr/Scăldat în foc de soare”).

Concluzia:

Poemul *Luceafărul*, de Mihai Eminescu, armonizează atât teme, motive, elemente ale imaginarului poetic, atitudini romantice, cât și simbolurile morții și ale vieții.



Activități de învățare:

1. Precizează trăsăturile definiției ale Luceafărului în cele două ipostaze ale întrupării sale.
2. Comentează antiteza ce se creează în text între „setea de repaos” și „dorul nemărginit”.
3. Explică semnificația sintagmei „chip de lut” pe care o folosește astrul când i se adresează fetei.
4. Identifică sensurile cuvântului „noroc” folosit atât de Luceafăr, cât și de Cătălina.
5. Comentează metafora „o oră de iubire”.
6. Transcrie versurile în care este prezentă antiteza nemuritor-pământean, din tabloul al III-lea.
7. Identifică sursele de inspirație folclorică și filozofică ce au dus la crearea poemului *Luceafărul*.



Activități de evaluare:

1. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, despre tema și viziunea despre lume într-un text liric romantic studiat, aparținând lui Mihai Eminescu.
2. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți particularități ale unui text poetic studiat, aparținând lui Mihai Eminescu.

Bibliografie:

1. Murărașu, D. – *Mihai Eminescu – viața și opera*, Editura Eminescu, București, 1983;
2. Papu, Edgar – *Poezia lui Eminescu*, Editura Minerva, București, 1971;
3. Todoran, Eugen – *Eminescu*, Editura Minerva, București, 1972.

2. Poezia simbolistă

Plumb, de George Bacovia



Context:

Poezia simbolistă *Plumb* deschide volumul cu același titlu, apărut în 1916, definindu-l în totalitate.

Elemente simboliste:

Textul poeziei se înscrie în lirica simbolistă prin: folosirea simbolurilor, tehnica repetițiilor, cromatica și dramatismul trăirii eului liric. Dramatismul este sugerat de corespondența ce se stabilește între materie și spirit.

Titlu:

Titlul poeziei este simbolul *plumb*, care sugerează apăsarea, angoasa, greutatea sufocantă, cenușiul existențial, universal monoton, închiderea definitivă a spațiului existențial, fără soluții de ieșire.

Tema:

Tema poeziei o constituie condiția poetului într-o societate artificială, lipsită de aspirații.

Structura textului:

Poezia este structurată în două catrene construite pe baza lexemului *plumb*, care este reluat în șase din cele opt versuri. Cele două strofe corespund celor două planuri ale realității: realitatea exterioară, obiectivă, simbolizată de cimitir și de cavou și realitatea interioară, subiectivă, simbolizată de sentimentul iubirii, a cărui invocare se face cu disperare.

Limba și expresivitate:

Strofa I surprinde elemente ale cadrului spațial închis, apăsător, sufocant, în care eul liric se simte clausturat: **cavoul** simbolizează universul interior. Elementele decorului funerar sunt: „sicriile de plumb”, „vestmântul funerar”, „flori de plumb”, obiecte funerare de duzină, tipice pentru mica burghezie de provincie.

Strofa a II-a debutează sub semnul tragicului existențial, generat de moartea afectivității:

„Dormea întors amorul meu de plumb”. Cuvântul „întors” constituie misterul poeziei. Probabil este vorba, așa cum spunea Blaga, despre întoarcerea mortului cu fața spre apus. „Aripile de plumb” presupun un zbor în jos, căderea surdă și grea, moartea. Încercarea de salvare este iluzorie: „Și-am început să-l strig”. Starea de solitudine a eului lyric este sugerată de repetarea sintagmei „stam singur”, care alături de celelalte simboluri accentuează senzația de pustietate sufletească.

Nivelul fonetic, elemente de prozodie:

La nivel fonetic, cuvântul „plumb” cuprinde o vocală închisă de câte două consoane „grele”, ceea ce sugerează o închidere a spațiului. În restul poeziei predomină vocalele *o, i, u*, dând glas vidului lăuntric. În ceea ce privește prozodia, **Plumb** are o construcție riguroasă, care sugerează prezența morții, prin închiderea versurilor cu rimă îmbrățișată, măsură fixă de 10 silabe, iambul alternând cu amfibrahul.

Nivelul morfologic:

La nivel morfologic se remarcă timpul imperfect, care desemnează recutul nedeterminat, permanența unei stări de angoasă: *dormeau, stam, era, scârâiau, atârnavu*. Cele două verbe la perfect compus - *am început* și, respectiv, la conjunctiv - *să strig*, sugerează disperarea eului lyric atunci când conștientizează că universul înconjurător este cuprins de atmosfera sumbră a morții.

Nivelul sintactic:

Textul este structurat pe o serie de propoziții principale, independente, coordonate prin juxtapunere sau copulative. Se mai remarcă și topica inversă, cu subiectul postpus: „Dormea întors amorul”. Repetarea conjuncției copulative „și” realizează suprapunerea de imagini pentru a reda aceeași stare.

Nivelul lexical:

Se remarcă prezența lexemelor din câmpul semantic al *morții*: *sicriu, cavou, funerar, coroană, mort*. Repetarea aceluiași cuvinte are ca efect monotonia.

Nivelul stilistic:

Este prezent simbolul *plumb*, asociat metaforelor: „*flori de plumb*”, „*coroanele de plumb*”, „*aripile de plumb*” și expresivitatea epitetului din versul: „*Dormea întors amorul meu de plumb*”.

Concluzia:

Prin atmosferă, muzicalitate, folosirea sugestiei, a simbolului, a corespondențelor, zugrăvirea stărilor de angoasă și spleen, poezia **Plumb** se încadrează în lirica simbolistă.



Activități de învățare:

1. Enumeră cel puțin trei trăsături ale simbolismului din textul poeziei.
2. Care sunt sursele muzicalității în poezia „Plumb”?
3. Argumentează că poezia „Plumb” este simbolistă.
4. Identifică și comentează tipul de lirism din text.



Activități de evaluare:

1. Scrie un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți tema și viziunea despre lume într-un text poetic studiat la clasă, aparținând simbolismului.
2. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți particularități ale unui text poetic studiat, aparținând lui George Bacovia.
3. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să argumentezi apartenența la simbolism a unui text poetic studiat.

Bibliografie:

1. Flămând, Dinu – *Introducere în opera lui G. Bacovia*;
2. Petroveanu, Mihai – *George Bacovia*, Editura pentru Literatură, București, 1969;
3. Trandafir, Constantin – *Poezia lui Bacovia*, Editura Saeculum, București, 2001.

3. Modernismul interbelic

„Eu nu strivesc corola de minuni a lumii”, de Lucian Blaga



Context

Poezia „Eu nu strivesc corola de minuni a lumii” a fost publicată în volumul de debut al poetului intitulat „Poemele luminii”, apărut în 1919 și este una dintre cele mai cunoscute arte poetice ale literaturii române.

1. Trăsături: specie literară, curent literar

Specie literară: artă poetică (poezie programatică), meditație filosofică.

Curent literar: aparține curentului modernist prin apariția în perioada interbelică, ponderea elementului filosofic, caracterul programatic, folosirea versului liber și a ingambamentului.

2. Imagini artistice și idei poetice semnificative pentru tema și viziunea despre lume a lui Lucian Blaga

Tema: este cea programatică, prezentând condiția filosofică a artistului într-o lume modernă preocupată de cunoașterea realităților de esență și de suprafață.

Viziunea despre lume: eul liric se declară un adept al cunoașterii luciferice, considerând că misterul universului trebuie protejat.

3. Elemente de compoziție și de limbaj ale textului poetic

Tipul de lirism: este cel subiectiv, deoarece eul liric își face simțită prezența prin pronume, adjective pronominale și verbe la persoana I, numărul singular: *eu, mea, mei, nu strivesc* etc.

Titlul: conține o metaforă revelatorie care pune accentul asupra frumuseții de neînchipuit a universului, frumusețe care trebuie păstrată cu orice preț.

Relații de opoziție: adepții cunoașterii luciferice sunt în antiteză față de cei ai cunoașterii paradiziace.

Relații de simetrie: enumerarea celor patru forme vizibile ale misterului se face atât la început, cât și la sfârșit.

Motive poetice: *misterul* și *lumina* sunt idei adesea reluate în poezie datorită forței celor două cuvinte de a pune în evidență liniile gândirii filosofice blagiene.

Compoziția: poezia are forma unui monolog confesiv cu trei secvențe lirice (versurile 1-5, 6-18, 19-20).

4. Analiza textului poetic

Prima secvență lirică subliniază poziția teoretică a eului liric față de problema misterului universal. Verbele *nu strivesc* și *nuucid* îl plasează în sfera cunoașterii luciferice, iar el preferă să contemple formele vizibile ale misterului: *flori, ochi, buze, morminte*.

A doua secvență lirică pune în evidență caracterul negativ al adepților cunoașterii paradiziace care încearcă abuziv să cerceteze misterul universal și nu reușesc altceva decât să-și irosească timpul și bucuria de a trăi. Eul liric îi condamnă, arătând valoarea misterului de nepătruns. Față de acest mister, datoria ființei umane este nu numai de a-l păstra, ci chiar de a-l amplifica, într-o manieră similară luminii lunii care păstrează neclare contururile obiectelor în timpul nopții: „*ci tremurătoare mărește și mai tare taina nopții*”.

A treia secvență lirică oferă o motivație de natură afectivă a atitudinii eului liric: el se comportă astfel cu misterul universal și cu formele sale vizibile pentru că le poartă o mare iubire.

Inovații prozodice: versul liber și ingambamentul

Limbajul poetic: pronumele personal *eu* devine un leitmotiv al poeziei, discursul poetic intelectual (exprimând trăiri umane profunde, elevate), importanța metaforei ce nu reprezintă o simplă figură de stil, ci o modalitate artistică de înțelegere a lumii înconjurătoare).



5. Activități de învățare:

1. Identifică o temă și două motive literare în poezia studiată.
2. Comentează semnificația pronumelui nehotărât ”altora” din text.
3. Explică forma de plural a pronumelui ”altora”, în opoziție cu singularul *mea / eu*.
4. Identifică secvențele lirice ale textului.
5. Formulează trei enunțuri pentru a exprima mesajul filosofic al fiecărei secvențe identificate.
6. Comentează reluarea titlului în primul vers al poeziei.
7. Transcrie o enumerație relevantă pentru conturarea mesajului filosofic al poeziei.
8. Explică simbolistica fiecăruia termen al enumerației selectate.



6. Itemi pentru evaluarea sumativă:

6.1. Se dă textul:

*„Pe spate ne-am întins în iarbă: tu și eu.
Văzduh topit ca ceara-n arșița de soare
curgea de-a lungul peste miriști ca un râu.
Tăcere apăsătoare stăpânea pământul
și-o întrebare mi-a căzut în suflet până-n fund.*

*N-avea să-mi spună
nimic pământul? Tot pământu-acesta
neîndurător de larg și-ucigător de mut,
nimic?*

*Ca să-l aud mai bine mi-am lipit
de glii urechea - indoielnic și supus -
și pe sub glii ți-am auzit
a inimei bătaie zgomotoasă.*

Pământul răspundea.”

(Lucian Blaga, *Pământul*)

Cerințe:

1. Menționează o temă și un motiv literar din text.
2. Identifică două mărci lexico-gramaticale ale prezenței eului liric în text.
3. Transcrie o comparație, o metaforă și o interogație retorică și explică sensul uneia dintre ele.
4. Identifică valoarea expresivă a reluării verbului ”a spune”.
5. Prezintă semnificația titlului în raport cu textul poetic.
6. Argumentează, prin evidențierea a două trăsături, apartenența textului dat la genul liric.
7. Argumentează, prin evidențierea a două trăsături, apartenența textului dat la curentul literar modernism.
8. Ilustrează una dintre caracteristicile limbajului poetic (de exemplu: expresivitate, ambiguitate, sugestie, reflexivitate) prezentă în textul dat.

6.2. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți particularități ale unui text poetic modernist studiat, aparținând lui Lucian Blaga.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

-evidențierea a două trăsături care fac posibilă încadrarea textului poetic studiat într-un curent cultural / literar;

-prezentarea modului în care tema se reflectă în textul poetic studiat, prin comentarea a două imagini sau idei poetice;

-analiza, la alegere, a două elemente de compoziție și de limbaj, semnificative pentru textul poetic studiat, din seria: titlu, imaginar poetic, figuri semantice (tropi), motive poetice.

Bibliografie:

1. Braga, Corin – *Lucian Blaga. Geneza lumilor posibile*, Editura Institutul European, Iași, 1998;
2. Pop, Ion – *Lucian Blaga – universul liric*, Editura Cartea Românească, București, 1981;
3. Tănase, Al. – *Lucian Blaga – filosoful poet, poetul filosof*, Editura Cartea Românească, București, 1977.

Modernismul interbelic

Testament

de Tudor Arghezi



„Am căutat cuvinte virginale, cuvinte puturoase, cuvinte cu râie, cuvinte care asaltează ca viespile sau liniștesc ca răcoarea, cuvinte fulgi, cuvinte aer, cuvinte metal”. (Tudor Arghezi)

Context:

Charles Baudelaire afirma că din urât poetul va naște „un farmec nou”. Acest crez poetic poate fi recunoscut în programul estetic arghezian din *Testament*, poezie ce deschide volumul de debut „*Cuvinte potrivite*”(1927), esențializat în versurile „Din bube, mucegaiuri și noroi/ Iscat-am frumuseți și prețuri noi.”

1. Trăsături: specie literară, curent literar

- **Specie literară:** artă poetică, *Testament* este o poezie cu un pronunțat caracter programatic în care se ilustrează concepția autorului despre rolul artei și al artistului în lume, din care transpar teme și motive recurente.

- **Curent literar:** Modernism prin: innoirea prozodiei, metafora ce încifrează mesajul discursului liric, estetica urâtului, caracter confesiv, subiectivitatea lirismului, metalimbaj,

2. Elemente de compoziție și nivel ideatic

-**Titlul:** este un motiv anticipativ, cu valoare simbolică, întrucât avertizează cititorul asupra temei literare: *rolul artei și al artistului în lume*. Metafora simbol, *testament*, introduce ideea de moștenire literară, astfel încât poezia devine lecție de învățătură bazată pe o experiență existențială amplă, cea a străbunilor, care trebuie respectată, însușită și asumată. Astfel, creația, poezia devine o modalitate de traversare a limitelor spațiale și temporale, prin comunicarea cu generațiile viitoare. Prin tematica abordată poezia argheziană se încadrează în modernism.

-**Tema:** *Testament* este o poezie cu un pronunțat caracter programatic în care se ilustrează concepția autorului despre rolul artei și al artistului în lume, din care transpar teme și motive recurente. Din perspectivă argheziană, arta trebuie să transmită un crez, o atitudine față de lume. Mesajul acesteia este ascuns în simboluri care fascinează, modelează subtil mentalitatea cititorului. În ipostaza de creator, eul poetic devine reprezentant al creatorului, al celui care schimbă, transformă realitatea în poezie.

- **Compoziția:** Concepută în trei secvențe lirice, cu un număr inegal de versuri, *Testament* reprezintă o definiție poetică a artei și în egală măsură a rostului creatorului a cărui creație înseamnă trudă și migală, meșteșug al cuvintelor.

- Imaginar poetic, figuri semantice/ tropi

- **Prima secvență poetică**, formată din primele douăsprezece versuri, se organizează în jurul câtorva termeni „carte”, „fiule”, „străbuni”, „treaptă”, care evidențiază integrarea poetului într-un șir de generații: de la străbuni a moștenit un trecut întunecat, plin de durere și încordare, un drum „prin râpi și gropi adânci / Suite de bătrânii mei pe brânci”. Poetul este momentul de trecere, de evoluție, creația lui este o „treaptă” pentru urmași, iar cartea are valoarea incontestabilă a începutului unui alt fel de existență.

- **A doua secvență poetică**, cea mai amplă, se construiește în jurul versului „Eu am ivit cuvinte potrivite”, unde a ivi este sinonim cu a crea, iar cuvintele potrivite aduc în lumină ideea de act creator, unde cuvântul se suprapune și exprima gândul poetului. Acum se surprinde rolul etic, estetic și social al poeziei.

- **Ultima secvență** a acestei arte poetice evidențiază ideea că actul creator angajează harul, vocația creatorului „slova de foc”, dar și efortul, truda și migala acestuia „slova făurită”. Poetul este șlefuitor de cuvinte și transformă suferința în artă. Poetul primește harul creator ca un dar, care în urma muncii „robul

a scris-o”, se transformă în artă. Aceasta are rolul de a transmite urmașilor valorile ancestrale, poezia este legătura dintre generații „Domnul o citește”.

Înnoiri prozodice moderniste: versul liber și tehnica ingambamentului.

Caracteristicile limbajului poetic: consoanelor și vocalelor închise ce dau textului o notă de solemnitate și gravitate, apelul la imperativ „așaz-o” și vocativ „fiule”, la folosirea persoanei I și a II-a care creează impresia de dialog între creator și urmașul său spiritual, care alături de timpurile verbale perfect simplu „făcui” și perfect compus „am prefăcut” susțin tonul de confesiune și dimensiunea reflexivă a poeziei, prin estetica urâtului, Arghezi recuperează termenii colocviali, argotici, nepoetici, arhaici și populari: „bube”, „negi”, „țap”, „hrisov”, „sarici”, „ocara”, „pe brânci”, prin care poezia devine un fenomen de esențializare, menită să slujească o idee, să modeleze conștiința omului.



Activități de învățare:

1. Menționează cel puțin patru elemente care fac posibilă încadrarea poeziei în modernism.
2. Precizează rolul incipitului în raport cu titlul poeziei.
3. Prezintă semnificația următoarelor metafore: *carte, treaptă, cuvinte potrivite, condei, călimară.*
4. Explică semnificația versurilor: „ *Din bube, mucagaiuri și noroi/ Iscat-am frumuseți și prețuri noi.*”
5. Evidențiază trăsăturile lirismului subiectiv.



Modele de itemi pentru evaluare sumativă:

I. Se dă textul:

„Întinsă leneșă pe canapea,
Domnița suferă în cartea mea.
Slovă de foc și slovă făurită
Împărechiate-n carte se mărită,
Ca fierul cald îmbrățișat în clește.
Robul a scris-o, Domnul o citește,
Făr-a cunoaște ca-n adîncul ei
Zace mânia bunilor mei.,

Testament, de Tudor Arghezi

1. Transcrie două figuri de stil diferite.
2. Explică sensul termenilor „slova de foc”, „slova făurită”.
3. Comentează, în 6 – 10 rânduri, relația dintre mijloacele artistice și ideea poetică.
4. Ilustrează principala caracteristică a limbajului poetic prezentă în text.
5. Explică semnificația ultimului vers din textul dat.

II. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți particularități ale unui text poetic studiat, aparținând lui Tudor Arghezi.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

- evidențierea a două trăsături care fac posibilă încadrarea textului poetic într-un curent literar/ tendință literară;
- prezentarea modului în care tema se reflectă în textul poetic studiat, prin comentarea a două imagini poetice sau idei poetice;
- analiza a două elemente de structură, de compoziție și de limbaj, semnificative pentru textul poetic studiat (de exemplu: titlu, imaginar poetic, figuri poetice, motive poetice)

Bibliografie:

1. Balotă, Nicolae – *Opera lui Tudor Arghezi*, Editura Eminescu, București, 1979;
2. Micu, Dumitru – *Opera lui Tudor Arghezi*, Editura pentru Literatură, București, 1965.

Modernismul interbelic

Flori de mucigai

de Tudor Arghezi



1. Trăsături: specie literară, curent literar

- **Specie literară:** artă poetică, *Flori de mucigai* este o poezie cu un pronunțat caracter programatic în care se ilustrează concepția autorului despre rolul artei și al artistului în lume, din care transpar teme și motive recurente.

- **Curent literar:** Modernism prin: înnoirea prozodiei, metafora ce încifrează mesajul discursului liric, estetica urâtului, caracter confesiv, subiectivitatea lirismului, metalimbaj, intelectualizarea expresiei poetice.

2. Elemente de compoziție și nivel ideatic

- **Titlul:** este un motiv anticipativ cu valoare simbolică, întrucât avertizează cititorul asupra temei literare: *rolul artei și al artistului în lume*. Astfel, *mucegaiul* poate sugera prin sonoritate și sens urâtul existențial al lumii mundane. Titlul are la bază oximoronul, prin care se alătură motivul floral ce simbolizează frumusețea, perfecțiunea, cu substantivul *mucigai*. Se creează o metaforă emblematică pentru lirica argheziană, pentru estetica urâtului.

- **Tema:** *Flori de mucigai* este o poezie cu un pronunțat caracter programatic în care se ilustrează concepția autorului despre rolul artei și al artistului în lume, din care transpar teme și motive recurente, având la bază un pretext epic. Din perspectivă argheziană, arta trebuie să transmită un crez, o atitudine față de lume. Mesajul acesteia este ascuns în simboluri care fascinează, modelează subtil mentalitatea cititorului.

- **Tipul de discurs:** se concretizează în monolog liric ce îmbracă forma unei confesiuni poetice, marcată de lirism subiectiv prin marci lexico-gramaticale, verbe, pronume și adjective pronominale de persoana I.

- **Compoziția:** poezia se împarte în două strofe inegale, 16 și 4 versuri, ce corespund a trei secvențe poetice. Astfel, prima parte definește condiția artistului și a creației, în timp ce cea de-a doua raportează actul creator la realitatea exterioară.

- **Imaginar poetic, figuri semantice/ tropi**

Prima secvență surprinde o ipostază inedită a eului creator, „*Le-am scris cu unghia*”, ce simbolizează jertfa creatoare, într-un spațiu al pustiului, „*fîridă goală*”. Imaginea are la bază un pretext epic, surprinzând experiența poetului care a fost întemnițat care scrie „*pe tencuială*”. Astfel, condiția umană se rezumă la *întuneric* și *singurătate*, metafore care încadrează poezia în modernism.

Harul divin este simbolizat prin *taurul*, *leul*, *vulturul*, atribuite apostolilor Luca, Marcu, Ioan, subliniindu-se condiția iluminării sacre de care eul liric este privat, refuzându-i-se muza.

Secvența a doua ilustrează creația, având la bază estetica urâtului prin simbolul *gropii*, metaforă a condiției umane. Stihurile *fără an* situează într-un prezent etern *setea* de viață a omului și *foamea* lui de ardere până la mistuire.

Secvența a treia surprinde încercarea eșuată de a scrie despre urâtul existențial *cu unghia îngerească*, metaforă a harului creator.

Înnoiri prozodice moderniste: versul liber aritmic, având doar ritm interior și tehnica ingambamentului.

Caracteristicile limbajului poetic: limbaj autoreflexiv, termeni religioși utilizați și cu sensuri laice, apoetici, duri, construcții oximoronice.



Activități de învățare:

1. Prezintă opoziția între două planuri ale discursului poetic.
2. Explică semnificația titlului în raport cu ideea poetică și mijloacele artistice.
3. Ilustrează una dintre caracteristicile limbajului poetic.
4. Comentează ultimul vers al poeziei.
5. Argumentează apartenența poeziei la curentul literar modernism.



Modele de itemi pentru evaluare sumativă:

I. Se dă textul:

„Sunt stihuri fără an,
Stihuri de groapă,
De sete de apă

Și de foame de scrum,
Stihurile de acum.

Când mi s-a tocit unghia îngerească
Am lăsat-o să crească
Și nu mi-a crescut -
Sau nu o mai am cunoscut.,,
Flori de mucigai, de Tudor Arghezi

1. Transcrie două figuri de stil diferite.
2. Explică sensul termenilor „stihuri fără an”, „Stihuri de groapă”.
3. Menționează tema și două motive literare găsite în text.
4. Comentează, în 6 – 10 rânduri, relația dintre mijloacele artistice și ideea poetică.
5. Evidențiază trăsăturile lirismului subiectiv.

II. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți particularități ale unei arte poetice studiate.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

- evidențierea a două trăsături care fac posibilă încadrarea textului poetic într-un curent literar/ tendință literară;
- prezentarea modului în care tema se reflectă în textul poetic studiat, prin comentarea a două imagini poetice sau idei poetice;
- analiza a două elemente de structură, de compoziție și de limbaj, semnificative pentru textul poetic studiat (de exemplu: titlu, imaginar poetic, figuri poetice, motive poetice)

Bibliografie:

1. Balotă, Nicolae – *Opera lui Tudor Arghezi*, Editura Eminescu, București, 1979;
2. Micu, Dumitru – *Opera lui Tudor Arghezi*, Editura pentru Literatură, București, 1965.

Modernismul interbelic *Din ceas dedus...*, de Ion Barbu



„Nu există alt poet român care să spună mai multe în mai puține cuvinte”. (Tudor Vianu)

Context:

Poezia „Din ceas dedus...”, face parte din etapa ermetică de creație, deschide volumul „Joc secund” publicat în 1930 și este considerată cea mai cunoscută drept cea mai cunoscută dintre **artele poetice** ale lui Ion Barbu.

1. Trăsături: specie literară, curent literar

- **Specie literară**: artă poetică, întrucât Ion Barbu însuși definea **spațiul poetic** drept „lume purificată până la a nu mai oglindi decât figura spiritului nostru. Ca orice absolut, este o pură direcție, un semn al minții”. Astfel, **poezia devine act intelectual**, iar nu exprimare a sentimentelor.

- **Curent literar: modernism**, discursul liric fiind caracterizat de: **intelectualism** - lirismul se îmbină cu rigoarea matematică prin folosirea unui limbaj abstract, profund conceptual, **ermetism**- presupune ocultarea extremă a mesajului artistic în cadrul unei sintaxe poetice dificile, rezultate din elipsa predicatului din primul catren, inversiuni dislocări topice, **ambiguitate**- transparență din prezența unor imagini poetice neobișnuite, organizate în jurul unor metafore cu sensuri multiple, **obscuritate**- rezultă din prezența unor simboluri greu de descifrat.

2. Elemente de compoziție și nivel ideatic

-**Titlul**: este un motiv anticipativ cu valoare simbolică, întrucât avertizează cititorul asupra temei literare: **rolul artei și al artistului în lume**. Reluată în primul vers, sintagma „Din ceas, dedus” pune în lumină **metafora ceasului** ce subliniază efemeritatea umanului. Adjectivul „dedus” conturează imaginea creației care neagă temporalitatea, arta fiind cea care depășește limitele temporale.

-**Tema**: „Din ceas dedus...” este o poezie cu un pronunțat **caracter programatic** în care se prezintă concepția autorului asupra rolului artei și al artistului în lume. Astfel, apar teme și motive literare predilecte.

Din perspectivă barbiană, *poezia* este un „*joc secund, mai pur*”, o realitate purificată, pornită de la viața obiectivă, care însă nu se confundă cu aceasta. Poetul scoate *esențele* din universul real, făcând mutația acestora în *plan poetic*.

- **Compoziția:** Discursul liric este organizat în *două secvențe poetice* corespunzătoare celor *două catrene*. **Prima secvență poetică**, eliptică (adică îi lipsește) de predicat, ilustrează mecanismul transformării, a purificării realității în planul artei, în vreme ce **a doua** pune în lumină însăși imaginea actului creator și implicit rolul poetului.

- **Imaginar poetic, figuri semantice/ tropi**

Prima secvență poetică debutează cu metafora ceasului care anunță mecanismul transformării artistice ca experiență de esențializare a elementelor universului, astfel încât timpul cronologic, istoric, linear, ireversibil se anulează în spațiul pur al creației. **Oximoronul** „*adâncul acestei calme creste*” surprinde imaginea operei poetice, realitatea imediată și proiecția ei pură. În procesul sublimării artistice, elementele concrete ale realității se transformă în esențe pure, ideale.

A doua secvență poetică constituită din al doilea catren, pune în lumină imaginea actului creator și implicit menirea poetului în refacerea armoniei universale. Discursul liric se structurează pe baza termenilor „zenit” și „nadir”, cele două puncte antinomice (opuse) ale spațiului astral. Sub semnul zenitului stă realitatea, lumina solară, contingentul, elemente anunțate prin metafore în primul catren „*cirezile agreste*”, „*ceasul omenesc*”.

Datoria poetului este aceea de a reface, prin mijloace specifice artei, *armonia primordială* a universului, esențializând, stilizând și încifrând în imagini poetice aspectele constante ale existenței și ale cunoașterii.

Caracteristicile limbajului poetic: concizia exprimării, sintaxa poetică în care predomină terminologiile științifice, luate mai ales din matematică – „însurare”-, neologismele cu rol de epitet – „nadir latent”- și recurgera la elipse, dislocări, inversiuni topice, anacolaturi, îngreunând astfel descifrarea sensurilor clasice ale discursului liric. Așadar, înțelegerea poeziei lui Barbu este dificilă din cauza structurii interioare de natură științifică și a conciziei textului liric.

La *nivel prozodic*, poezia respectă constrângerile metricii tradiționale pentru a potența ermetismul textului. Poezia se structurează în două catrene cu versuri lungi, de 13-14 silabe, rimă încrucișată și ritm iambic.



Activități de învățare:

1. Explică semnificația simbolului apei.
2. Comentează, în 6-10 rânduri ideea poetică centrală.
3. Explică semnificația titlului în raport cu ideea poetică și mijloacele artistice.
4. Menționează cel puțin patru elemente care fac posibilă încadrarea poeziei în modernism.



Modele de itemi pentru evaluare sumativă:

I. Se dă textul:

*Din ceas, dedus adâncul acestei calme creste,
Intrată prin oglindă în mântuit azur,
Tăind pe înecarea cirezilor agreste,
În grupurile apei, un joc secund, mai pur.*

Din ceas dedus..., de Ion Barbu

1. Transcrie două figuri de stil diferite.
2. Explică semnificația sintagmei „joc secund”.
3. Ilustrează una dintre caracteristicile limbajului poetic.
4. Explică semnificația ultimului vers din textul dat.
5. Transcrie neologismele din textul suport.

II. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți particularități ale arte poetice, aparținând lui Ion Barbu.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

- evidențierea a două trăsături care fac posibilă încadrarea textului poetic într-un curent literar/ tendință literară;
- prezentarea modului în care tema se reflectă în textul poetic studiat, prin comentarea a două imagini poetice sau idei poetice;
- analiza a două elemente de structură, de compoziție și de limbaj, semnificative pentru textul poetic studiat (de exemplu: titlu, imaginar poetic, figuri poetice, motive poetice)

Bibliografie:

1. Mincu, Marin – *Opera literară a lui Ion Barbu*, Editura Cartea Românească, București, 1990;
2. Scarlat, Mircea – *Ion Barbu – poezie și deziderat*, Editura Albatros, București, 1981.

Modernismul interbelic *Riga Crypto și lapona Enigel, de Ion Barbu*



Context: balada *Riga Crypto și lapona Enigel* este cuprinsă în ciclul *Uvedenrode*, din volumul *Joc secund* publicat în 1930, numită de autor însuși „Luceafăr întors”. Aparține etapei baladic-orientală, cea de-a doua etapă a creației poetului.

1. Trăsături: specie literară, curent literar

- **Specie literară:** **baladă** cu elemente de **artă poetică** și de legendă;
- **Curent literar:** **modernism**, discursul poetic fiind caracterizat de: **intelectualism** - lirismul se îmbină cu rigoarea matematică prin folosirea unui limbaj abstract, profund conceptual, **ermetism**- presupune ocultarea extremă a mesajului artistic în cadrul unei sintaxe dificile, **ambiguitate**- transpare din prezența unor imagini poetice neobișnuite, organizate în jurul unor metafore cu sensuri multiple, **obscuritate**- rezultă din prezența unor simboluri greu de descifrat.

2. Elemente de compoziție și nivel ideatic

- **Titlul:** este un motiv anticipativ cu valoare simbolică, întrucât avertizează cititorul asupra temei literare. Cei doi membri ai cuplului sunt antagonici: *Crypto* – cel tăinuit și *Laponă* – sugerează ideea de înger.
- **Tema:** iubirea ca modalitate de cunoaștere a lumii.
- **Compoziția:** Discursul poetic este structurat după **modelul** narațiunii în ramă, fiind prezentă interferența genurilor epic, liric și dramatic – două părți ce corespund celor două nunți.

Primela patru strofe – **prologul** surprinde dialogul menestrelului cu „*nuntașul fruntaș*”- *rama*.

Partea a doua pune în lumină povestea de iubire neîmplinită dintre Enigel și Riga Crypto, în mai multe tablouri poetice. Dialogul se realizează în visul fetei. Se prezintă în antiteză tablourile celor doi. Riga rostește descântecul-chemare de trei ori, iar Enigel îl respinge. Finalul îl surprinde pe Crypto transformat într-o ciupercă otrăvitoare, făcând nuntă cu „măsălarita-mireasă”. Alegoric, se prezintă eroi cu valoare arhetipală, modele existențiale: *Riga Crypto* – omul instinctual, ce „trăiește clipa” fără a putea ajunge la valorile spirituale, *laponă Enigel* – condiția omului superior ce tinde spre absolut, spre cunoaștere apolinică, *Soarele* – cunoașterea absolută.

Cei doi eroi sunt prezentați în două secvențe descriptive de tip portret. Personajul masculin, **Riga Crypto**: „*Des cercetat de pădureți / În pat de râu și humă unsă / Împărăția peste bureți / Crai Crypto, inimă ascunsă // La vecinic tron de rouă, parcă.*” El năzuiește să depășească limitele condiției sale prin iubire. Personajul feminin **Enigel**, mica laponă este surprinsă într-o călătorie inițiată dinspre spațiile boreale spre sud, spre tărâmurile Soarelui, Enigel străbate drumul transumanței ca pe un drum al inițierii, ca pe o aventură a cunoașterii: „*De la iernat la pășunat / În noul an să-șiducă renii / Prin aer ud, tot mai la sud / Ea poposi pe mușchiul crud / La Crypto, mirele poienii.*” Proba constă în popasul lui Enigel în lumea lui Crypto: „*La lămpi de gheață sub zăpezi / Tot polul meu un vis visează...; Că dacă-n iarnă sunt făcută / Și ursul alb mi-e vărul drept / Din umbra deasă desfăcută / Mă-nchin la soarele-nțelept.*”

Semnificații: drumul spre sud al laponiei este inițiat, iar popasul în ținutul rigăi este o probă. Există trei trepte ale inițierii: cercu Venerii – ființa instinctuală – Crypto, cercul lui Mercur – cunoașterea rațională – Enigel, Soare – cunoașterea absolută.

Caracteristicile limbajului poetic: figura de stil dominantă – antiteza (materie/spirit, rațiune/instinct, soare/umbră, lumină/întuneric, veghe/somn).



Activități de învățare:

1. Realizați o analogie, din punct de vedere tematic, între *Luceafărul*, de Mihai Eminescu și *Riga Crypto și lapona Enigel*, de Ion Barbu.
2. Argumentează apartenența poeziei la specia baladă modernă.
3. Comentează simbolul nunții în viziune barbiană.
4. Prezintă conceptul de mască lirică.
5. Comentează titlul în raport cu ideea poetică.



Modele de itemi pentru evaluare sumativă:

I. Se dă textul:

„Des cercetat de pădureți
În pat de râu și-n humă unsă,
Împărătea peste bureți
Crai Crypto, inimă ascunsă,

La vecinic tron, de rouă parcă!
Dar printre ei bârfeau bureții
De-o vrăjitoare mânâtarcă,
De la fântâna tinereții.
Și răi ghioci și toporași
Din gropi ieșeau să-l ocărăscă,
Sterp îl făceau și nărăvaș,
Că nu voia să înflorească.

În țări de gheață urgisită,
Pe-același timp trăia cu el,
Laponă mică, liniștită,
Cu piei, pre nume Enigel.”

Riga Crypto și lapona Enigel, de Ion Barbu

1. Transcrie un epitet și o metaforă.
2. Explică prezența lirismului obiectiv.
3. Ilustrează, prin două argumente, apartenența textului la modernism.
4. Ilustrează una dintre caracteristicile limbajului poetic.
5. Comentează, în 6 – 10 rânduri, relația dintre mijloacele artistice și ideea poetică.

II. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți particularități ale unui text poetic studiat, aparținând lui Ion Barbu.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

- evidențierea a două trăsături care fac posibilă încadrarea textului poetic într-un curent literar/ tendință literară;
- prezentarea modului în care tema se reflectă în textul poetic studiat, prin comentarea a două imagini poetice sau idei poetice;
- analiza a două elemente de structură, de compoziție și de limbaj, semnificative pentru textul poetic studiat (de exemplu: titlu, imaginar poetic, figuri poetice, motive poetice)

Bibliografie:

1. Mincu, Marin – *Opera literară a lui Ion Barbu*, Editura Cartea Românească, București, 1990;
2. Scarlat, Mircea – *Ion Barbu – poezie și deziderat*, Editura Albatros, București, 1981

4. Tradiționalismul interbelic

“În grădina Ghetsemani”, de Vasile Voiculescu



Context

Poezia „În grădina Ghetsemani” a fost publicată în volumul de versuri intitulat “Pârgă”, apărut în 1921 și este caracteristică pentru reliefarea viziunii artistice tradiționaliste din literatura română. Sursa de inspirație a fost Evanghelia Sfântului Luca, ce descrie într-un pasaj momentul retragerii pentru rugăciune a lui Isus în această grădină, în ajunul Patimilor.

1. Trăsături: specie literară, curent literar

Specie literară: meditație religioasă și filosofică.

Curent literar: aparține curentului tradiționalist prin apariția în perioada interbelică, ponderea elementului religios, caracterul paseist, folosirea unor termeni arhaici.

2. Imagini artistice și idei poetice semnificative pentru tema și viziunea despre lume a lui Vasile Voiculescu

Tema: este cea religioasă, prezentând rugăciunea lui Isus în grădina Ghetsemani de pe Muntele Măslinilor, dar și cea filosofică, evidențiind eternul conflict dintre spirit și materie.

Viziunea despre lume: este una a credinței profunde în Mântuitorul lumii, exemplu de abnegație totală în vederea salvării omenirii decăzute.

3. Elemente de compoziție și de limbaj ale textului poetic

Tipul de lirism: este cel obiectiv, deoarece eul liric este absent, iar trăirile poetice profunde sunt exprimate prin pronume și verbe la persoana a III-a: *-i, -și, lupta, nu primea, se-mpotrivea* etc.

Titlul: fixează locul rugăciunii lui Isus, care devine un spațiu simbolic al suferinței imposibil de exprimat complet în cuvinte.

Relații de opoziție: dintre spiritul dornic de sacrificiu și materia care se împotrivește suferinței.

Relații de simetrie: planul naturii apare la începutul și sfârșitul textului, aflându-se în strânsă legătură cu planul sentimentelor și trăirilor lui Isus.

Motive poetice: *paharul, sângele, furtuna, apa, mierea, veninul, măslinii* sugerează alternanța dintre trăirile contradictorii ale lui Isus.

Compoziția: poezia are un caracter descriptiv și este împărțită în 4 strofe, în care coexistă planul naturii cu cel al sentimentelor profunde.

4. Analiza textului poetic

Prima strofă conturează cadrul general al poeziei, punând în prim-plan imaginea lui Isus, care ezită pentru o clipă între firea sa divină ce îl îndeamnă să accepte Patimile și cea umană care îi dă un sentiment de teamă față de ceea ce îl așteaptă: “*lupta cu soarta și nu primea paharul*”.

A doua strofă și a treia strofă descriu simbolic suferința mântuitoare sub forma unui pahar care coboară din Cer, din mâna Tatălui Ceresc, dar pe care, pentru o clipă, Isus îl îndepărtează de la sine. Conținutul lichid de culoare verzuie sugerează efectul mortal, iar „sterlicile de miere” conturează consecințele pozitive pentru oameni ale Jertfei de pe Cruce.

A treia secvență lirică oferă o descriere a naturii personificate care nu mai poate îndura o suferință atât de pronunțată a lui Isus și începe să se frământa, iar în aer apar vulturii, ca un anunț al iminenței începerii Patimilor.

Elemente prozodice: versificație clasică, ritm iambic, rimă încrucișată.

Limbajul poetic: se remarcă folosirea epitetelor superlative și cromatice, de natură a sugera caracterul amplificat al chinurilor interioare: *mână nendurată, grozava cupă, apa verzuie* etc. Arhaismul *sterlici de miere* este specific viziunii poetice tradiționaliste de valorificare a filonului limbii populare.



5. Activități de învățare:

1. Prezintă sursa de inspirație a autorului pentru această poezie.
2. Transcrie din text două expresii poetice care conțin imagini cromatice.

- Explică semnificația versului „Și-amarnica-i strigare stârnea în slăvi furtuna”.
- Precizează semnificația sintagmei poetice „sterlici de miere”, în textul dat.
- Comentează în 10 rânduri versurile următoare, prin evidențierea relației dintre ideea poetică și mijloacele artistice: „Deasupra fără tihnă, se frământau măslinii, Păreau că vor să fugă din loc, să nu-l mai vadă...”



6. Itemi pentru evaluarea sumativă:

Se dă textul:

*„Pe cârma lumilor plecată,
Cu ochii mari țințiți în zare.
Veghează-n noaptea-ntunecată
De-a pururi treaza cugetare.*

*Tăindu-și drum adânc, ca plugul,
De-a lungul veșniciei grele,
Sub mâna ei se mișcă crugul
Cu-ntregul lui alai de stele.*

*Ea ține firul ce măsoară
Genunile de sub picioare,
Dar nici o clipă n-o-nfioară,
Vulturile spăimântătoare [...].”*

(Vasile Voiculescu – *Cugetare*)

Cerințe:

- Menționează o temă și un motiv literar din text.
- Transcrie două figuri de stil diferite și explică-le sensurile.
- Identifică valoarea expresivă a cuvântului “noaptea”.
- Prezintă semnificația titlului în raport cu textul poetic.
- Argumentează, prin evidențierea a două trăsături, apartenența textului dat la genul liric.
- Argumentează, prin evidențierea a două trăsături, apartenența textului dat la curentul literar tradiționalism.
- Ilustrează una dintre caracteristicile limbajului poetic (de exemplu: expresivitate, ambiguitate, sugestie, reflexivitate) prezentă în textul dat.

6.2. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți particularități ale unui text poetic tradiționalist studiat, aparținând lui Vasile Voiculescu.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

- evidențierea a două trăsături care fac posibilă încadrarea textului poetic studiat într-un curent cultural / literar;
- prezentarea modului în care tema se reflectă în textul poetic studiat, prin comentarea a două imagini sau idei poetice;
- analiza, la alegere, a două elemente de compoziție și de limbaj, semnificative pentru textul poetic studiat, din seria: titlu, imaginar poetic, figuri semantice (tropi), motive poetice.

Bibliografie:

- Braga, Mircea – *V. Voiculescu în orizontul tradiționalismului*, Editura Minerva, București, 1984;
- Popescu, Florentin – *Pe urmele lui Vasile Voiculescu*, Editura Sport-Turism, București, 1984;
- Zaharia-Filipaș, Elena – *Introducere în opera lui Vasile Voiculescu*, Editura Minerva, București, 1980.

Tradiționalismul interbelic “Aci sosi pe vremuri”, de Ion Pillat



Context

Poezia „Aci sosi pe vremuri” a fost publicată în volumul de versuri intitulat “Pe Argeș în sus”, apărut în 1923 și este caracteristică pentru reliefarea viziunii artistice tradiționaliste din literatura română. Sursa de inspirație a fost imaginea satului patriarhal românesc din zona moșiei Florica.

1. Trăsături: specie literară, curent literar

Specie literară: elegie, meditație filosofică.

Curent literar: aparține curentului tradiționalist prin apariția în perioada interbelică, idilizarea cadrului rural, caracterul paseist, folosirea unor termeni arhaici.

2. Imagini artistice și idei poetice semnificative pentru tema și viziunea despre lume a lui Ion Pillat

Tema: este cea a scurgerii ireversibile a timpului (*fugit irreparabile tempus*) care provoacă mutații profunde în universul interior al ființei umane.

Viziunea despre lume: este una nostalgică, cu dorința secretă de a opri, măcar pentru o clipă, acest flux temporal.

3. Elemente de compoziție și de limbaj ale textului poetic

Tipul de lirism: cel obiectiv se îmbină cu cel subiectiv. Lirismul obiectiv are un caracter de meditație general-umană, iar exprimarea trăirilor poetice se face la persoana a III-a: *pândise, i-a recitat, simțeau* etc. Lirismul subiectiv este susținut de prezența mărcilor lexico-gramaticale specifice: *m-, am spus, am părut* etc.

Titlul: fixează cadrul spațial (*aci*) și temporal (*pe vremuri*) al dragostei care nu poate fi alterată de scurgerea vremii.

Relații de opoziție: dintre timpul cu efectele sale negative și ființa umană care se străduiește să-și afle împlinirea în viața care i-a fost dată.

Relații de simetrie: planul iubirii alternează cu cel meditativ. Iubirea de altădată își găsește un corespondent în cea din prezent. Versul *De nuntă sau de moarte, în turnul vechi din sat* are rol de leitmotiv.

Motive poetice: al casei părăsite, al amintirii, al tablourilor, al nisipului, al clopotului.

Compoziția: poezia are un caracter descriptiv și este împărțită în patru secvențe lirice, cu 19 strofe, distihuri urmate de un vers individual, cu rol de epilog.

4. Analiza textului poetic

Prima secvență conturează cadrul general al poeziei, punând în centru metafora *casei amintirii*, ce adună toate trăirile personale ale generațiilor de ieri și de azi. Se prezintă întâlnirea romantică dintre bunicii eului liric, pe atunci în floarea tinereții, într-o atmosferă romantică patriarhală: „*Îi spuse Sburătorul de-un tânăr Eliad*”.

A doua secvență are un ton filosofic, reliefând caracterul bizar al timpului care șterge viețile oamenilor, a căror amintire supraviețuiește în portrete: „*Ce straniu lucru vremea...*”

A treia secvență oferă o descriere a întâlnirii romantice din prezent, pe care eul liric încearcă să o trăiască la aceeași intensitate ca aceea a înaintașilor săi, recitând versuri care o impresionează mai puțin pe iubita sa: “*Și ți-am părut romantic, sau poate simbolist*”.

A patra secvență are un caracter de concluzie elegiacă, subliniind din nou consecințele distructive al scurgerii timpului: „*De nuntă sau de moarte, în turnul vechi din sat*”.

Elemente prozodice: versificație clasică, ritm iambic, rimă împerecheată.

Limbajul poetic: se remarcă folosirea unor nume proprii cu rezonanțe arhaice: *Sburătorul, Eliad, Calyopi, Le lac*, dar și a altora cu rezonanțe moderne: *Francis Jammes, Horia Furtună*. Vocalele prezente în versul leitmotiv contribuie la realizarea unui efect sonor, cu sugestii referitoare la efemeritatea ființei umane.



5. Activități de învățare:

1. Prezintă sursa de inspirație a autorului pentru această poezie.
2. Transcrie din text două expresii poetice care conțin imagini artistice diferite.
3. Explică semnificația versului „În drumul lor spre zare îmbătrâniră plopii”.
4. Precizează semnificația sintagmei poetice „Dar ei, în clipa asta, simțeau c-o să rămână”, în textul dat.
5. Comentează în 10 rânduri versurile următoare, prin evidențierea relației dintre ideea poetică și mijloacele artistice: „Și cum ședeam... departe, un clopot a sunat, / Același clopot, poate, în turnul vechi din sat”.



6. Itemi pentru evaluarea sumativă:

6.1. Se dă textul:

„Cât vezi cu ochiul, verde, păpurișul
 Se-ndoaie-n vântul serii, foșnitor.
 Din când în când și-arată luminișul
 Un ochi de apă moartă. Un cocor
 Cu aripa deschisă se ridică
 Din stuf, sfâșietor de trist scâncind,
 Sau cai tătari, dând roată fără frică,
 Sălbăticiți, nechează pe un grind.
 Amurgu-mbracă Delta toată-n aur
 Cu turla unui sat lipovenesc,
 Dar umbrele ostroavelor de plaur
 Albastrul cenușiu îl împânzesc.
 Vaporul taie noaptea șoptitoare,
 Și valul ce se-ntunecă-ntr-una,
 Când cele cinci coline cresc în zare,
 De aur vânat cum e pruna.”

(Ion Pillat – *Amurg în Deltă*)

Cerințe:

1. Menționează o temă și un motiv literar din text.
2. Transcrie două figuri de stil diferite și explică-le sensurile.
3. Identifică valoarea expresivă a cuvântului “aur”.
4. Prezintă semnificația titlului în raport cu textul poetic.
5. Argumentează, prin evidențierea a două trăsături, apartenența textului dat la genul liric.
6. Argumentează, prin evidențierea a două trăsături, apartenența textului dat la curentul literar tradiționalism.
7. Ilustrează una dintre caracteristicile limbajului poetic (de exemplu: expresivitate, ambiguitate, sugestie, reflexivitate) prezentă în textul dat.

6.2. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți particularități ale unui text poetic tradiționalist studiat, aparținând lui Ion Pillat.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

- evidențierea a două trăsături care fac posibilă încadrarea textului poetic studiat într-un curent cultural / literar;
- prezentarea modului în care tema se reflectă în textul poetic studiat, prin comentarea a două imagini sau idei poetice;
- analiza, la alegere, a două elemente de compoziție și de limbaj, semnificative pentru textul poetic studiat, din seria: titlu, imaginar poetic, figuri semantice (tropi), motive poetice.

Bibliografie:

1. Livescu, Cristian – *Introducere în opera lui Ion Pillat*, Editura Minerva, București, 1980;

2. Martin, Aurel – *Poeți contemporani*, Editura pentru Literatură, București, 1967;
3. Ornea, Zigu – *Tradiționalism și modernitate în deceniul al treilea*, Editura Eminescu, București, 1980.

5. Neomodernismul

Leoaică tânără, iubirea

de Nichita Stănescu



Context: Poem cuprins în volumul *O viziune a sentimentelor* (1964), *Leoaică tânără, iubirea* aparține primei etape a creației stănesciene, **etapa metaforică**. În această etapă, viziunea poetică se construiește în jurul unei metafore esențiale, „revelatorii”, poetul surprinde trăiri esențiale, stări de spirit cu dialectica lor imprevizibilă, dându-le concretețe, materialitate, corporalitate.

Curent literar: *Leoaică tânără, iubirea* aparține neomodernismului prin ineditul abordării temei, fiind caracterizată de ambiguitatea limbajului poetic, de insolitul imaginilor artistice, reprezentarea abstracțiilor în forma concretă, de noutatea metaforelor și de înnoirile prozodice.

Tema: Poezia e o romanță cantabilă, dar și o meditație a cărei **temă** este definirea iubirii ca aventură esențială a ființei. **Viziunea despre lume** este una inedită asupra sentimentului de iubire, concretizat în imaginea leoaicei. Situat în centrul lumii sale, eul trăiește plenar iubirea, sub semnul certitudinilor. Iubirea reprezintă, în viziunea sa lirică, o stare de vibrație continuă, o cale spre revelație.

Titlul, realizat prin alăturarea apozițională a celor două substantive, pune semnul identității între cea mai minunată aventură a omului – iubirea – și leoaica tânără, agresivă, de o frumusețe sălbatică, naturală, spontană, plină de elan vital. Această echivalare între sentimentul abstract și simbolul concret generează întreaga viziune poetică. **Izomorfismul** iubire-leoaică evidențiază perfect mecanismul construirii imaginarului poetic stănescian, trăirea lăuntrică – în această poezie, sentimentul iubirii –, aventura cunoașterii eului și non-eului prin eros sunt obiectivate, proiectate în afară, materializate, corporalizate ca realități palpabile, care generează o inefabilă „viziune a sentimentelor”.

Structură și semnificații:

Compozițional, poezia este alcătuită din trei secvențe, evidențiate prin strofele inegale ca întindere.

Prima secvență surprinde clipa revelării iubirii. Vizualizat, corporalizat ca o frumoasă felină, sentimentul iubirii ia forma agresivă a leoaicei care „pândise-n încordare mai demult”. Întâlnirea cu Iubirea e violentă, imprevizibilă, având forța unui impact resimțit fizic: „Colții albi mi i-a înfipt în față/ M-a mușcat leoaica azi de față”.

Secvența a doua se oprește asupra efectului psihologic al neașteptatei întâlniri, raportând eul poetic la univers, la lumea de jos și la zăriștea cosmică. „Mușcătura” nu provoacă durere, ci determină o metamorfoză a fapturii și chiar a întregului univers. Trăirea acută a sentimentului are semnificația unei „treziri”, a unei noi geneze. Lumea pare a se naște abia acum cu adevărat pentru făptura îndrăgostită. **Elementele de cosmogonie** sunt stilizate, reduse la două simboluri: cel al cercului rotitor și al apelor primordiale: „Și deodată-n jurul meu, natura/ se făcu un cerc, de-a-dura,/când mai larg, când mai aproape,/ca o strângere de ape”.

Secvența a treia surprinde transformarea fapturii celui care iubește. Aceasta pare a se naște și ea din nou dintr-un „deșert în strălucire”. Prin suita de metonimii (*fruntea* numind metonimic gândirea, *sprânceană* – cunoașterea prin contemplare, iar *bărbia*, comunicarea prin cuvânt) se surprinde **o nouă relație a eului cu sinele și cu lumea**. Versul final – „înc-o vreme și-înc-o vreme...” –, construit prin repetiție lăsată deschisă (prin apelul la punctele de suspensie), poate fi interpretat diferit, ca nostalgie a eternității ce nu poate fi cucerită nici prin iubire (timp rotitor) sau, dimpotrivă, ca veșnic adaos la durată limitată hărăzită omului, ca timp rostitor, întemeind lumi și cântec. Poezia se încheie astfel rotund, prin revenirea la prezențele inițiale: omul și Erosul.

Alternarea structurilor prozodice clasice (rîma pereche în secvența a doua și, parțial, a treia – unde e dublată de rîma îmbrățișată) cu **versul alb** (dominant în prima strofă) este un suport formal sugestiv pentru ideatica poeziei, vorbind prin vremi despre iubirea care pune ordine și aduce armonie în univers. Prin urmare, poezia neomodernistă *Leoaică tânără, iubirea* ilustrează inedit momentul în care omul trăiește sentimentul iubirii împlinite, sentiment care poate sta la temelie actului creator și care îl poate proiecta pe acesta în eternitate.



Activități de învățare

• Folosiți metoda jurnalului triplu, împărțind foaia în trei coloane. În prima coloană scrieți un vers care v-a impresionat, iar în cea de-a doua comentați-l. Faceți schimb de foi cu un coleg, comentând versul ales de acesta, dar și comentariul celuilalt elev.

• Comentați, în minimum 50 de cuvinte, strofa a doua a poeziei *Leoaică tânără, iubirea*, de Nichita Stănescu, evidențiind relația dintre ideea poetică și mijloacele artistice.

• Comentați, în minimum 50 de cuvinte, prima strofă a poeziei *Leoaică tânără, iubirea*, de Nichita Stănescu, evidențiind două trăsături ale neomodernismului.

• Comentați, în minimum 50 de cuvinte, textul următor, evidențiind rolul verbelor din prima strofă.

• Alcătuiți o comparație, un epitet și o metaforă pornind de la cuvântul **iubire**. Introduceți apoi imaginile obținute într-un minieseu care să definească iubirea din perspectiva lui Nichita Stănescu.

• Creați un **cvintet** care să aibă ca prim vers cuvântul **iubire**, al doilea vers să fie format două adjective care descriu iubirea, versul al treilea să fie format din trei verbe la gerunziu, al patrulea vers să fie format din patru cuvinte care exprimă sentimente față de subiect. Ultimul vers este un cuvânt prin care se exprimă esența subiectului, de obicei sub formă metaforică.



Evaluare

1. Alcătuiți un eseu structurat de minimum 400 de cuvinte în care să comentați textul *Leoaică tânără, iubirea*, de Nichita Stănescu, prin evidențierea relației dintre ideea poetică și mijloacele artistice, urmărind următoarele repere:

- sesizarea ideii/ ideilor poetice;
- identificarea figurilor de stil;
- comentarea semnificațiilor acestora.

2. Redactați un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți particularități ale unui text poetic studiat, aparținând neomodernismului.

În elaborarea eseului, veți avea în vedere următoarele repere:

• evidențierea a două trăsături care permit încadrarea textului poetic studiat într-un curent cultural/literar;

• prezentarea modului în care tema se reflectă în textul poetic studiat, prin comentarea a două imagini sau idei poetice;

• analiza, la alegere, a două elemente de compoziție și de limbaj, semnificative pentru textul poetic studiat, din seria: titlu, imaginar poetic, figuri semantice (tropi), motive poetice, leitmotiv, elemente de prozodie, relații de opoziție și de simetrie etc.).

Bibliografie:

1. Bîrsilă, Mircea – *Introducere în poetica lui Nichita Stănescu*, Editura Paralela 45, Pitești, 2006;
2. Braga, Corin – *Nichita Stănescu – orizontul imaginar*, Editura Dacia, Cluj, 2002.

II. GENUL EPIC

1. Basmul cult

Ion Creangă – *Povestea lui Harap-Alb*



Context:

Basmul *Povestea lui Harap-Alb*, de Ion Creangă, a fost publicat în 1877 în revista „Convorbiri literare” din Iași, fiind o operă cultă.

Trăsături: specie literară, elemente specifice

-**Specia literară:** basm cult deoarece are un autor cunoscut și este transmisă prin scris.

-**Elemente specifice basmului:** formule narative inițiale, mediane și finale, personaje specifice, triplicarea, călătoria, probele, moartea și învierea, metamorfoza etc.

Tema: cea a inițierii personajului în tainele vieții și ale morții, rezultând astfel un *Bildungsroman*.

Elemente de compoziție:

-**Titlul** conține un oximoron esențial pentru reliefaarea complexității personajului ce are atât calități, cât și defecte.

-**Conflictul epic** se desemnează între forțele binelui (Harap-Alb) susținute de personaje auxiliare (Sfânta Duminică, furnicile, albinele, Gerilă etc.) și cele ale răului (Spânul).

-**Relații temporale și spațiale:** sunt ambigue (ca în orice basm: „Amu cică era odată...”).

-**Firul narativ** urmărește evoluția protagonistului de-a lungul a trei călătorii. Este prezent amestecul neobișnuit de real și fabulos. Metafora drumului sugerează necesitatea trecerii prin clipe dificile pentru maturizarea personajului principal.

-**Naratorul** relatează la persoana a III-a, în general este omniscient și obiectiv, cu excepția unor secvențe în care se implică emoțional, folosind dativul etic.

Personajul principal – sugestii de abordare:

-**încadrarea în operă:** protagonist, cu nume sugestiv, ilustrând ideea de maturizare socială și sentimentală;

-**statutul social, psihologic, moral:** mezin al Craiului, dornic să se afirme și să facă uitată rușinea fraților săi mai mari; lipsit de experiență, plin de intenții pozitive, inocent. Triumfă în final.

-**trăsături de caracter:** curajul (îl înfruntă pe tatăl său deghizat în urs), generozitatea (ajută diferite personaje în situații grele), sentimentalismul (se îndrăgostește de fiica Împăratului Roș), orgoliul (nu respectă sfaturile tatălui său) și naivitatea (se încrede în cuvintele Spânului).

-**mijloace de caracterizare:** directe („Fiul craiului, boboc în felul său la trebi de aieste”) și indirecte (de exemplu, naivitatea reiese din scena în care îl acceptă prea ușor pe Spân drept servitor).

Relația dintre două personaje (Harap-Alb și Spânul) – sugestii de abordare:

-**precizarea naturii relației celor două personaje:** de antiteză, ele simbolizând forțele binelui și ale răului

--**încadrarea în operă:** personaj protagonist, respectiv antagonist. Primul apare chiar de la început, iar al doilea pe parcursul acțiunii operei, după despărțirea mezinului de tatăl său.

-**statutul social, psihologic, moral (pentru Spân, pentru Harap-Alb, vezi mai sus):** întruchipare a laturii negative a ființei umane, dornic să facă rău și să tulbure echilibrul lumii în care trăiește. Dorința de a distruge este sugerată de lipsa podoabei capilare. Nu are momente de remușcare. Este pedepsit în final, în acord cu morala basmului.

--**trăsături de caracter (pentru Spân, pentru Harap-Alb, vezi mai sus):** ambiția, viclenia, perseverența, schimbarea bruscă de atitudine (în scena fântânii), impulsivitatea (în scena decapitării lui Harap-Alb).

-**mijloace de caracterizare (pentru Spân, pentru Harap-Alb, vezi mai sus):** directe („Spânul voind acum să piardă pe Harap-Alb cu orice preț...”) și indirecte (viclenia reiese din secvența în care îl convinge pe Harap-Alb să-l tocmească drept călăuză).



Activități de învățare – sugestii:

1. Enumeră cel puțin cinci trăsături ale basmului cult, identificate în textul operei studiate.
2. Prezintă, într-un tabel comparativ, diferențele dintre basmul popular și cel cult.
3. Comentează, în 5-10 rânduri afirmația criticului literar George Călinescu: „Basmul este o oglindire a vieții în moduri fabuloase”.
4. Numește trăsăturile morale ale lui Harap-Alb, desprinse indirect din următoarele probe: prima întâlnire cu Sfânta Duminică, trecerea podului, aducerea sălăților, aducerea nestematelor, întâlnirea cu furnicile, întâlnirea cu albinele, întâlnirea cu cei cinci prieteni.
5. Explică numele de Harap-Alb, primit de erou de la Spân, ținând cont de: valoarea stilistică a numelui, sensul propriu și cel figurat al sintagmei.



Modele de itemi pentru evaluarea sumativă:

1. Se dă următorul text:

„- Na! așa trebuie să pățească cine calcă jurământul! Dar calul lui Harap-Alb îndată se repede și el la Spân și-i zice:

- Pân-aici, Spânule! Și odată mi ți-l înșfacă cu dinții de cap, zboară cu dânsul în înaltul cerului, și apoi, dându-i drumul de-acolo, se face Spânul până jos praf și pulbere. Iară fata împăratului Roș, în

vălmășagul acesta, repede pune capul lui Harap-Alb la loc, îl înconjură de trei ori cu cele trei smicele de măr dulce, toarnă apă moartă, să stea sângele și să se prindă pielea, apoi îl stropește cu apă vie, și atunci Harap-Alb îndată învie și, ștergându-se cu mâna pe la ochi, zice suspinând:

- Ei, da' din greu mai adormisem!

- Dormeai tu mult și bine, Harap-Alb, de nu eram eu, zise fata împăratului Roș, sărutându-l cu drag și dându-i iar paloșul în stăpânire.

Și apoi, îngenunchind amândoi dinaintea împăratului Verde, își jură credință unul altuia, primind binecuvântare de la dânsul și împărăția totodată.

După aceasta se începe nunta, și-apoi, dă Doamne bine!

Lumea de pe lume s-a strâns de privea,

Soarele și luna din cer le râdea.

Și-apoi fost-au fost poftiți la nuntă: Crăiasa furnicilor, Crăiasa albinelor și Crăiasa zânelor, minunea minunilor din ostrovul florilor!

Și mai fost-au poftiți încă: crai, crăiese și-mpărați, oameni în seamă băgați, și-un păcat de povestă, fără bani în buzunar. Veselie mare între toți era, chiar și sărăcimea ospăta și bea!

Și a ținut veselie ani întregi, și acum mai ține încă; cine se duce acolo bea și mănâncă. Iar pe la noi, cine are bani bea și mănâncă, iară cine nu, se uită și rabdă.”

(Ion Creangă, Povestea lui Harap-Alb)

1. Identifică și definește specia literară în care se încadrează textul.
2. Scrie sinonimele următoarelor cuvinte din text: **credință, minune, vălmășag, privea**.
3. Prezintă semnificația unei figuri de stil din textul dat.
4. Alcătuieste două enunțuri în care să folosești o expresie/ locuțiune care să conțină substantivul **praf**.
5. Ilustrează, cu exemple din text, două trăsături ale genului epic.
6. Construiește două enunțuri în care să ilustrezi polisemia cuvântului **păcat**.
7. Transcrie din text și numește două mărci ale limbajului specific lui Ion Creangă.
8. Explică semnificația numelui personajului principal.

2. Scrie un eseu de 2 - 3 pagini despre particularitățile de construcție a unui personaj dintr-un basm cult studiat, aparținând lui Ion Creangă.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

- prezentarea statutului psihologic, moral etc. al personajului ales, prin raportare la conflictul/conflictele basmului cult studiat;

- relevarea principalei trăsături a personajului ales, ilustrată prin două episoade;

- exprimarea unui punct de vedere argumentat, despre modul în care se reflectă o idee sau tema basmului cult studiat în construcția personajului pentru care ai optat.

3. Scrie un eseu de 2 - 3 pagini despre relația dintre două personaje dintr-un basm cult studiat, aparținând lui Ion Creangă.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

- prezentarea statutului psihologic, moral etc. al personajelor alese, prin raportare la conflictul/conflictele basmului cult studiat;

- relevarea principalelor trăsături ale personajelor alese, prin referire prin două episoade;

- exprimarea unui punct de vedere argumentat, despre modul în care se reflectă o idee sau tema basmului cult studiat în construcția personajelor pentru care ai optat.

Bibliografie:

1. Boutière, Jean – *Viața și opera lui Ion Creangă*, Editura Junimea, Iași, 1976;

2. Călinescu, G. – *Istoria literaturii române de la origini până în prezent*, Editura Aristarc, Onești, 2000;

3. Parascan, Constantin – *Măștile inocenței*, Editura Junimea, Iași, 2000.

2. Nuvela realistă și psihologică Moara cu noroc, de Ioan Slavici



Context:

Nuvela „Moara cu noroc”, de Ioan Slavici, a fost publicată în anul 1881, în volumul de proză scurtă “Novele din popor”.

Trăsături: specie literară, elemente specifice

-**Specia literară:** nuvelă, deoarece are dimensiuni medii, fir narativ unitar și accentul pus asupra personajului principal.

-**Curentul literar:** realism, deoarece este inspirată din viața reală a bănățenilor din secolul al XIX-lea, are personaje tipice influențate de mediul social.

Tema: cea socială (prezintă relațiile din cadrul unei mici comunități) și cea psihologică (prezintă decăderea morală a lui Ghiță).

Elemente de compoziție:

-**Titlul** conține o sugestie ironică referitoare la schimbarea irevocabilă a destinului personajelor care ajung la acel han.

-**Conflictul epic** este complex, de natură socială și psihologică. El se desemnează, la un prim nivel, între cârciumarul Ghiță și banditul Lică. La un nivel de profunzime, conflictul se stabilește, în cazul lui Ghiță, între fondul său pozitiv și tentația îmbogățirii necondiționate.

-**Relații temporale și spațiale:** cele temporale se referă la jumătatea secolului al XIX-lea (de la Sfântul Gheorghe până la Paște), iar cele spațiale se referă la locul hanului situat între orașele Arad și Ineu din zona Banatului.

-**Firul narativ** urmărește evoluția protagonistului Ghiță de-a lungul șederii sale la han, în 17 capitole.

-**Naratorul** relatează la persoana a III-a, este omniscient și obiectiv.

Personajul principal (Ghiță) – sugestii de abordare:

-**încadrarea în operă:** protagonist, cu nume comun, sugerând ideea că în situația lui s-ar putea afla și alte persoane.

-**statutul social, psihologic, moral:** cizmar, dornic să se afirme și să asigure bunăstarea familiei sale, un familist convins, cu principii de viață aparent solide. Trăiește drama instalării răului în sinele său și în familia sa. Este pedepsit în final, în acord cu morala slaviciană.

-**trăsături de caracter:** ambiția (vrea să răzbată prin propriile puteri), avariția (ajunge să iubească banii mai mult decât ar fi crezut), indiferența față de familie (în special față de soția sa, Ana), orgoliul (nu respectă sfaturile soacrei sale) și naivitatea (se încrede în cuvintele lui Lică), firea ezitantă (are momente când realizează cât de mult a decăzut).

-**mijloace de caracterizare:** directe (Ana afirmă că „Ghiță nu e decât o muiere îmbrăcată în haine bărbătești”) și indirecte (de exemplu, orgoliul reiese din secvența inițială în care se încrede prea mult în forțele lui, respingând povețele soacrei sale).

Relația dintre două personaje (Ghiță și Lică) – sugestii de abordare:

-**precizarea naturii relației celor două personaje:** de antiteză, ele simbolizând forțele binelui și ale răului.

-**încadrarea în operă:** personaj protagonist, respectiv antagonist. Primul apare chiar de la început, iar al doilea în capitolul al III-lea.

-**statutul social, psihologic, moral (pentru Lică, pentru Ghiță, vezi mai sus):** întruchipare a răului, cu o viață dublă de șef al porcarilor și de conducător al tâlharilor. Bun psiholog, exploatează slăbiciunile celorlalți pentru a-și realiza interesele. Este și pedepsit în final, în acord cu morala slaviciană.

-**trăsături de caracter (pentru Lică, pentru Ghiță, vezi mai sus):** viclenia, autoritatea, lipsa remușcărilor, impulsivitatea (în diversele întâlniri cu Ghiță), agresivitatea.

-**mijloace de caracterizare (pentru Lică, pentru Ghiță, vezi mai sus):** directe („Lică, un om de treizeci și șase de ani, înalt, uscățiv...”) și indirecte (viclenia reiese din secvența în care îl convinge pe Ghiță să devină omul său de încredere).



Activități de învățare:

1. Enumeră cel puțin cinci trăsături ale speciei literare *nuvelă*.
2. Identifică momentele subiectului într-o nuvelă studiată în clasele anterioare.
3. Identifică momentele subiectului în nuvela *Moara cu noroc*.
4. Comentează relația dintre incipitul și finalul textului.
5. Precizează modalitățile de caracterizare folosite în cazul personajului Ghiță.
6. Prezintă tipul de narator și perspectiva narativă din text.



Modele de itemi pentru evaluarea sumativă:

1. Se dă textul:

“— Ce ai, Ghiță? strigă nevasta cuprinsă de îngrijare.

— Ce am? răspunse el cu amărăciune. Am o nenorocire; pierd ziua de astăzi pentru cea de mâine. Eu nu ți-am vorbit niciodată despre lucruri de aceste, dar trebuie să fii și tu om, Ano, și să te gândești la viață, căci nu pot să-ți vie mereu toate de-a gata. Astăzi stau aici și nu mă supără nimic, dar îmi fac eu însumi gânduri rele despre ziua de mâine, și aceste gânduri nu-mi lasă tihnă să mă bucur de ziua de astăzi. Și poate că gândurile mele sunt deșerte, poate că ziua de mâine are să fie tot bună, dar o voi pierde temându-mă de cea de poimâine. Și cât vom sta aici, nu mai scap de nevoia aceasta.

— Atunci să plecăm, Ghiță.

— Da, să plecăm, dar întreabă-mă dacă mă pot hotărî să plec. Vezi tu, așa cum sunt, îmi vine greu să plec.”

1. Selectează din text doi indici temporali.
2. Numește sentimentul dominant care se degajă din atitudinea personajului Ghiță.
3. Indică sinonime potrivite pentru cuvintele *amărăciune* și *tihnă*.
4. Comentează semnificația unei figuri de stil identificate în text.
5. Precizează o modalitate artistică de expunere prezentă în text.

2. Scrie un eseu de 2 - 3 pagini despre particularitățile de construcție a unui personaj dintr-o nuvelă realistă psihologică studiată, aparținând lui Ioan Slavici.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

- prezentarea statutului social, psihologic, moral etc. al personajului ales, prin raportare la conflictul/conflictele nuvelei studiate;
- relevarea principalei trăsături a personajului ales, ilustrată prin două episoade narative;
- exprimarea unui punct de vedere argumentat, despre modul în care se reflectă o idee sau tema nuvelei în construcția personajului pentru care ai optat.

3. Scrie un eseu de 2 - 3 pagini despre relația dintre două personaje dintr-un nuvelă realistă psihologică studiată, aparținând lui Ioan Slavici.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

- prezentarea statutului psihologic, moral etc. al personajelor alese, prin raportare la conflictul/conflictele nuvelei studiate;
- relevarea principalelor trăsături ale personajelor alese, prin referire prin două episoade;
- exprimarea unui punct de vedere argumentat, despre modul în care se reflectă o idee sau tema nuvelei studiate în construcția personajelor pentru care ai optat.

Bibliografie:

- 1.Călinescu, G. – *Istoria literaturii române de la origini până în prezent*, Editura Aristarc, Onești, 2000;
- 2.Marcea, Pompiliu – *Slavici*, Editura Facla, Timișoara, 1978;
- 3.Popescu, Magdalena – *Slavici*, Editura Cartea Românească, București, 1977.

Nuvela realistă și psihologică *În vreme de război*, de Ion Luca Caragiale



Context: Publicată în anul 1889, nuvela În vreme de război propune o motivație cauzală a dezechilibrului psihic al hangifului Stavrance, dezvoltată pe tema clasică a obsesiei.

Tipologie: *În vreme de război* este o autentică nuvelă psihologică construită pe un fir narativ unic, cu un conflict concentrat pe evoluția personajului principal. Narratorul obiectiv realizează o fișă clinică a deprădăcinării lui Stavrance și diagrama conștiinței, prin marcarea graduală a tribulațiilor de la simpla aluzie, când avocatul hâtru îi spune că doar mortul ar putea să-și revendice averea, la propagarea concentrică a obsesiei, sub forma visurilor-coșmar, și culminarea patologică a manifestărilor eroului, alienarea.

Tema nuvelei este obsesia averii, cauză a dezechilibrului psihic, vizând dimensiunea interioară a personajului.

Structură și compoziție:

Vocația arhitectonică a scriitorului realist impune o compoziție riguros structurată, pentru a descoperi cauzalitatea și fatalitatea unei existențe obscure. În esență, subiectul urmărește, pe parcursul celor trei capitole, evoluția hangiului Stavrache de la condiția de normalitate spre patima devoratoare a banului, a posesiei și spaima pierderii averii, cu toate mutațiile psihologice implicate.

Fiecare capitol marchează într-un crescendo evoluția subiectului, după cum și capitolele au o rigoare clasică în interiorul lor, marcând câte un punct culminant, o tensiune maximă a episodului respectiv.

Trei planuri importante interferează pe parcursul capitolelor:

- planul narațiunii în care se consumă precipitat evenimentele relatate în ordinea și gradăția lor de naratorul parțial obiectiv, detașat și lucid.

- planul dialogului se focalizează asupra personajului (dialogul replicat, monologul interior), având o funcție caracterologică;

- planul naturii contrapunctează manifestările protagonistului, anticipând drama sau potențând-o: „*Viscolul afară, ajund în culmea nebuniei, făcea să troznească zidurile hanului bătrân.*”

Personajul principal

În esență, hangiul Stavrache reprezintă **tipul avarului**, pentru care patima îmbogățirii devine fatalitate. Structural, personajul este consecvent dorinței de a stăpâni averea fratelui mai mic, „*ucis de trei gloanțe inamice*”. Psihic, se comportă contradictoriu, sub impulsul obsesiei care degradează ființa din interior, eroul devine un „**caz clinic**”, de factură naturalistă (prin detalierea reacțiilor fiziologice și cauzalitatea ereditară).

Personajul parcurge o gamă variată de stări tensionale: așteptarea anxioasă, veghea continuă, încordarea, tensiunea psihică, starea explozivă urmărită prin manifestările fiziologice și patologice pentru a atinge în final liniștea și resemnarea. La început, criza psihologică este intuită doar, apoi se adâncește sub apăsarea obsesiilor și conduce de la halucinație la manifestări violente și, mai târziu, la demență.

Modalitățile de caracterizare alternează în favoarea mijloacelor indirecte, în raport cu planurile narative:

- caracterizarea directă se realizează prin viziunea auctorială: „om cu dare de mână”, „cu han la drum” și prin perspectiva lui Iancu Georgescu, fratele mai mic îi solicită ajutorul, încrezător în imparțialitate;

- caracterizarea indirectă completează tipul uman, raportat la mediul social (automatisme de căpătuirii prin fraudă, patima banului, meschinăria, dezumanizarea), contextul familial (factorul ereditar se constituie ca fatalitate, ambii frați manifestă tendințe mercantile, comportament (nemilor, rapace), limbaj (brutal, fricos, dezechilibrat, alienat).

Tehnici narative

Scriitorul operează cu instrumentele specifice prozei de analiză psihologică: observația, analiza, introspecția, retrospecția și alternează modurile de expunere (narațiunea, dialogul, monologul, stilul indirect liber).



Activități de învățare

1. Argumentează cu exemple din text că nuvela „În vreme de război”, de I. L. Caragiale este o nuvelă realist-psihologică cu puternice accente naturaliste având în vedere următoarea referință critică: „*Incontestabil există o țară în familia în care un frate înnebunește, iar altul se face tâlhar ca popă și delapidator ca ofițer.*” (G.Călinescu)

2. Descrie simptomele și evoluția obsesiei lui Stavrache spre nebunie așa cum este prezentată în text.

3. Argumentează care este rolul naturii în episodul dinaintea halucinației hangiului: „*Afară plouă mărunțel, ploaie rece de toamnă, și boabele de apă prelingându-se de pe streșini și picând în clipe ritmate pe fundul unui butoi dogit, lăsat gol într-adins la umezeală, faceau un fel de cântare cu nenumărate și ciudate înțelesuri. Legănate de mișcarea sunetelor, gândurile omului începură să sfârâie iute în cercuri strâmte, apoi încet-încet se rotiră din ce în ce mai domol, în cercuri din ce în ce mai largi, și tot mai domol, și tot mai larg. Când cercul unui gând ajunsese-n fine așa de larg încât conștiinței îi era peste puțină din centru să-l mai urmărească din ce se tot depărta - omului i se pare c-aude afară un cântec de*

trâmbițe...*Militari, desigur.*” Comentează rolul descrierii cadrului natural de la finalul nuvelei: „*Viscolul afară ajuns în culmea nebuniei făcea să trosnească zidurile hanului bătrân.*”

4. Compară personajul Stavrache cu un alt personaj, din literatura română, care ilustrează avariția, respectiv dezumanizarea datorată patimei pentru avere.



Evaluare

1. Redactați un eseu, de minimum 400 de cuvinte, în care să prezentați **particularitățile unui text narativ** aparținând lui I. L. Caragiale. În elaborarea eseului, veți avea în vedere următoarele repere:

- evidențierea a două trăsături care fac posibilă încadrarea textului narativ studiat într-un curent cultural/literar;
- prezentarea modului în care tema se reflectă în textul narativ studiat, prin comentarea a două secvențe semnificative;

• analiza, la alegere, a două elemente de compoziție și de limbaj, semnificative pentru textul narativ studiat, din seria: acțiune, relații temporale, planuri narative, conflict, titlu, personaje.

2. Redactați un eseu de minimum două pagini, în care să prezentați **particularitățile de construcție a unui personaj dintr-un text narativ**, aparținând lui I. L. Caragiale. În elaborarea eseului, veți avea în vedere următoarele repere:

- prezentarea statutului social, psihologic, moral al personajului;
- evidențierea a două trăsături de caracter ale personajului ales prin patru episoade/secvențe comentate;
- analiza, la alegere, a două componente de structură și de limbaj ale textului narativ, semnificative pentru construcția personajului, din seria: acțiune, conflict, modalități de caracterizare, limbaj.

Bibliografie:

1. Dumitrache M., Nicolae Boltașu D., Bacalaureat, 80 de teste complete, Editura Booklet, 2017
2. Got M., Lungu R., Literatura română, Editura Nomina, 2007
3. Limba și literatura română. Bacalaureat, Rentrop&Straton, Bacalaureat, 2018
4. <https://ro.wikipedia.org/wiki/Wikipedia>
5. www.didactic.ro

3. Nuvela istorică

Alexandru Lăpușneanul, de Costache Negruzzi



Context: Nuvela a fost publicată în perioada pașoptisă, în primul număr al revistei *Dacia literară*, în anul 1840 și ilustrează două dintre cele patru idei formulate de Mihail Kogălniceanu în *Introducere* (promovarea unei literaturi originale, inspirația din istoria națională).

Specie literară: Este o nuvelă, specie a genului epic, cu o construcție riguroasă cu un singur fir narativ, personajele sunt relativ puține și gravitează în jurul personajului principal.

Sursa de inspirație: *Letopiseșul Țării Moldovei* de Miron Costin și Grigore Ureche.

Tema: Opera are ca temă evocarea unei perioade zbuciumate din istoria Moldovei, cea de-a doua domnie a lui Alexandru Lăpușneanul (1564-1569).

Perspectiva narativă este obiectivă, naratorul fiind omniscient, detașat, dar se abate, în capitolul al III-lea, de la obiectivitate. Narațiunea este cu focalizare zero, viziunea „dindărat”.

Moduri de expunere: Narațiunea se îmbină cu descrierea.

Structură: Patru capitole cu motto-urile „Dacă voi nu mă vrei, eu vă vreau”, „Ai să dai samă, Doamnă!”, „Capul lui Moțoc vrem!”, „De mă voi scula, pre mulți am să popesc și eu”.

Momentele subiectului: Capitolul I cuprinde expozițiunea (întoarcerea lui Alexandru Lăpușneanul în Moldova cu scopul reluării tronului).

Capitolul al II-lea coincide cu desfășurarea acțiunii (fuga lui Tomșa, confiscarea averilor boierești, uciderea unor boieri, încercarea doamnei Ruxanda de a-l convinge pe domnitor să nu mai ucidă, promisiunea pe care Lăpușneanul i-o face).

Capitolul al III-lea cuprinde punctul culminant (discursul domnitorului, ospățul, uciderea celor 47 de boieri, omorârea lui Moțoc, „leacul de frică”).

Capitolul al IV-lea: reprezintă deznodământul operei (boala și moartea lui Alexandru Lăpușneanul).

Conflictul: Conflictul este de ordin social (lupta pentru putere dintre domnitor și boieri). Există și un conflict secundar, acela între domnitor și boierul Moțoc.

Caracterizarea personajului principal: Alexandru Lăpușneanul este personaj atestat istoric, romantic, eponim, întruchipează tipul domnitorului crud și tiran. Hotărât, viclean, crud, disimulat, inteligent, bun cunoscător al psihologiei umane, bun strateg, personajul este puternic individualizat și memorabil. Este **caracterizat direct** (de către narator, de alte personaje, prin autocaracterizare) și **indirect** (prin faptele sale, prin gesturi, limbaj, comportament, relația cu alte personaje, atitudine, vestimentație).

- **Trăsături realiste ale nuvelei:** Verosimilitatea faptelor prezentate, veridicitatea scenelor, stilul sobru și impersonal, narator omniscient, culoarea locală, viziune auctorială, sursa de inspirație.

- **Trăsături romantice ale operei :** Personaj exceptional urmărit în situații excepționale, antiteza, ziceri memorabile, sursa de inspirație, descrierea cetății Hotinului, exitus-ul personajului etc.

Concluzii: Fiind o nuvelă istorică în contextul literaturii pașoptiste, *Alexandru Lăpușneanul* este și o nuvelă de factură romantică, prin respectarea principiului romantic enunțat în articolul-program al revistei *Dacia literară*. Potrivit lui G. Călinescu „nuvela Alexandru Lăpușneanul ar fi devenit o scriere celebră ca și Hamlet dacă ar fi avut în ajutor prestigiul unei limbi universale”.



Activități de învățare:

1. Enumeră patru trăsături ale speciei literare **nuvelă**.
2. Identifică cele cinci momente ale subiectului din nuvela istorică „Alexandru Lăpușneanul”.
3. Precizează modalitățile de caracterizare folosite în cazul personajului principal al nuvelei.
4. Prezintă tipul de narator și perspectiva narativă din text.
5. Ilustrează cel puțin patru trăsături ale realismului prezente în text.



Activități de evaluare:

1. Scrie un eseu de 2 - 3 pagini despre particularitățile de construcție a unui personaj dintr-o nuvelă realistă istorică studiată.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

- prezentarea statutului social, psihologic, moral etc. al personajului ales, prin raportare la conflictul/conflictele nuvelei studiate;
- relevarea principalei trăsături a personajului ales, ilustrată prin două episoade narative;
- exprimarea unui punct de vedere argumentat, despre modul în care se reflectă o idee sau tema nuvelei în construcția personajului pentru care ai optat.

2. Scrie un eseu de 2 - 3 pagini despre relația dintre două personaje dintr-un nuvelă istorică studiată.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

- prezentarea statutului psihologic, moral etc. al personajelor alese, prin raportare la conflictul/conflictele nuvelei studiate;
- relevarea principalelor trăsături ale personajelor alese, prin referire la două episoade;
- exprimarea unui punct de vedere argumentat, despre modul în care se reflectă o idee sau tema nuvelei studiate în construcția personajelor pentru care ai optat.

Bibliografie:

1. Dumitrache M., Nicolae Boltașu D., Bacalaureat, 80 de teste complete, Editura Booklet, 2017
2. Got M., Lungu R., Literatura română, Editura Nomina, 2007

3. Limba și literatura română. Bacalaureat, Rentrop&Straton, Bacalaureat, 2018
4. <https://ro.wikipedia.org/wiki/Wikipedia>
5. www.didactic.ro

4. Romanul tradițional interbelic

Baltagul, de Mihail Sadoveanu



Context: publicat în 1930, aparține celei de-a doua etape din creația lui Sadoveanu, a maturității artistice.

Cea mai cunoscută creație sadoveniană, inspirată din mitul existențial românesc (motoul din Miorița), ori din mitul lui Isis și Osiris (Al. Paleologu), ilustrează formula tradițională a romanului realist de observație social și de problematic morală.

Sadoveanu scrie, în numai 17 zile, un roman complex, cu caracter mitic, simbolic, un roman al transumanței, în care creionează o civilizație pastorală, un roman filozofic, relevând o concepție despre lume și om bazată pe credință și rânduiești ancestrale, un roman inițiativ, ilustrând treptele inițierii lui Gheorghiuță.

Tema: Tema vieții și a morții și cea a căutării adevărului se întemeiază epic pe motivul călătoriei explorative și inițiatice, având ca scop cunoașterea, inițierea, restabilirea echilibrului pierdut și înfăptuirea actului justițiar.

Titlul: ilustrează simbolul dualității; baltagul-topor, cu două tăișuri, este, în același timp, și unealtă și armă, anticipând simbolic, viața și moartea. Vitoria parcurge un drum de viață și de moarte, care se desfășoară nu numai într-un spațiu geographic real, ci și într-un spațiu lăuntric, un labirint interior în care se hotărăște totul.

Compoziție: cele 16 capitole pot fi grupate în 3 părți:

- **Cap. I-VI: așteptarea** plină de neliniște și presimțiri; **hotărârea** protagonistei de a pleca pe urmele lui Nechifor; **pregătirile** (spiritual-purificatoare și gospodărești) pentru marea călătorie *în țara cealaltă de vale*.
- **Cap. VII-XIII: călătoria** care reface invers traseul transumanței străbătut în toamnă de personajul absent, Nechifor Lipan; **traseul labirintic** pe care Vitoria și Gheorghiuță îl parcurg pentru aflarea adevărului (Bicaz, Călugăreni, Farcașa, Borca, Cruci, Vatra Dornei, Broșteni, Borca, Sabasa, Suha); **descoperirea** osemintelor lui Nechifor.
- **Cap XIV-XVI: înfăptuirea actului justițiar** (înmormântarea, praznicul, pedepsirea criminalului/complicelui, restabilirea ordinii).
- **Acțiunea** este lineară, urmărind reconstituirea faptelor ce au dus la moartea lui Lipan. Eroina aduce în lumină adevărul, sancționează vinovații și reface ordinea sacră a lumii. *Deznodământul dezvoltă reacțiile etice fundamentale ale sufletului țărănesc patriarhal. (Ov. Crohmălniceanu)*
- **Structură:** trei planuri narrative: primul plan este cel al **existenței individuale și familiale**, care urmărește călătoria explorativă a Vitoriei; **planul existenței comunității de oieri** e un plan monografic, surprinzând existența unei lumi arhaice, care se confruntă cu noi forme de civilizație socială; existența muntenilor este integrată într-un **plan mitic și simbolic**; relația omului cu acest plan se realizează prin credință, prin mentalități și superstiții arhaice, prin vis și semne.

Caracterizarea personajelor: Vitoria Lipan

- Eroii sadovenieni sunt surprinși într-un spațiu real, de la Măgura Tarcăului până la ținutul Dornelor. Spațiul real și timpul obiectiv sunt dublate de spațiul simbolic (spațiul-labirint), de timpul mitic (impus de legenda care deschide romanul);
- Vitoria Lipan este un personaj reprezentativ pentru comunitatea în care trăiește;
- Portretul moral este alcătuit prin însumarea mai multor ipostaze; ca personaj reprezentativ pentru femeia de la munte, Vitoria este definită prin firea ei hotărâtă și dâră, prin credința în Dumnezeu și în valorile tradiționale. În ipostaza de soție, Vitoria este un model de devotament și iubire, de statornicie și sensibilitate. În ipostaza de mamă, Vitoria este mentor și un model pentru călătoria inițiativă a fiului, ea își ajută copilul să se maturizeze. Pe Minodora o crește în respect față de valorile morale și legile nescrise. Ca femeie, Vitoria se confruntă cu o lume nouă și necunoscută; personajul feminin are capacitatea de a se adapta împrejurărilor și modului de a gândi a celui cu care vorbește.

Relațiile dintre două personaje:

- Vitoria Lipan, protagonista operei, este mentorul și formatorul personajului supus procesului de inițiere, Georghită;
- Procesul inițiativ al fiului presupune o moarte simbolică, o coborâre în infern, acolo unde neofitul (neinițiatul) veghează osemintele tatălui său; băiatul își învinge frica, se simte un adevărat bărbat, pregătit să intre într-o nouă etapă existențială, fiind capabil de a prelua atribuțiile personajului absent, Nechifor Lipan.
- Ipostaza finală este cea a unui erou justițiar, plin de curaj și bărbăție: *feciorul mortului simți în el crescând o putere mai mare și mai dreaptă decât a ucigașului.....apoi îl lovi scurt, cu muchea baltagului, în frunte.*



Activități de învățare:

1. Încadrează creația epică a lui Mihail Sadoveanu într-un curent literar. Argumentează.
2. Prezintă pe scurt subiectul romanului.
3. Urmărește și conturează portretul personajului principal al romanului, în relație cu celelalte personaje.



Evaluare:

1. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți particularitățile de construcție a unui personaj dintr-un roman aparținând lui Mihail Sadoveanu.

În elaborarea eseului vei avea în vedere următoarele repere:

- prezentarea statutului social, psihologic și moral al personajului ales;
- evidențierea a două trăsături ale personajului ales prin două scene/secvențe comentate;
- analiza, la alegere, a două elemente de structură: subiect, conflict, instanțele comunicării narative, relații temporale și spațiale, modalități de caracterizare etc.

2. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți tema și viziunea despre lume într-un roman interbelic studiat.

În elaborarea eseului vei avea în vedere următoarele repere:

- evidențierea unei trăsături care face posibilă încadrarea romanului într-o tipologie, într-un curent literar/cultural, într-o perioadă sau orientare tematică;
- ilustrarea a două elemente de structură și de compoziție ale textului narativ, semnificative pentru tema aleasă (acțiune, conflicte, relații temporale și spațiale, instanțele comunicării narative, relații de simetrie etc);
- ilustrarea relațiilor dintre două personaje, prin care tema aleasă se evidențiază în romanul ales.

3. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți relația dintre două personaje dintr-un text narativ studiat, aparținând lui Mihail Sadoveanu.

În elaborarea eseului vei avea în vedere următoarele repere:

- prezentarea statutului social, psihologic și moral al fiecăruia dintre cele două personaje din textul narativ studiat;
- evidențierea modului în care se manifestă relația dintre cele două personaje prin două episoade/secvențe comentate;
- analiza, la alegere, a două componente de structură și de limbaj ale textului narativ studiat, semnificative pentru relația dintre cele două personaje, din seria: acțiune, conflict, temă, modalități de caracterizare, limbaj etc.

Bibliografie:

1. Dumitrache M., Nicolae Boltașu D., Bacalaureat, 80 de teste complete, Editura Booklet, 2017
2. Got M., Lungu R., Literatura română, Editura Nomina, 2007
3. Limba și literatura română. Bacalaureat, Rentrop&Straton, Bacalaureat, 2018
4. <https://ro.wikipedia.org/wiki/Wikipedia>
5. www.didactic.ro

5. Romanul obiectiv, realist, interbelic

Ion, de Liviu Rebreanu



Context: „Ion”, primul roman publicat de Liviu Rebreanu în 1920, este un roman realist de observație socială, „primul nostru roman obiectiv”;

Specie literară: roman. Curent literar: realism.

Specie a epicii de mare întindere, cu numeroase personaje, romanul comunică, indirect, mesajul autorului, prin intermediul naratorului obiectiv, dar și al personajelor numeroase, implicate într-o acțiune polifonică. Se încadrează în curentul literar realism prin obiectivitatea perspectivei narative, personajele sunt construite în relație cu mediul în care trăiesc, prin verosimilitatea aspectelor prezentate, personaje tipice.

Tema:

Tema romanului o constituie lupta țăranului de la începutul secolului al XX lea pentru pământ. Astfel, romanul devine o monografie a satului transilvănean, reflectând mentalitatea colectivă, dar și obiceiurile legate de marile evenimente din existența umană (nunta, nașterea, înmormântarea). Tema pasiunii originare a posesiunii manifestată ca pasiune organică a țăranului român pentru pământ, este dublată de tema iubirii și tema destinului.

Titlul situează în centrul romanului personajul eponim, conferindu-i statut de protagonist tânărului țăran cu prenume reprezentativ pentru comunitatea satului românesc. Cel ce poartă numele Sfântului Ion nu poate fi decât antieroul care se lasă învins de propria slăbiciune.

Compoziție: construcție închisă, de corp sferoid; principiul simetriei: două părți (Glasul pământului și Glasul iubirii) alcătuite din 6/7 capitole (ultimul capitol are funcție de epilog); principiul circularității: motivul drumului deschide și încheie romanul (Începutul-Sfârșitul).

Structură: planul destinului individual – al lui Ion/Titu Herdelea; planul destinului familiei – familia Glanetașilor, familia lui Vasile Baci, familia Herdelea; planul destinului comunității.

Acțiunea e construită pe mai multe planuri narative, generând paralelismul epic; se desfășoară într-un spațiu real, determinat geografic (Valea Someșului) și într-o durată reală (începutul sec. XX), caracteristici specifice romanului obiectiv.

Subiectul este organizat prin paralelism narativ (3 planuri narative); principalul plan narativ urmărește destinul lui Ion: *În centrul romanului se află patima lui Ion, ca formă a instinctului de posesiune. (N. manolescu).* Al doilea plan narativ urmărește destinul tânărului intelectual, Titu Herdelea.

În planul destinului familiei, acțiunea este focalizată asupra familiei învățătorului Zaharia Herdelea.

Arta construirii personajelor: personajele sunt construite pe principiul simetriei inverse: Ion/George Bulbuc, Ana/Florica, Vasile Baci/Alexandru Glanetașu.

Ion Pop al Glanetașului

– personaj realist, tipologic, având ca model real un tânăr țăran sărac din Prislop;

-personaj eponim, reprezentativ pentru comunitatea țăărănească;

-identitate asumată încă din adolescență (părăsește liceul după un trimestru, refuzând să fie altceva decât țăran);

-este o natură complexă cu trăiri contradictorii: Glasul pământului (Ana)/Glasul iubirii (Florica);

-personaj dinamic surprins în procesul de alunecare în afara valorilor morale; învins de propria sa slăbiciune: *Iubirea pământului l-a stăpânit de mic copil...pământul i-a fost mai drag ca o mamă.*

-trăiește conflicte puternice: dilema psihologică și morală; conflicte exterioare (de interese/material: îl opune pe Ion lui Vasile Baci, se rezolvă în favoarea lui Ion; în final, însă, pământul revine bisericii; moral: încălcarea normelor etice ale comunității va fi pedepsită – probozirea în biserică, închisoarea, moartea; erotic: triumful Ion, Florica, George – uciderea lui Ion, arestarea lui George).

-Ion este văzut și definit de către mai multe instanțe narative: învățătorul, preotul, Vasile Baci, Ana, George, comunitatea sătească – el este exponentul clasei țăărănești din Pripas: *Pe uliță umbla cu pași mai mari și cu genunchii îndoși. Vorbea mai apăsat cu oamenii și veșnic numai de pământ și avere.*

-parvenitul Ion copiază modelul lui Vasile Baci, dar nu se mulțumește numai cu pământul: *Ion este o brută. A batjocorit o fată, i-a luat averea, a împins-o la spânzurătoare și a rămas în cele din urmă cu pământ. (G. Călinescu).*

-G. Călinescu: *Lăcomia lui de zestre e centrul lumii viclenia instinctuală, caracteristică oricărei ființe reduse i-a determinat acțiunile.*

Relația dintre două personaje:

- relațiile dintre Ion și Ana sunt evidențiate de tema operei, aceea a luptei țăranului pentru pământ;
- conflictul central este exterior, social, între Ion și Vasile Baci, iar Ana este o victimă a celor doi bărbați;
- patima lui Ion pentru pământ îl determină să renunțe la iubire, la împlinire, la Florica cea săracă;
- opțiunea sa este Ana, cea care reprezintă un liant între el și pământ: *Ana avea locuri și case și vite multe.*
- drama țăranului sărac generează și prăbușirea celor bogați, precum Ana lui Vasile Baci;
- personajele Ion-Ana au trăsături antitetice: blândețea personajului feminin- brutalitatea lui Ion, iubire-interes, devotament-egoism;
- Ana conștientizează condiția sa de victimă în lupta pentru pământ, iar gestul său final, sinuciderea, poate fi interpretat ca o eliberare, o evadare din captivitate.



Activități de învățare:

1. Încadrează creația epică a lui Liviu Rebreanu într-un curent literar. Argumentează.
2. În ce constă simetria romanului **Ion**?
3. Prezintă pe scurt subiectul romanului, prin evidențierea următoarelor aspecte: prezentarea societății rurale de la începutul secolului al XX-lea, obiceiuri, mentalități, organizare, etc.
4. Urmărește și conturează portretul personajului principal al romanului, în relație cu celelalte personaje, evidențiind trăsăturile de caracter, concepția despre pământ, așa cum se reflectă în roman.
5. Demonstrează că **Ion** este un roman circular. Folosește în redactare și aceste mărturisiri ale autorului:
Spuneam cum am ajuns, frământând planul romanului, să-l sintetizez într-o imagine grafică. În cursul elaborării, am căutat să realizez concret imaginea aceasta. De-aici a rezultat înfățișarea fiecărui capitol în mici diviziuni care cuprind câte o scenă, câte un moment, în sfârșit, un fir liber din țesătura generală. Toate acestea apoi au trebuit înnodate în anume fel ca să se poată întoarce în cuprinsul acțiunilor principale, care și ele, la sfârșit, trebuiau să se unească, să se rotunjească, să ofere înfățișarea unei lumi unde începutul se confundă cu sfârșitul. De aceea romanul, ca corp sferoid, se termină precum a început. Cititorul care s-a dus în satul Pripas pe șoseaua laterală, trecând peste Someș și prin Jidovița, se întoarce la sfârșit pe același drum înapoi, până ce iese din lumea ficțiunii și reintră în lumea lui reală. Lumea romanului rămâne astfel în sufletul cititorului ca o amintire vie, care apoi se amestecă cu propriile-i amintiri din viața-i proprie...

(Liviu Rebreanu, *Mărturisiri*, 1932)



Evaluare:

1. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți particularitățile de construcție a unui personaj dintr-un roman aparținând lui Liviu Rebreanu.

În elaborarea eseului vei avea în vedere următoarele repere:

- prezentarea statutului social, psihologic și moral al personajului ales;
- evidențierea a două trăsături ale personajului ales prin două scene/secvențe comentate;
- analiza, la alegere, a două elemente de structură: subiect, conflict, instanțele comunicării narative, relații temporale și spațiale, modalități de caracterizare etc.

2. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți tema și viziunea despre lume într-un roman interbelic studiat.

În elaborarea eseului vei avea în vedere următoarele repere:

- evidențierea unei trăsături care face posibilă încadrarea romanului într-o tipologie, într-un curent literar/cultural, într-o perioadă sau orientare tematică;
- ilustrarea a două elemente de structură și de compoziție ale textului narativ, semnificative pentru tema aleasă (acțiune, conflicte, relații temporale și spațiale, instanțele comunicării narative, relații se simetrie etc);
- ilustrarea relațiilor dintre două personaje, prin care tema aleasă se evidențiază în romanul ales.

3. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți relația dintre două personaje dintr-un text narativ studiat, aparținând lui Liviu Rebreanu.

În elaborarea eseului vei avea în vedere următoarele repere:

- prezentarea statutului social, psihologic și moral al fiecăruia dintre cele două personaje din textul narativ studiat;
- evidențierea modului în care se manifestă relația dintre cele două personaje prin două episoade/secvențe comentate;
- analiza, la alegere, a două componente de structură și de limbaj ale textului narativ studiat, semnificative pentru relația dintre cele două personaje, din seria: acțiune, conflict, temă, modalități de caracterizare, limbaj etc.

Bibliografie:

1. Dumitrache M., Nicolae Boltașu D., Bacalaureat, 80 de teste complete, Editura Booklet, 2017
2. Got M., Lungu R., Literatura română, Editura Nomina, 2007
3. Limba și literatura română. Bacalaureat, Rentrop&Straton, Bacalaureat, 2018
4. <https://ro.wikipedia.org/wiki/Wikipedia>
5. www.didactic.ro

6. Roman obiectiv, realist de tip balzacian, interbelic *Enigma Otiliei*, de George Călinescu



Context: Publicat în 1938, romanul *Enigma Otiliei* apare la sfârșitul perioadei interbelice (o epocă în care se afirmă puternic această specie literară), și este al doilea dintre cele patru romane scrise de G. Călinescu.

Curent literar: G. Călinescu adoptă formula clasică a romanului balzacian, creator de tipologii, dar topește în materia epică și elemente baroce, romantice, moderne. Teoreticianul romanului românesc optează pentru romanul obiectiv și metoda balzaciană (realismul clasic), dar depășește acest program estetic, apelând la elemente de modernitate.

Prin

temă, romanul este balzacian și citadin. Caracterul citadin ține de modernismul lovinescian. Frescă a burgheziei bucureștene de la începutul secolului al XX-lea, prezentată sub aspect social și economic (istoria moștenirii lui Costache Giurgiuveanu), imaginea societății constituie fundalul pe care se proiectează formarea tânărului Felix Sima, care, înainte de a-și face o carieră, trăiește experiența iubirii și a relațiilor de familie.

Dacă **titlul inițial** (*Părinții Otiliei*) sublinia tema paternității, deoarece fiecare dintre personaje determină cumva soarta orfanei Otilia, ca niște „părinți”, titlul sub care a fost publicată cartea reliefează eternul mister feminin, dar și misterul unei vârste și al vieții însăși. Ultima semnificație – cea generală – este luminată de târzia reflecție a lui Felix din finalul romanului: „Nu numai Otilia era o enigmă, ci și destinul însuși”.

Structură și compoziție

Discursul narativ (narațiunea heterodiegetică) se realizează dintr-o perspectivă omniscientă („focalizare 0”). Astfel, narratorul se ascunde în spatele diverselor măști (de exemplu, personajul-reflector Felix Sima, prin intermediul căruia sunt prezentate alte personaje), fapt dovedit și de limbajul uniformizat.

Romanul, alcătuit din **douăzeci de capitole**, este construit pe mai multe planuri narrative, care urmăresc destinul unor personaje, prin acumularea detaliilor: destinul Otiliei, al lui Felix, al membrilor clanului Tulea, al lui Stănică etc. Un plan urmărește lupta dusă de clanul Tulea pentru obținerea moștenirii lui Costache Giurgiuveanu și înlăturarea Otiliei Mărculescu. Al doilea plan prezintă destinul tânărului Felix Sima care, rămas orfan, vine la București pentru a studia Medicina, locuiește în casa tutorelui său, Costache Giurgiuveanu, și trăiește iubirea adolescentină pentru Otilia.

Incipitul romanului realist fixează veridic cadrul temporal („într-o seară la începutul lunii iulie 1909”) și spațial (strada Antim din București, casa lui moș Costache), prezintă principalele personaje, sugerează conflictul și trasează principalele planuri epice. Finalul este închis prin rezolvarea conflictului și este urmat de un epilog.

Simetria incipitului cu finalul se realizează prin descrierea străzii și a casei lui moș Costache, din perspectiva lui Felix, *intrusul/ străinul* din familia Giurgiuveanu, în momente diferite ale existenței sale (în adolescență și aproximativ zece ani mai târziu, „după război”). Simetria este susținută și de răspunsul dat de moș Costache, la venirea lui Felix, reluată în finalul romanului: „Aici nu stă nimeni”.

Conflictul romanului se bazează pe relațiile dintre două familii înrudite. Membrii acestora aparțin unor tipologii care conturează universul social. Din prima familie fac parte Costache Giurgiuveanu (posesorul averii) și Otilia Mărculescu (o adolescentă orfană, fiica celei de-a doua soții decedate a lui Costache). În această familie pătrunde Felix Sima, nepotul bătrânului, care vine la București pentru a studia Medicina. A doua familie, vecină și înrudită, care aspiră la moștenirea averii bătrânului, este familia surorii acestuia, Aglae. Perspectiva moștenirii lui Costache Giurgiuveanu generează un dublu conflict succesoral (ostilitatea manifestată de Aglae împotriva orfanei Otilia și interesul lui Stănică pentru averea bătrânului).

Conflictul erotic privește rivalitatea adolescentului Felix și a maturului Pascalopol pentru iubirea Otiliei.

Personajele. Relația Felix – Otilia

Felix și Otilia, intelectualul în formare și femeia enigmatică, alcătuiesc un cuplu de personaje, care ilustrează tema iubirii adolescentine, în acest roman realist.

Fiul medicului Iosif Sima de la Iași, Felix vine la București pentru a studia Medicina, locuiește la unchiul și tutorele său, bătrânul avar Costache Giurgiuveanu și trăiește iubirea adolescentină pentru Otilia, o tânăra cu temperament de artistă, studentă la Conservator.

Felix Sima, *străinul*, este caracterizat în mod direct de narator încă de la începutul romanului, când vine în casa lui moș Costache Giurgiuveanu: „*un tânăr de vreo optsprezece-nouăsprezece ani, îmbrăcat în uniformă de licean [...]. Fața îi era însă juvenilă și prelungă, aproape feminină din pricina șuvițelor mari de păr ce-i cădeau de sub șapcă, dar culoarea măslinie a obrazului și tăietura elinică a nasului corectau printr-o voluntară întâia impresie*”.

Otilia Mărculescu, fiica vitregă a lui moș Costache, îl primește plină de căldură și îl protejează. Întâiul portret fizic al Otiliei este realizat din perspectiva lui Felix: „*Felix privi spre capătul scării și văzu un cap prelung și tânăr de fată, încărcat cu bucle, căzând până pe umeri*”.

Otilia îi va purta de grijă lui Felix, încă din seara sosirii tânărului în casa lui moș Costache. Neavând o camera pregătită, Otilia îi oferă cu generozitate odaia ei, prilej pentru Felix de a descoperi în amestecul de dantele, partituri, romane franțuzești, cutii de pudră și parfumuri, o parte din personalitatea exuberantă a Otiliei. În cazul acestui portret se apelează la tehnica balzaciană a caracterizării prin descrierea interiorului.

Între cei doi se naște încă de la început o afecțiune delicată, determinată și de condiția lor de orfani. Impulsiv și încă imatur, Felix percepe dragostea la modul romantic, transformând-o pe Otilia într-un ideal feminin. El are nevoie de certitudini, iar comportamentul derutant al fetei îl descumpănește, pentru că nu și poate explica schimbările de atitudine, trecerea ei bruscă de la o stare la alta. Însuși scriitorul justifică misterul personajului feminin prin prisma imaturității lui Felix, afirmând: „*Nu Otilia are o enigmă, ci Felix crede că are. Pentru orice tânăr de douăzeci de ani, enigmatică va fi în veci fata care îl va respinge, dându-i dovadă de afecțiune*”.

Otilia însăși recunoaște cu sinceritate față de Felix că este o ființă dificilă și se autocaracterizează astfel: „Sunt capricioasă, vreau să fiu liberă! [...] Eu am un temperament nefericit: mă plictisesc repede, sufăr când sunt contrariată”.

Portretul Otiliei este realizat nu numai prin modalități tradiționale de caracterizare, ci prin tehnici moderne: comportamentismul și reflectarea poliedrică (pluriperspectivismul). Până în capitolul al XVI-lea, Otilia este prezentată mai ales prin comportamentism (fapte, gesturi, replici). Această tehnică este dublată, în același spațiu narativ, de reflectarea poliedrică a personalității Otiliei în conștiința celorlalte personaje, ceea ce conferă ambiguitate personajului, iar în plan simbolic sugerează enigma, misterul feminității. Relativizarea imaginii prin reflectarea în mai multe oglinzi alcătuiește un portret complex și contradictoriu: „fe-fetița” cuminte și iubitoare pentru moș Costache, fata exuberantă, „admirabilă, superioară” pentru Felix, femeia capricioasă cu „un temperament de artistă” pentru Pascalopol, „o dezmațată, o stricată” pentru Aglae, „o fată deșteaptă”, cu spirit practic pentru Stănică, o rivală în căsătorie pentru Aurica „cea mai elegantă și conservatoristă și mai mândră” pentru colegii lui Felix, care invidiază familiaritatea tânărului cu Otilia.

O trăsătură a formulei estetice moderne este ambiguitatea personajelor. Felix nu este un ambițios lipsit de scrupule, ci un adolescent orfan capabil să iubească dezinteresat. Hotărât să-și facă o carieră, se bazează pe luciditate și profunzime intelectuală.

Contradicțiile Otiliei îl nedumeresc pe Felix. Inițial, tânărul ezită între a crede bârfele „clanului” Tulea și a-i păstra o dragoste pură Otiliei, iar mai târziu, când Otilia pleacă pe neașteptate la Paris cu Pascalopol, Felix are o scurtă aventură cu Georgeta, „fată faină”, „pupila” unui general, pe care i-o prezintă Stănică. De altfel, cele două femei, Otilia și Georgeta, contribuie în egală măsură la maturizarea lui Felix.

Ultima întâlnire dintre Felix și Otilia, înaintea plecării ei din țară împreună cu Pascalopol, este esențială pentru înțelegerea personalității tinerilor și a atitudinii lor față de iubire. Dacă Felix este intelectualul ambițios, Otilia este cocheta, care crede că „*rostul femeii este să placă, în afară de asta neputând exista fericire*”. Otilia concepe iubirea în felul aventuros al artistului, cu dăruire și libertate absolută, în timp ce Felix este dispus să aștepte virtutea promisiunii că, la un moment dat, se va căsători cu Otilia. Dându-și seama de această diferență, dar și de faptul că ea ar putea reprezenta o piedică în calea realizării profesionale a lui Felix, Otilia îl părăsește pe tânăr și alege siguranța căsătoriei cu Pascalopol.

În **epilog**, câțiva ani mai târziu de la aceste întâmplări, Felix se întâlnește în tren cu Pascalopol, care îi dezvăluie faptul că i-a redat Otiliei cu generozitate libertatea de a-și trăi tinerețea, iar ea a devenit soția unui conte exotic. „*A fost o fată delicioasă, dar ciudată. Pentru mine e o enigmă*”, afirmă Pascalopol despre Otilia, iar Felix observă în fotografia pe care i-o arată moșierul o femeie frumoasă, dar în care nu o mai recunoaște pe tânăra exuberantă de odinioară, fiindcă „*un aer de platitudine feminină stingea totul*”.

La rândul lui, Felix își realizează ambițiile profesionale, devenind un medic renumit și profesor universitar: „se căsători într-un chip care se cheamă strălucit și intră, prin soție, într-un cerc de persoane influente”.

Misterul Otiliei pare a se ascunde în replica pe care i-o adresează la un moment dat lui Felix: „*Noi nu trăim decât cinci-șase ani*”. Romancierul însuși a acordat un loc aparte acestui personaj feminin, în care mărturisește că regăsește o parte din sine, după care portretul adolescentului Felix face îndreptățită opinia că el constituie un *alter ego* al autorului. Otilia reprezintă pentru Felix mai degrabă o imagine idealizată decât o femeie pe care o iubește cu adevărat. Misterul personajului feminin este generat de trăsăturile contradictorii ale cochetei cu temperament de artistă și susținut prin tehnici moderne de portretizare.



Activități de învățare

1. Ilustrează aspectele formulei estetice: realism balzacian, romantism, modernism, prin exemple din roman.

2. Poate fi considerat un *bildungsroman* dacă avem în vedere opinia lui Pompiliu Constantinescu: „*Studentul sentimental Felix Sima primește o magistrală lecție de viață, cu riscul dezamăgirilor, dar și cu avantajul de a deveni lucid, observând atâtea realități tragice sau comice. Romanul este astfel centrat pe mobila psihologie a unui adolescent în plină criză de creștere și de formare a personalității*”?

3. Poate fi considerat un roman al educației sentimentale având în vedere că Felix (proiecție a autorului în adolescență) „*e înconjurat de măștile iubirii și ale geloziei, ale rapacității sau generozității*” (Nicolae Manolescu)?

4. Numiți perspectiva narativă a operei plecând de la citatul „*Obiectivitatea însăși este una paradoxală, căci nu mai desemnează absența din evenimente a unui narator imparțial sau a demiurgului balzacian, ci amestecul permanent al unui comentator savant și expert, care, în loc să înfățișeze lumea, o studiază cu probe de laborator*”. (N. Manolescu, *Arca lui Noe*).



Evaluare

1. Redactați un eseu, de minimum 400 de cuvinte, în care să prezentați **particularitățile unui text narativ studiat, aparținând lui G. Călinescu**. În elaborarea eseului, veți avea în vedere următoarele repere: • evidențierea a două trăsături care fac posibilă încadrarea textului dramatic studiat într-un curent cultural/literar;

• prezentarea modului în care tema se reflectă în textul narativ studiat, prin comentarea a două secvențe semnificative;

• analiza, la alegere, a două elemente de compoziție și de limbaj, semnificative pentru textul narativ studiat, din seria: acțiune, relații temporale, conflict, titlu, personaje.

2. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți **relația dintre două personaje într-un text narativ studiat, aparținând lui G. Călinescu**. În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

• prezentarea statutului social, moral, psihologic etc. al celor două personaje;

•evidențierea evoluției relației dintre cele două personaje, prin referire la două episoade/secvențe relevante;

• analiza a două elemente de structură, de compoziție și de limbaj, semnificative pentru evoluția relației dintre personaje (de exemplu: acțiune, conflict, relații temporale și spațiale, incipit, final, tehnici narative, instanțele comunicării narative, perspectivă narativă, registre stilistice, limbaj etc.)

Bibliografie:

1. Dumitrache M., Nicolae Boltașu D., Bacalaureat, 80 de teste complete, Editura Booklet, 2017
2. Got M., Lungu R., Literatura română, Editura Nomina, 2007
3. Limba și literatura română. Bacalaureat, Rentrop&Straton, Bacalaureat, 2018
4. <https://ro.wikipedia.org/wiki/Wikipedia>
5. www.didactic.ro

7. Romanul subiectiv, modern, psihologic, interbelic

***Ultima noapte de dragoste, întâia noapte de război* de Camil Petrescu**



„Să nu descriu decât ceea ce văd, ceea ce aud, ceea ce înregistrează simțurile mele, ceea ce gândesc eu. Aceasta-i singura realitate pe care o pot povesti. Dar aceasta-i realitatea conștiinței mele, conținutul meu psihologic... Din mine însumi eu nu pot ieși... Orice aș face, eu nu pot descrie decât propriile mele senzații, propriile mele imagini. Eu nu pot vorbi onest decât la persoana întâi.” (*Teze și antiteze*, Camil Petrescu)

Context:

Romanul *Ultima noapte de dragoste, întâia noapte de război*, apare în anul 1930 și se încadrează în proza subiectivă, psihologică. Se înscrie în estetica modernismului prin tematică și tehnicile narative abordate, urmărind realist analiza vieții interioare a personajului narator.

Trăsături:specie literară, elemente specifice

Specie literară: roman întrucât este construcție epică în proză de dimensiuni ample, cu acțiune complexă, intrigă complicată, mai multe fire epice concentrate pe mai multe planuri narative și un număr mare de personaje.

Curent literar: modernism întrucât se caracterizează prin subiectivitate, autenticitate, substanțialitate, anticalofilism, având la bază tehnici precum: introspecția, analiza, inserția, alternanța, tehnica decupajului, a contrapunctului, memoria involuntară. Toate acestea urmăresc condiția intelectualului superior, inadapdat, măcinat de incertitudini.

Surse de inspirație: jurnalele de front ale lui Camil Petrescu și opere anterioare precum: *Ceaiul de la oracinci*, *Ciclul morții*, *Cei care plătesc cu viața*.

Titlul: are rol anticipativ, cu valoare simbolică, întrucât avertizează cititorul asupra temei operei. Astfel, se surprind cele două experiențe existențiale ale personajului Ștefan Gheorghidiu: iubirea și războiul. Noaptea simbolizează incertitudinea personajului ce-l mistuie lăuntric, în timp ce termenii ultima, întâia sugerează puterea protagonistului de a trece peste drama iubirii, pregătit de a cunoaște noi experiențe.

Tema: surprinde modern, **inadaptarea intelectualului superior** la o lume mediocră, a imposturii și a superficialității. Se împarte în **tema iubirii și a războiului** precum și cea a **condiției umane**.

Elemente compoziționale și de structură:

Din punct de vedere **compozițional**, romanul îmbracă forma unei **confesiuni** sub imperiul **fluxului conștiinței**. Este format din două părți: *Cartea întâia* (șase capitole) și *Cartea a doua* (șapte capitole), având fiecare titluri rezumative sau metaforice (la Piatra Craiului în munte, Diagonalele unui testament, Asta-i rochia albastră, etc.)

Principiul compozițional: **memoria involuntară**- romanul în roman- romanul iubirii este prins în romanul războiului.

Incipitul – descriptiv, de tipul punerii în abis- distanțarea de realitate prin prisma lucidității.

Finalul – modern, deschis interpretărilor multiple.

Din punct de vedere **structural** sunt urmărite două planuri fundamentale antitetice: **planul conștiinței** personajului narator și **planul realității obiective** centrat pe imaginea războiului prezentat într-o manieră demitizantă.

Conflictul – de natură psihologică generează incertitudini, o criză a valorilor. Este suprapus conflictului moral, exterior, cu societatea și cu propria soție: Ela.

Personajul principal: Ștefan Gheorghidiu – sugestii de abordare

- **Încadrarea în operă:** protagonist, intelectual, construit din sete de ideal și luciditate acerbă, aflat în raport cu o lume mediocră și incultă. Ele este eul narator, un alter-ego, un narator aotudiegetic.
- **Statut social, psihologic și moral:** student la filosofie, Ștefan se căsătorește cu Ela având un statut social modest. Avere primită de la unchiul Tache schimbă radical viața celor doi. Protagonistul, conștient de superioritatea sa intelectuală și morală, încearcă să aplice tiparul idealității sale universului înconjurător, fapt ce va da naștere unei profunde drame a incompatibilității dintre el și Ela, el și familia sa, el și societate, el și realitatea crudă a frontului.
- **Trăsături de caracter:** intelectual superior, spirit lucid și absolutizant, orgolios, inflexibil, exigent.

Relația dintre doua personaje: Ștefan Gheorghidiu – Ela

- **Încadrarea în operă:** protagoniști, studenți care se căsătoresc din dragoste, au pasiuni comune și interese comune.

Ela devine o proiecție a tiparului ideal pentru Ștefan Gheorghidiu, acesta făurind-o după modelul său de perfecțiune: „Fată dragă, destinul tău este și va fi schimbat prin mine”. Ela se transformă radical în urma moștenirii primite, devenind amatoare de lux, petreceri și excursii și comportându-se ca o „femeie de lume”.

Eroul nu abdică de la idealul său de iubire absolută, în care îndrăgostiții au drept de viață și de moarte unul asupra celuilalt. Astfel, va fi măcinat și mistuit de gelozie și incertitudini, conștiința sa zbuciumată fiind prilej de tortură interioară.

Devenind atât de diferiți, despărțirea va fi inevitabilă.

Mijloace de caracterizare: directă, indirectă, autocaracterizare.



Activități de învățare:

1. Precizați trăsăturile *romanului modern*.
2. Explicați construcția discursului narativ din romanul camilpetrescian: artificii compoziționale din incipit, înlănțuirea evenimentelor, tehnici narative și relația incipit-final.
3. Prezentați personajele din romanul camilpetrescian, analizând trăsăturile care se desprind din textul epic propus și precizând modalitățile de caracterizare: Ștefan Gheorghidiu și Ela Gheorghidiu.
4. Oferă câte trei argumente susținute de exemple din romanul „Ultima noapte de dragoste, întâia noapte de război”, de Camil Petrescu, pentru a demonstra că opera literară discutată are caracter: modern, subiectiv, proustian, psihologic, ionic, „erotic” și „de analiză”.



Modele de itemi pentru evaluare sumativă:

I. Se dă textul:

„O iubire mare e mai curând un proces de autosugestie... Trebuie timp și trebuie complicitate pentru formarea ei. De cele mai multe ori te obișnuiești greu, la început, să-ți placă femeia fără care mai târziu nu mai poți trăi. Iubești întâi din milă, din îndatorire, din duiosie, iubești pentru că știi că asta o face fericită, îți repeși că nu e loial s-o jignești, să înșeli atâta încredere. Pe urmă te obișnuiești cu surâsul și vocea ei, așa cum te obișnuiești cu un peisaj. Și treptat îți trebuie prezența ei zilnică. Toate planurile de viitor ți le faci în funcție de nevoile și preferințele ei. Vrei succese ca să ai surâsul ei. [...] Orice iubire e ca un monodeism, voluntar la început, patologic pe urmă.”

Ultima noapte de dragoste, întâia noapte de război de Camil Petrescu

1. Precizează tipul de narator existent în text.
2. Explică incipitul și finalul textului.
3. Comentează, în 6-10 rânduri opinia personajului despre iubire.
4. Explică rolul artistic al utilizării persoanei a II-a singular.
5. Argumentează încadrarea fragmentului în proza modernă.

II. Scrie un eseu, utilizând 4000-6000 de caractere, în care să prezinți particularitățile de construcție a personajului principal dintr-un text narativ aparținând lui Camil Petrescu.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere:

- prezentarea statutului psihologic, moral etc. al personajului, prin raportare la conflictul/conflictele romanului;
- evidențierea a două trăsături ale personajului, prin referire la două episoade/secvențe narative/situații semnificative;
- menționarea a patru elemente de structură ale romanului, semnificative pentru realizarea personajului (de ex. acțiune; conflict; relații temporale și spațiale; construcția subiectului; particularități de compoziție; perspectivă narativă; tehnici narative; construcția personajului; modalități de caracterizare etc.);
- susținerea unui punct de vedere personal despre modul în care se reflectă o idee sau tema romanului dat în construcția personajului.

III. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți particularități ale unui text narativ studiat, aparținând lui Camil Petrescu.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

- evidențierea a două trăsături care fac posibilă încadrarea textului narativ studiat într-o perioadă, într-un curent cultural/literar sau într-o orientare tematică;
- comentarea a două secvențe relevante pentru tema textului narativ studiat;
- analiza a două elemente de structură, de compoziție și de limbaj, semnificative pentru textul narativ studiat (de exemplu: acțiune, conflict, relații temporale și spațiale, incipit, final, tehnici narative, instanțele comunicării narative, perspectivă narativă, registre stilistice, limbaj etc.).

Bibliografie:

1. Dumitrache M., Nicolae Boltașu D., Bacalaureat, 80 de teste complete, Editura Booklet, 2017
2. Got M., Lungu R., Literatura română, Editura Nomina, 2007
3. Limba și literatura română. Bacalaureat, Rentrop&Straton, Bacalaureat, 2018
4. <https://ro.wikipedia.org/wiki/Wikipedia>
5. www.didactic.ro

8. Romanul obiectiv, realist, postbelic *Moromeții*, de Marin Preda



Context: Marin Preda surprinde în ciclul moromețian (vol. I-1955; vol. II-1967) complicațiile necunoscute ale sufletului țărănesc, firea contemplativă, bucuriile și libertatea spiritului rural care nu mai e devorat de pasiunea posesiunii pământului.

Curentul literar: realismul postbelic (neorealism).

Narațiunea heterodiegetică, narator omniscient, obiectiv; perspectiva naratorului obiectiv este completată prin cea a reflectorilor (vol I- Ilie Moromete, vol.II- Niculae) și a informatorilor.

Cronotop: drama lumii moromețiene se desfășoară într-un spațiu familiar autorului, satul Siliștea-Gumești, din Câmpia Dunării. simbolul verticalității acestui topos literar, conceput ca un centru mundi, este salcâmul din grădina Moromeților, iar simbolul libertății morale a acestei lumi este poiana fierăriei lui Iocan. Acțiunea primului volum se petrece cu trei ani înaintea celui de-al Doilea Război Mondial, de la începutul verii până toamna târziu.

Temele romanului: tema centrală a romanului este destrămarea civilizației țărănești. Moromeții este romanul unei familii și romanul unei colectivități ale cărei temelii sunt grav amenințate de un timp viclan care ascunde sub aparența unui timp răbdător, capcana unei istorii frauduloase.

Compoziția primului volum este ordonată de o axă fundamentală, cea a timpului devenit suprapersonaj; compoziție închisă. Primul volum are trei părți: **prima parte:** o durată dilatăată – de sâmbătă seara, când Moromeții se întorc de la câmp, până duminică noaptea → fuga Polinei cu Birică; **partea a doua** alătură – printr-o tehnică modernă a colajului – scene diverse de viață din existența câtorva familii de silișteni (Bălosu, Țugurlan, Boțoghină; în centru, rămâne familia Moromeților); **partea a treia** cuprinde două mari episoade epice: secerișul și conflictul dintre Ilie Moromete și fiii săi mai mari.

Conflicte: un triplu conflict va destrăma familia lui Ilie Moromete: dezacordul dintre tată și cei trei fii din prima căsătorie (Paraschiv, Nilă și Achim), conflictul dintre Moromete și Catrina, soția lui, și conflictul dintre Moromete și Maria, sora sa. Conflictul secundar dintre Ilie Moromete și Niculae, mezinul, trece în primul plan în volumul al doilea.

Secvențele narative precum scena cinei, a tăierii salcâmului, dar și scenele în care sunt prezentate aspecte din viața colectivității se constituie într-o adevărată monografie a satului: hora, călușul, întâlnirile duminicale din poiana lui Iocan, serbarea școlară, secerișul.

Primul volum e mai ales **romanul unei familii**, avându-l ca protagonist pe Ilie Moromete. Volumul al doilea urmărește drama destrămării civilizației țărănești tradiționale, determinate de colectivizarea forțată.

Simetria incipit-final este dată de cele două referiri la tema timpului; **tema timpului** se formulează din incipit prin motivul timpului bivalent, care ordonează evenimentele pe două axe temporale: un timpobiectiv, real, amenințător – vara și toamna anului 1937 - și o durată subiectivă (timp iluzoriu *ce pare a avea nesfârșită răbdare*): *În Câmpia Dunării, cu câțiva ani înaintea celui de-al Doilea Război Mondial se pare că timpul avea cu oamenii nesfârșită răbdare; viața se scurgea aici fără conflicte prea mari. Era începutul verii. Familia Moromete se întorsese de la camp.* Finalul reia, contrapunctic, tema timpului: *Trei ani mai târziu, izbucnea cel de-al Doilea Război Mondial. Timpul nu mai avea răbdare.*

Volumul al II lea cuprinde 5 părți:

✓ **Partea I: prima parte** (23 de capitole) – o durată dilatată: 1937→1947 (noul comportament al lui Moromete; călătoria la București, refuzul feciorilor de a reveni în sat; interdicția pentru Niculae de a-și continua studiile; războiul, moartea lui Nilă; întoarcerea lui Niculae; cearta cu Catrina, care se mută la fiica din prima căsătorie, trimiterea lui Niculae ca activist în Siliștea-Gumești);

✓ **Partea a doua** (20 de capitole): îl are ca protagonist pe Niculae;

✓ **Partea a treia** (22 de capitole) ilustrează campania de secerat și de treierat; povestea de dragoste dintre Niculae și Mărioara lui Adam Fântână; revolta țăranilor care-și duc grâul acasă; stingerea conflictului prin predarea cotelor;

✓ **Partea a patra** (13 capitole): întoarcerea Catrinei acasă.

✓ **Partea a cincea** (13 capitole): idila dintre Moromete și Fica; Niculae devine inginer horticultor; Țugurlan e convins de Moromete să fie primar; după 10 ani, moartea lui Ilie Moromete, relatată de Ilinca și Marița; parastasul de un an- relatare din perspectiva lui Niculae; întors la București, unde locuiește cu Mărioara, își visează tatăl și se împacă.

✓ **Volumul** al II lea începe într-o realitate imediată în care valorile morale se relativizează și se sfârșește în vis; valorile tatălui sunt recuperate de fiul său (mitul fiului risipitor);

✓ **În** primul volum, sunt urmărite trăirile universului lăuntric al lui Ilie Moromete, care trăiește drama paternității înșelate (conflict psihologic); în plan secund se cristalizează și drama inadapării lui Niculae, care se simte străin de lumea în care s-a născut;

✓ **Al II lea** volum, planul devenirii interioare e focalizat asupra lui Niculae care traversează o criză de identitate și de valori; în plan secund este urmărit Moromete care trăiește drama însingurării și a neputinței de a se adapta noilor realități.

Caracterizarea personajelor: Ilie Moromete

✓ Ilie Moromete este un personaj exponențial, al cărui destin exprimă moartea unei lumi; *cel din urmă țăran* (N. Manolescu) reprezintă concepția tradițională față de pământ și de familie;

✓ Avându-l drept model pe tatăl scriitorului, Tudor Călărășu, Ilie Moromete este un personaj realist creat dintr-o atitudine polemică față de eroul lui Rebreanu, Ion;

✓ Reprezintă țăranul filozof cu o inteligență ascuțită, cu un nestins dor de a contempla și a înțelege lumea în care trăiește;

✓ Moromete este un personaj tipologic care reprezintă autentica bogăție a vieții spirituale și comunității rustice. El este purtător și apărător al valorilor consfințite prin tradiție. Pentru el, pământul nu este o valoare în sine, ci este condiția esențială a existenței sale de țăran;

✓ Moromete stăpânește arta disimulării care este o formă de apărare împotriva unei lumi artificiale; pentru Moromete, bucuriile vieții nu sunt de ordin material, ci spiritual;

✓ Ipostaza inițială a protagonistului, capul familiei cu o autoritate intangibilă se clatină când conștientizează că feciorii săi au o altă scară de valori decât el;

✓ Epopeea tragică a țăranului care trăiește lăuntric drama dispariției satului românesc tradițional se conturează însă mai ales prin prezența direct în text a eroului;

✓ Romanul surprinde dramatica iluzie a protagonistului că viața își poate continua cursul în tiparele tradiționale, în timp ce istoria modifică relațiile din familie și de la nivelul comunității rurale.

Relațiile dintre două personaje:

✓ Prozatorul impune noi tipologii de personaje în romanul postbelic: țăranul reflexiv și intelectualul de origine țărăneasă;

- ✓ Ilie Moromete, personaj exponențial, al cărui destin exprimă moartea unei lumi; *cel din urmă țăran* reprezintă concepția tradițională față de pământ și familie;
- ✓ Niculae, fiul cel mic, din a doua căsătorie, este prezentat în cele două volume la vârste diferite: copilul și tânărul în formare.
- ✓ O secvență semnificativă, din primul volum, pentru ilustrarea relațiilor dintre cele două personaje este aceea a serbării școlare la care Niculae ia premiul întâi;
- ✓ În volumul al doilea, întâlnirile și discuțiile din lui Ilie Moromete și Niculae sunt echivalentul confruntării cu două mentalități. Moartea lui Moromete lasă urme în sufletul lui Niculae, dar în finalul romanului, tatăl și fiul se împacă în visul băiatului.



Activități de învățare:

1. În ce constă simetria romanului **Moromeții**? Argumentează.
2. Prezintă pe scurt subiectul primului volum, evidențiind conflictele din interiorul familiei Moromete.
3. Prezintă scenele importante din roman (cina, salcâmul, foncierea, poiana lui Iocan etc).
4. Urmărește și conturează portretul personajului principal al romanului, în relație cu celelalte personaje, evidențiind trăsăturile de caracter, concepția despre pământ, așa cum se reflectă în roman.
5. Scrie un text de tip argumentativ de 150 – 300 de cuvinte (15 – 30 de rânduri) pornind de la afirmația: “Una din iluziile acestui erou este că lumea ar putea trăi fără bani, iar poziția asta e a țăranului patriarhal [...] Moromete este cel din urmă țăran, în acest roman al deruralizării.” (N. Manolescu)



Evaluare:

1. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți particularitățile de construcție a unui personaj dintr-un roman aparținând lui Marin Preda.

În elaborarea eseului vei avea în vedere următoarele repere:

- prezentarea statutului social, psihologic și moral al personajului ales;
- evidențierea a două trăsături ale personajului ales prin două scene/secvențe comentate;
- analiza, la alegere, a două elemente de structură: subiect, conflict, instanțele comunicării narative, relații temporale și spațiale, modalități de caracterizare etc.

2. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți tema și viziunea despre lume într-un roman postbelic studiat.

În elaborarea eseului vei avea în vedere următoarele repere:

- evidențierea unei trăsături care face posibilă încadrarea romanului într-o tipologie, într-un curent literar/cultural, într-o perioadă sau orientare tematică;
- ilustrarea a două elemente de structură și de compoziție ale textului narativ, semnificative pentru tema aleasă (acțiune, conflicte, relații temporale și spațiale, instanțele comunicării narative, relații de simetrie etc);
- ilustrarea relațiilor dintre două personaje, prin care tema aleasă se evidențiază în romanul ales.

3. Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți relația dintre două personaje dintr-un text narativ studiat, aparținând lui Marin Preda.

În elaborarea eseului vei avea în vedere următoarele repere:

- prezentarea statutului social, psihologic și moral al fiecăruia dintre cele două personaje din textul narativ studiat;
- evidențierea modului în care se manifestă relația dintre cele două personaje prin două episoade/secvențe comentate;
- analiza, la alegere, a două componente de structură și de limbaj ale textului narativ studiat, semnificative pentru relația dintre cele două personaje, din seria: acțiune, conflict, temă, modalități de caracterizare, limbaj etc.

Bibliografie:

1. Dumitrache M., Nicolae Boltașu D., Bacalaureat, 80 de teste complete, Editura Booklet, 2017
2. Got M., Lungu R., Literatura română, Editura Nomina, 2007
3. Limba și literatura română. Bacalaureat, Rentrop&Straton, Bacalaureat, 2018
4. <https://ro.wikipedia.org/wiki/Wikipedia>
5. www.didactic.ro

III. GENUL DRAMATIC

COMEDIA

O scrisoare pierdută, de I. L. Caragiale



„(...) îndărățul oricărei comedii se ascunde o tragedie.” **Titu Maiorescu**

Context:

I. L. Caragiale sintetizează în opera sa dramatică **realismul** și **clasicismul**, având totodată și o componentă **modernă**.

O scrisoare pierdută, cea mai cunoscută piesă a lui Caragiale, a avut premiera pe data de 13.11.1884.

Trăsături: specie literară, elemente specifice

Specie literară: COMEDIE, întrucât este o specie a genului dramatic care prezintă tipuri umane, situații, moravuri într-o viziune jovial-satirică sau critic-ironică, construindu-și structurile textuale și limbajele scenice pe categoria estetică a comicului.

Întrunește toate aspectele unei comedii totale, în care comicul de *moravuri* se asociază celui de *situații*, *de intrigă*, *de limbaj* și *de caractere*.

Surse de inspirație: evenimentele politice ale anului 1883, divizarea în trei fracțiuni a partidului liberal, determinată de revizuirea Constituției – aripa reformistă, cea antireformistă și grupul *neutrilor*).

Tema surprinde **degradarea vieții publice și private** pe fondul unei bătălii electorale în „capitala unui județ de munte”. Teme secundare sunt: corupția vieții politice, lupta pentru putere, imoralitatea vieții de familie.

Titlul piesei subliniază intriga, sugerând – prin substantivul cu articol nehotărât – faptul că acea „scrisoare pierdută” este unul dintre multele mijloace de șantaj politic.

Elemente compoziționale și de structură:

➤ **Compozițional** discursul dramatic se organizează după tipar clasic: **patru acte**, însumând **44 de scene**;

- **Discursul dramatic** alternează dialoguri în perechi și în grupuri din ce în ce mai mari, cu monologuri scenice de tipul discursului politic / *apartéului*;

- **Didascaliiile**, indicațiilor scenice au funcție de regie și control asupra elementelor spectacolului și jocul actorilor, precum și asupra stărilor afective ale acestora.

➤ **Spațiul** acțiunii este limitat, capitala unui județ de munte.

- spațiul scenic este anticipativ și simbolic: primele două acte au ca decor *anticamera* casei prefectului, spațiul privat, unde se iau, de fapt, deciziile politice, apoi sala mare a primăriei III: spațiu public al aparențelor, dublat de un spațiu „al culiselor”; ultimul act: grădina Zoei, spațiu privat care îl continuă pe cel public.

➤ **Timpul** real este limitat la trei zile, dar precizarea ambiguă „în zilele noastre” îngăduie regizorilor o surprinzătoare permanentă actualizare a acestei acțiuni bufe.

➤ **Subiectul** surprinde sub auspiciile comicului toate cele cinci momente clasice:

- **expozițiunea:** prezintă conflictul de interese între grupul dizident al lui Cațavencu și aripa moderată reprezentată prin prefect, Trahanache, Pristanda, Zoe, aspect susținut și de lista de personaje;

- **conflict derizoriu**, specific comediei;

- **intriga** – constă în pierderea scrisorii de dragoste, a lui Ștefan Tipătescu pentru Zoe Trahanache, în ajunul zilei când începe acțiunea;

➤ **Desfășurarea acțiunii:**

- Cațavencu, posesorul scrisorii de amor, sustrasă Cetățeanului turmentat, cere să fie susținut în alegeri de cei care dețin puterea (Tipătescu, Trahanache);

- Cațavencu obține promisiunea lui Zoe că va fi desemnat drept candidat la întrunirea politică din seara următoare;

- Pristanda oprește telegrama lui Farfuridi și Brânzovenescu și aduce o altă „depeșă”, prin care Centrul impunea candidatura lui Agamiță Dandanache;

- la adunarea electorală din aceeași seară, Farfuridi și Cațavencu își rostesc discursurile în sala mare a primăriei, dar decizia este luată deja;

➤ **punctul culminant:** desemnarea candidaturii lui Dandanache, urmată de încăierarea rivalilor politici, soldată cu pierderea scrisorii de către Cațavencu;

➤ **deznodământ vesel:** scrisoarea pierdută este înapoiată lui Zoe și este sărbătorită victoria lui Agamemnon Dandanache.

Personajele: sunt construite pe principiul realist, reprezentând tipuri umane, tipuri sociale, „variațiuni pe aceeași temă”- politicianul corupt.

Pompiliu Constantinescu analizează următoarele categorii de personaje: demagogul- Farfuridi, Cațavencu, Dandanache, femeia cochetă- Zoe, încornoratul- Trahanache, servilul- Pristanda, amozul- Tipătescu, cetățeanul- Cetățeanul turmentat.

Registrul ce domină: comicul

- de moravuri exemplificat prin corupție, imoralitate;
- de situație exemplificat prin pierderea și găsirea celor două scrisori;
- de caracter, susținut de eroii comici, grotești;
- de limbaj, susținut de neologisme stâlcite, anacolut, tautologie, nonsens, paradox, contradicție, etc.
- de nume.



Activități de învățare:

1. Enumeră cel puțin cinci trăsături ale speciei literare *comedie*.
2. Explică semnificația *cronotopului* din operă.
3. Identifică *momentele subiectului* în comedia de moravuri *O scrisoare pierdută*.
4. Exemplifică, pe baza textului, *tipurile de comic* regăsite în operă.
5. Precizează *modalitățile de caracterizare* folosite în cazul personajului Zaharia Trahanache.



Modele de itemi pentru evaluare sumativă:

I. Se dă textul:

TIPĂTESCU (*care a tot bătut din călcâi cu impaciolență, coboară încet, rar și cu dinții strânși*): Iubite și stimabile d-le Cațavencu, nu înțeleg pentru ce întredoi bărbați, cu oarecare pretenție de seriozitate, să mai încapă astfel demeuștesuguri și rafinării de maniere, astfel de tirade distilate, când situaționalor e așa de limpede... Eu sunt un om căruia îi place să joace pe față... Iapoftim, ia poftim, mă rog (*ii oferă un scaun, aparte*): Să fiu cuminte. Ce binecă-i Zoe dincolo!

CAȚAVENCU: Stimabile domn, d-tale îți place să joci pe față, primesc; mie-mi place să joc scurt, scurt (*gest de rețezare*): Situația noastră o putem dezlega numaidecât. (**Tipătescu îi oferă jețul, el îl respinge ușor**)

TIPĂTESCU (*privind țintă la Cațavencu și cu tonul mârâit*): Poftim de!...

CAȚAVENCU (*care s-a retras puțin, cedează, în sfârșit, și cade pe fotoliu cam fără voie*): Mulțumesc.

TIPĂTESCU: Așa-i. (*șade aproape de el, Cațavencu se cam retrage. Tipătescu se îndeasă spre el, Cațavencu același joc, și iar*) Altfel, dar, onorabile domn, d-ta - prin ce mijloace nu-mi pasă! - posedezi o scrisoare a mea, care poate compromite onoarea unei familii... Eu viu și-ți zic (*cu multă afabilitate*): mărog, onorabile domn, ce-mi ceri dumneata în schimbul aceluia lucru?

(**O scrisoare pierdută**, de I. L. Caragiale)

1. Explică rolul indicațiilor scenice din fragmentul dat.
2. Explică sensul expresiei „*ii place să joace pe față*”.
3. Prezintă două trăsături ale personajului Tipătescu așa cum se desprind din fragmentul suport.
4. Explică rolul artistic al dialogului în text.
5. Argumentează apartenența textului la genul dramatic.

II. Scrie un eseu, utilizând 4000-6000 de caractere, în care să prezinți **particularitățile de construcție a personajului principal** dintr-un text narativ aparținând lui I. L. Caragiale.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere:

- prezentarea statutului psihologic, moral etc. al personajului, prin raportare la conflictul/conflictele comediei;
- evidențierea a două trăsături ale personajului, prin referire la două episoade /situații semnificative;

- menționarea a patru elemente de structură ale textului dramatic, semnificative pentru realizarea personajului (de ex. *acțiune; conflict; relații temporale și spațiale; construcția subiectului; particularități de compoziție; construcția personajului; modalități de caracterizare* etc.);
- susținerea unui punct de vedere personal despre modul în care se reflectă o idee sau tema romanului dat în construcția personajului.

Bibliografie:

1. Dumitrache M., Nicolae Boltașu D., Bacalaureat, 80 de teste complete, Editura Booklet, 2017
2. Got M., Lungu R., Literatura română, Editura Nomina, 2007
3. Limba și literatura română. Bacalaureat, Rentrop&Straton, Bacalaureat, 2018
4. <https://ro.wikipedia.org/wiki/Wikipedia>
5. www.didactic.ro

Teatrul postbelic *Iona*, de Marin Sorescu



Context: Piesa face parte din trilogia *Setea muntelui de sare* (1968). Subintitulată „tragedie în patru tablouri”, are la bază episodul biblic al lui Iona, resemantizat însă, tratat într-o manieră modernă.

Curent literar: Dramaturgia lui Marin Sorescu, scriitor cu o sclipitoare imaginație, se înscrie în **teatrul modern** și se caracterizează prin complexitatea formulei artistice, originalitatea viziunii estetice, noutatea structurii lingvistice. Iona este o **parabolă dramatică, o meditație despre condiția omului modern**, ilustrând un **conflict modern în teatru: confruntarea cu moartea**.

Tematica e dată de singurătatea ființei, de căutarea identității pierdute, dar și de libertatea individului care își asumă destinul ca în tragediile grecești. Piesa comentează și raportul individ-societate, libertate și necesitate, puterea Logosului etc.

Structură și semnificații: **Drama modernă** are o arhitectură echilibrată, este alcătuită din **patru tablouri** ce conțin un lung monolog sau fals dialog interiorizat. Se derulează conform unui demers inițiativ, prezentat alegoric, în **metafora peștelui-labirint**.

Indicațiile de regie (didascalii) sunt minime, decorul e convențional, redus la sugestie, discursul dramatic menținându-se într-o **ambiguitate specifică teatrului metaforic**.

Cele patru tablouri urmăresc experiențele lui Iona într-o dialectică interior-exterior, lume lăuntrică – existență de suprafață, acasă – în lume. Desfășurarea simetrică a tablourilor conduce la gruparea 1 – 4 (Iona e afară) și 2 – 3 (interiorul balenei).

Încă de la început (**tabloul I**), personajul se află „în gura peștelui”. Iona este un pescar aflat în fața mării, **apa fiind simbol al libertății, al aspirației**, dar și **capcană, iluzie**. Deoarece este pescar ghinionist, el nu prinde peștele mare, ci numai „fâțe” și pentru a rezolva neputința impusă de destin, ia un acvariu ca să pescuiască peștii care au mai fost prinși odată. Sentimentul de ratare și de damnare se insinuează treptat, se strigă pe sine pentru a se regăsi și meditează asupra relației viață-moarte („ce moarte lungă avem! □). Înconjurat de „nade frumos colorate”, ca și peștii, vorbește de visul de a înghiți una, pe cea mai mare, urmat de deziluzia că s-a terminat apa. În final, eroul e înghițit de un pește uriaș cu care încearcă să lupte strigând după ajutor.

Tabloul II îl surprinde pe Iona în interiorul Peștelui I. În întuneric, Iona vorbește mult, logosul fiind expresia supraviețuirii. Captiv, Iona vorbește cu dublul său fictiv. Reflecțiile filosofice pe marginea timpului, a morții, a destinului, făcute într-o tonalitate ironic sentimentală și limbajul liric creează impresia de mici poeme: „trebuie să sting cu o pleopă toate lucrurile care au rămas aprinse: papucii de lângă pat, cuierul, tablourile”. Găsește un cuțit, semnul libertății de acțiune, și în virtutea termenului de libertate, Iona atacă. În acest univers, în care toate plutesc, el are puternica nostalgie a stabilității, a repaosului absolut, dorind să construiască „o bancă de lemn în mijlocul mării”; un posibil „lăcaș de stat cu capul în mâini în mijlocul sufletului”.

În **tabloul al treilea**, Iona se află în „interiorul peștelui doi”, care îl înghite pe primul și în care se află o mică moară de vânt ce se poate învârti sau nu, simbol al zădărniceii, al deziluziilor, al trecerii și măcinării timpului. Meditează asupra vieții, asupra ciclicității viață-moarte, într-un discurs grav-ironic, cu note de comedie și parodie. Apoi apar doi figuranți, personaje din fundal care simbolizează povara destinului sisific, dar nici nu se frământă pentru a găsi o motivație a acțiunilor.

Tabloul al patrulea îl prezintă pe Iona în „gura ultimului pește”, aparent din nou afară, în lumină, aproape de marea pe care nu o vede, unde aerul e mai curat, dar la orizont se văd burți de pești uriași. Eliberarea este astfel o iluzie. Reapar cei doi pescari, dar Iona se simte tot mai neputincios. Meditează asupra divinității cu care se simte solidar („noi oamenii asta vrem: un exemplu de înviere”), dar revine la propria dramă existențială din care nu se poate evada: „problema e dacă reușești să ieși din ceva odată ce te-ai născut”: sinuciderea și replica „răz bim noi cumva la lumină” simbolizează uciderea eului fenomenal spre a elibera pe cel esențial, divin. Sinuciderea nu este un act de lașitate, ci unul de eliberare, de **regăsire a propriei identități**.

Timpul și spațiul sunt **simbolice**. Găsim mai multe spații: marea (metaforă a lumii, a existenței schimbătoare) continuată de un spațiu interior, al burților de pește – simbol al captivității –, în care dramaturgul introduce elemente de decor sugestiv – colțurile scenei care se pot mișca, moara de vânt care îl atrage pe Iona ca un vârtej. Timpul este, de asemenea, simbolic, personajul fiind plasat într-un vag atemporal, un spațiu al căutărilor de sine, al explorării existenței.

Personajul Iona devine un **personaj emblematic** al teatrului modern, care simte acut dramele și crizele lumii în care trăiește. El este omul părăsit, în derivă, lipsit de grația divină, care nu se poate regăsi și împlini decât prin moarte.

Iona este un **pescar pasionat** care întruchipează omul obișnuit ce aspiră spre libertate și spre ideal, simbolizate prin marea care îl fascinează. El este un simbol, nu o individualitate, **un personaj alegoric**, un om singur care se zbate neputincios între limitele sale: „Toți ne naștem morți”, „Trupul e închisoare a sufletului”.

Trăsătura fundamentală a personajului este revolta, provenită din faptul că Iona nu poate comunica nici cu sine, nici cu universul exterior. Este obsedat de absolut, de prinderea peștelui uriaș, de aceea devine o victimă a propriului ideal, dar merge pe drumul său, demonstrând metaforic că viața e absurdă. În permanență meditează la posibilele soluții de a se salva, inițial încercând să se salveze prin logos, prin cuvânt; logosul devine o expresie a supraviețuirii și vrea să își controleze destinul, dar nu își poate împlini idealul.

Personajul principal al piesei, Iona, **se dedublează permanent**, dialogând cu sinele său profund, făcându-se auzite în permanență două voci. Este un personaj simbolic, întruchipând neliniștea omului lipsit de orice orizont metafizic, în căutarea absolutului, a propriei identități. El se poate regăsi în fiecare dintre noi. Personajul este urmărit în devenirea lui, de la ipostaza de „pescar fără noroc”, prins în rutina zilnică, la aceea de individ capabil să-și provoace destinul, să atingă, în cele din urmă, treapta iluminării. Traseul pe care îl va parcurge este de factură inițiativă, deoarece este captată structura intimă a individului, care în final va deveni altul. Calătoria inițiativă presupune trecerea mai multor probe, Iona având astfel experiența infernului, a labirintului, fiind înghițit de doi pești; în final, realizând că totul se reduce la un spațiu limitat, găsește calea spre lumină și adevăr în interiorul său, având revelația extraordinară a unității propriei ființe, percepuându-se ca identitate, armonizând eul exterior, social, cu cel profund. „Noul” Iona renaște prin propria moarte.



Activități de învățare

- Piesa este construită sub forma unui lung monolog sau fals dialog interiorizat. Ce rol are procedeul în conturarea personajului?
- Identificați valorile polifonice ale textului (vocea pescarului ghinionist, a călătorului pe apă, a auditoriului).
- Dialogul alunecă pe câmpul absurdului comic. Identificați trăsăturile limbajului din acest punct de vedere.
- Tonul comic alternează cu registrul gâv al reflecțiilor. Identificați replici cu valoare de maxime și elemente de limbaj poetic.
- Analizați conținutul didascaliei (informații despre ton, mișcare, stare de spirit etc.) și frecvența acestora.



Evaluare

1. Redactați un eseu, de minimum 400 de cuvinte, în care să prezentați **particularitățile unui text dramatic postbelic** studiat. În elaborarea eseului, veți avea în vedere următoarele repere:

- evidențierea a două trăsături care fac posibilă încadrarea textului dramatic studiat într-un curent

cultural/literar;

- prezentarea modului în care tema se reflectă în textul dramatic studiat, prin comentarea a două secvențe semnificative;

- analiza, la alegere, a două elemente de compoziție și de limbaj, semnificative pentru textul dramatic studiat, din seria: acțiune, conflict, notațiile autorului, limbajul personajelor.

2. Redactați un eseu de minimum două pagini, în care să prezentați **particularitățile de construcție a unui personaj dintr-un text dramatic postbelic**, aparținând lui Marin Sorescu. În elaborarea eseului, veți avea în vedere următoarele repere:

- prezentarea statutului social, psihologic, moral al personajului;
- evidențierea a două trăsături de caracter ale personajului ales prin patru episoade/secvențe comentate;
- analiza, la alegere, a două componente de structură și de limbaj ale textului narativ, semnificative pentru construcția personajului, din seria: acțiune, conflict, modalități de caracterizare, limbaj.

Bibliografie:

1. Andreescu, Mihaela – *Marin Sorescu. Instantaneu critic*, Editura Albatros, București, 1983;
2. Tupan, Ana-Maria – *Marin Sorescu și deconstructivismul*, Editura Scrisul Românesc, Craiova, 1995.

IV. Dacia literară



Dacia literară, publicată la Iași, în anul 1840, este prima revistă care-și propune să publice doar lucrări literare și din toate zonele țării, realizându-se astfel o unificare a românilor în plan literar. Se va cere, de asemenea, și originalitate în creațiile publicate („fieștecările cu ideile sale, cu limba sa, cu chipul său”), astfel promovându-se cultura națională și eliminându-se treptat puternica influență a operelor străine.

Mentorul generației pașoptiste, Mihail Kogălniceanu, publică în primul număr al revistei articolul-program intitulat *Introducere*, considerat manifestul literar al romantismului românesc.

Cele patru puncte ale articolului-program sunt:

- Promovarea unei literaturi originale care să aibă ca teme istoria, natura, folclorul;
- Afirmarea idealului de realizare a unității limbii și literaturii române;
- Combaterea imitațiilor și traducerilor mediocre;
- Întemeierea spiritului critic în literatura română pe principiul estetic.



Evaluare: Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți ideologia promovată de revista *Dacia literară*, ilustrându-ți punctual de vedere prin referire la un text poetic sau narativ studiat.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

- descrierea contextului istoric în care a apărut revista *Dacia literară*;
- prezentarea a două trăsături ale ideologiei literare promovate în studiul *Introducere*;
- stabilirea unei relații între ideile identificate în programul revistei *Dacia literară* și o opera studiată.

Bibliografie:

1. Dumitrache M., Nicolae Boltașu D., Bacalaureat, 80 de teste complete, Editura Booklet, 2017
2. Got M., Lungu R., Literatura română, Editura Nomina, 2007
3. Limba și literatura română. Bacalaureat, Rentrop&Straton, Bacalaureat, 2018
4. <https://ro.wikipedia.org/wiki/Wikipedia>
5. www.didactic.ro

V. TITU MAIORESCU – contribuția la modernizarea culturii (Activitatea „Junimii”)



În toamna anului 1863, un grup de tineri dornici de a da un alt curs culturii și literaturii românești înființează la Iași o asociație liberă cu numele “Junimea”. Inițiatorii sunt: Petre Carp, Vasile Pogor, Theodor Rosetti, Iacob Negruzzi, Titu Maiorescu.

La 1 martie 1867, din inițiativa lui Iacob Negruzzi și sub redacția lui, pe care o va păstra timp de 27 de ani, apare la Iași revista “CONVORBIRI LITERARE”, bilunar până în 1885 și lunar după această dată, la București.

Activitatea Junimii se desfășoară pe mai multe etape:

1. o etapă în care se elaborează principiile estetice ale societății.- 1863-1874- Este vremea în care Junimea provoacă cele mai multe reacții adverse, dar și aceea în care, prin succesul polemicilor ei, prin adeziunea lui Vasile Alecsandri, prin descoperirea lui Eminescu, prestigiul începe să-i fie asigurat.
2. o etapă în care ședințele din Iași încep să fie dublate de acelea de la București (1874-1885). În 1885, Iacob Negruzzi se mută la București luând cu sine și revista a cărei direcție o păstrează singur până în 1893.
3. după 1885 este perioada în care principiile estetice ale junimismului se dezvoltă în mod deosebit. Această etapă a grupării și chiar a revistei are un caracter universal. Activitatea Junimii va înceta în 1916, la București.

În plan cultural, **obiectivele** Junimii au fost foarte limpezi:

- a) răspândirea spiritului critic
- b) încurajarea progresului literaturii naționale
- c) susținerea independenței intelectuale a poporului român (educarea publicului prin prelecțiuni populare)
- d) susținerea originalității culturii și a literaturii române prin punerea problemei unificării limbii române literare și prin respectul acordat literaturii
- e) crearea și impunerea valorilor.

T. Maiorescu a avut un rol definitoriu în cadrul societății Junimea, impunându-se ca adevăratul ei conducător, iar în cadrul epocii drept îndrumătorul cultural și literar. Domeniile de manifestare ale spiritului critic maioreescian sunt numeroase : limba română, literatură, cultură, estetică, filozofie.

Studii critice:

1.O cercetare critică asupra poeziei române de la 1867

Primul studiu critic din literatura noastră, „O cercetare critică asupra poeziei române de la 1867”, răspunde nevoii de a alcătui o antologie de poezie românească. El oferă criteriile estetice pentru aprecierea creațiilor lirice. Cele două părți ale studiului sunt „*Condițiunea materială a poeziei*” și „*Condițiunea ideală a poeziei*”. Prima condiție a poeziei este de a „deștepta prin cuvintele ei imagini sensibile în fantasia auditoriului”. Trebuie alese „cuvântul cel mai puțin abstract”, epitetele „ornante”, comparațiile și metaforele. Criticul refuză vehement diminutivele, rimele facile sau numele proprii ca material poetic. Aceste principii sunt bogat ilustrate cu exemple din literatura universală. Cât privește „obiectul” artei poetice, acesta trebuie să fie „un simțământ sau o pasiune și niciodată o cugetare exclusiv intelectuală”.

2.Eminescu și poeziile sale – 1889

Eminescu și poeziile lui este un studiu de Titu Maiorescu. A fost publicat în anul 1889, anul morții lui Eminescu, și este prima lucrare de exegeză (analiză / interpretare) a operei eminesciene. Așadar, Maiorescu devine primul eminescolog (cercetător și cuceritor al operei eminesciene).

Așa cum arată și titlul, studiul cuprinde două părți: **prima parte** se referă la viața poetului, (vizează „omul” Eminescu), în timp ce a doua cuprinde o analiză a operei acestuia („poeziile lui”).

În partea întâi, criticul fixează sumar câteva date din biografia lui Eminescu, arătând că acesta s-a născut la Botoșani, a studiat la Cernăuți, Viena și Berlin, a fost inspector școlar, bibliotecar; a murit în 1889.

Maiorescu încearcă să dezlege misterul bolii lui Eminescu. El nu admite ideea potrivit căreia boala de care a suferit Eminescu (nebunia) ar fi fost declanșată de sărăcie și arată că ea a fost moștenită ereditar

Face un portret spiritual al lui Eminescu, evidențiindu-i ca trăsături definitorii inteligența, memoria extraordinară (capacitatea de a reține un volum imens de cunoștințe), cultura excepțională (cunoscător al filosofiei, al credințelor religioase; pasionat de marile scrieri ale lumii), setea de cunoaștere (interesul constant pentru nou, pentru teoriile științifice, economice, filosofice etc.), modestia .

Partea a doua a studiului este consacrată operei eminesciene.

Criticul supune analizei câteva dintre poeziile eminesciene reprezentative care-i pun în valoare genialitatea, comentându-le sub aspectul limbajului și al conținutului de idei, socotit novator în literatura română a momentului. Maiorescu afirmă că ceea ce individualizează opera lui Eminescu în raport cu opera scriitorilor dinaintea sa și o face inconfundabilă este bogăția ideilor filosofice și frumusețea limbajului.

Analizează poezia de dragoste a lui Eminescu, afirmând că poetul a văzut în femeie doar copia imperfectă a unui prototip irealizabil. În mod greșit, arată că erotica eminesciană are o dimensiune pur instinctuală, refuzându-i deci platonismul.

În finalul studiului, Maiorescu se lansează într-o profeție care a fost confirmată mai târziu, arătând că „pe cât se poate omenește prevedea”, literatura (poezia) românească din secolul al XX-lea, va începe sub auspiciile geniului eminescian (deci poezia eminesciană va fi germenul din care se va naște toată poezia secolului următor).

3. Comediile d-lui I.L. Caragiale – 1885

Comediile domnului Caragiale este o lucrare scrisă de Titu Maiorescu din dorința de a-l apăra pe I. L. Caragiale de atacurile din presa vremii care-l acuzau de imoralitate (datorată prezenței unei lumi de joasă speță în piesele sale: oameni "vițioși sau proști", amor nelegiuit etc.). Pornind de la constatarea că tipurile și situațiile din sfera timpului, Maiorescu atrage atenția că artistul recrează realitatea dintr-o perspectivă ideal-artistică, fără nicio preocupare practică.

Stratul social luat sub observație de Caragiale în aceste comedii este cel de jos, iar aspectele prezentate sunt tipice, există la toată lumea, autorul dramatic descoperind existența unei societăți în toată veridicitatea ei, "sub formele unei spoieli de civilizație occidentală, strecurată în mod precipitat până în acel strat și transformată într-o adevărată caricatură a culturii moderne." În studiul său, Maiorescu precizează faptul că societatea, împreună cu opinia publică, consideră drept trăsătură caracteristică a comediiilor lui Caragiale trivialitatea, însă argumentele și comparațiile aduse pe parcursul articolului au întemeiat concluzia că în lumea artei nu poate fi vorba de "trivial", ci fiecare scriitor are dreptul său literar incontestabil.



Evaluare: Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți ideile promovate de criticismul junimist.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

- încadrarea societății Junimea în contextul istorico-literar;
- rolul lui Titu Maiorescu în promovarea obiectivelor susținute de societatea Junimea;
- prezentarea a două articole/studii critice de referință ale lui Titu Maiorescu.

Bibliografie:

1. Dumitrache M., Nicolae Boltașu D., Bacalaureat, 80 de teste complete, Editura Booklet, 2017
2. Got M., Lungu R., Literatura română, Editura Nomina, 2007
3. Limba și literatura română. Bacalaureat, Rentrop&Straton, Bacalaureat, 2018
4. <https://ro.wikipedia.org/wiki/Wikipedia>
5. www.didactic.ro

VI. MODERNISMUL ROMÂNESC: EUGEN LOVINESCU



Modernismul este o orientare culturală îndrăzneță, care impune noi forme în actul de creație, în perioada dintre cele două războaie mondiale. Se opune tradiționalismului în perioada interbelică. Cuprinde curente precum: simbolismul, expresionismul, dar și avangarda – dadaismul și suprarealismul.

În literatura română este teoretizat, susținut și promovat de criticul literar Eugen Lovinescu, creator al cenaclului și al revistei „Sburătorul”. Cenaclul a funcționat în perioada 1919 – 1943, iar revista a apărut în două etape: 1919 – 1921 și 1926 – 1927.

Eugen Lovinescu a jucat în perioada interbelică rolul pe care Titu Maiorescu l-a avut în epoca marilor clasici.

Un prim obiectiv al lui Lovinescu a fost promovarea tinerilor scriitori. La cina condus de el s-au format: Ion Barbu, George Călinescu, Gh. Brăescu, Camil Petrescu, Anton Holban, Pompiliu Constantinescu, Vladimir Streinu. Cenaclul a atras și scriitori deja afirmați prin intermediul altor reviste: Liviu Rebreanu, Hortensia Papadat – Bengescu.

Al doilea obiectiv a fost modernizarea literaturii române; cărțile de doctrină literară ale criticului sunt: *Istoria literaturii române contemporane* (5 vol.) și *Istoria civilizației române moderne* (3 vol.).

Modernismul lovinescian pornește de la ideea că există un „spirit al veacului”, numit de Tacitus „saeculum”, explicabil prin factori materiali și morali, spirit care duce la omogenizarea sau uniformizarea civilizațiilor. Întrucât există decalaje între civilizații, cele dezvoltate le influențează pe cele mai puțin evaluate. Această influență se exercită în două faze:

1) imitarea formelor civilizațiilor superioare (*simulare*)

2) *stimularea* dezvoltării unui fond autohton potrivit cu formele de împrumut. Așadar, formele fără fond, după Lovinescu, sunt „un fenomen inevitabil și creator”, iar „formele pot să-și creeze uneori fondul”.

Pornind de la teoria imitației, a sociologului francez Gabriel Tarde, Eugen Lovinescu formulează **teoria sincronismului** = acceptarea schimbului de valori, a elementelor de noutate și modernitate. Modernizarea nu înseamnă anularea, negarea tradiției, ci depășirea spiritului provincial în literatură. Lovinescu nu se opune factorului etnic în literatură, dar susține necesitatea disocierii esteticii de etic și etnic. Promovează astfel autonomia esteticii.

În calitate de critic, a adoptat o metodă nouă la noi, după modelul francezului Emile Faguet: metoda impresionistă, care este una antidogmatică.

A formulat și teoria mutației valorilor estetice, conform căreia literatura trebuie studiată în mobilitatea ei, raportat la momentul istoric, căci există salturi valorice în evoluția fenomenului.

Potrivit lui Lovinescu, **imperativele modernismului** pentru literatura noastră sunt:

1) trecerea de la o literatură cu tematică rurală, la una cu tematică citadină (în special citadinizarea romanului);

2) dezvoltarea prozei obiective;

3) promovarea romanului de analiză psihologică;

4) prezența tipologiei intelectualului;

5) intelectualizarea prozei și a poeziei, care trebuie să fie reflexivă;

6) liricizarea poeziei (trecerea ei de la epic la liric);

7) sincronizarea cu literatura (și cultura) Europei, prin depășirea spiritului provincial.

Întreaga operă lovinesciană reflectă un ideal al măsurii, al adâncimii și amplitudinii, o sensibilitate clasică, ceea ce nu a împiedicat posteritatea să se împartă în privința aprecierii rolului pe care criticul l-a avut în progresul literaturii și al culturii noastre moderne.



Evaluare: Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți direcția modernistă promovată de Eugen Lovinescu în cultura română, ilustrându-ți punctul de vedere prin referire la un text poetic sau narativ studiat.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

- prezentarea contextului istoric în care s-a desfășurat activitatea lui Eugen Lovinescu;
- prezentarea ideilor promovate de criticul literar în studiile sale;
- stabilirea unei relații între ideologia promovată de Eugen Lovinescu și opera literară studiată.

Bibliografie:

1. Dumitrache M., Nicolae Boltașu D., Bacalaureat, 80 de teste complete, Editura Booklet, 2017
2. Got M., Lungu R., Literatura română, Editura Nomina, 2007
3. Limba și literatura română. Bacalaureat, Rentrop&Straton, Bacalaureat, 2018
4. <https://ro.wikipedia.org/wiki/Wikipedia>
5. www.didactic.ro

VII. CURENTE CULTURALE ȘI LITERARE



1. Perioada pașoptistă (1830-1860) este o epocă de afirmare a literaturii naționale, în preajma Revoluției de la 1848. Perioada se caracterizează printr-o orientare culturală și literară cu trăsături specifice epocii de avânt revoluționar, de emancipare socială și națională, de militare pentru realizarea Unirii. Este perioada în care se încearcă „arderea” unor etape care nu fuseseră parcurse de literatura noastră și care se desfășuraseră succesiv în literaturile occidentale, în decursul a mai bine de un secol și jumătate. Principala trăsătură a literaturii pașoptiste constă în coexistența curentelor literare, nu numai în opera aceluiași scriitor, ci chiar și în aceeași creație. Curentele literare (iluminism, preromantism, romantism, clasicism, realism incipient) sunt asimilate simultan.

Pașoptismul este o ideologie literară niciodată sintetizată într-un program particular și supusă unor comandamente exterioare: mesianism cultural și revoluționar, spirit critic, deschidere spre Occident și lupta pentru impunerea unui specific național, conștiința civică și patriotică, conștiința pionieratului în mai toate domeniile vieții, o retorică a entuziasmului și a trezirii la acțiune.

Afirmarea unei generații de scriitori, gazetari, istorici și oameni politici, numită de posteritate generația pașoptistă, determină începutul modernității noastre culturale, o perioadă de tranziție și de prefaceri palpabile. Scriitorii pașoptiști au vocația începuturilor și, poate de aceea, disponibilitatea de a aborda mai multe domenii, genuri, specii, mai multe tipuri de scriitură. Polimorfismul preocupărilor individuale se explică în contextul epocii.

2. Romantismul este un curent literar și artistic, apărut la sfârșitul secolului al XVIII-lea ca o reacție împotriva clasicismului și a excesului de raționalism prezent în gândirea iluministă

Particularități:

- libertatea de creație, refuzul normelor și al regulilor impuse de clasicism;
- afirmarea individualității, a originalității și a spontaneității;
- cultivarea sensibilității, a imaginației. Gândirea romantică se întemeiază pe nevoia de eliberare a eului de orice fel de constrângeri (religioase, politice, sociale, estetice, morale);
- egotismul. Actul de creație este înțeleș ca interiorizare, ca autocontemplare, întoarcere către sine. Schelling afirma că pentru a ajunge să cunoști adevărul, lumea înconjurătoare, trebuie să te cunoști mai întâi pe tine. El îi acordă un rol privilegiat artistului care, animat de o misterioasă energie creatoare, are menirea de a reface unitatea dintre om și natură. În viziunea romanticilor, raționalismul și apariția civilizației moderne de tip industrial (a doua jumătate a sec. al XVIII-lea), l-au înstrăinat pe om de natură, de semeni, de el însuși;
- amestecul genurilor, al speciilor și al stilurilor;
- cultivarea antitezei (trecut – prezent, înger – demon, omul superior – omul comun);
- personaje excepționale în împrejurări excepționale. Se observă la romantici predilecția pentru personaje puternic individualizate, cu calități sau defecte ieșite din comun, aflate în conflict cu societatea, cu ele însele sau cu Dumnezeu. Adeseori, eroul romantic este un inadapdat, neînțeleș de societatea în care trăiește, izolat (apare sentimentul singurătății). Alteori este prins între tendințe și aspirații contradictorii, ce îl pot împinge până la dedublare sau nebunie. Apar în creațiile romanticilor personaje din toate mediile sociale. Se remarcă interesul pentru ipostazele excepționale ale umanului: titanul, demonul, geniul;
- ironia romantică. Dezgustat de realitatea în care trăiește, artistul are tendința de a se refugia într-o lume imaginară, pe care și-o construiește în funcție de propriile dorințe și idealuri. Romanticul se retrage, pentru a fi departe de realitatea meschină, chiar și pentru o clipă, în lumea visului, în trecutul istoric, în natură. Conștientizează însă că acest univers al fanteziei nu este durabil (ci doar o soluție de moment) și atunci îl supune deriziunii, atitudine cunoscută sub numele de ironie romantică;
- cultul Antichității. Romanticii priveau Antichitatea ca pe un spațiu al frumuseții și armoniei, ca pe o lume paradisiacă, întemeiată pe comunicarea între uman și divin, sau ca pe un univers tragic, dominat de geniul lui Orfeu, simbol al durerii universale (întâlnit și în poezia lui Eminescu – „*Memento Mori!*”);
- interesul pentru specificul național și pentru folclor, legende, mituri, basme, simboluri. Filosoful german Herder arată că originalitatea unui autor sau a unei literaturi rezultă din valorificarea elementului național;
- interesul față de trecutul istoric și față de spațiile exotice (în special față de Orient);

- contemplarea naturii. Natura constituie pentru romantici cadrul marilor experiențe (dragostea, moartea), dar și locul de refugiu al inadaptatului măcinat de răul secolului. În literatura romantică sunt înfățișate două ipostaze ale naturii: natura protectoare dar și natura ostilă, indiferentă la suferințele omenești;

- în romantism se impune un cult al sentimentului, iubirea fiind trăirea supremă. Stările de suflet asociate iubirii sunt contradictorii, așa cum chipul femeii iubite este când demonic, când angelic, trezind fie dispreț și repulsie, fie adorație și evlavie;

- interesul pentru redarea culorii locale;

- cultivarea visului. Visul constituie pentru romantici esența existenței, în timp ce realitatea devine iluzie, aparență. Visul, în forma reveriei, este și stare de creație.

- fascinația misterului și gustul pentru fantastic. Preferința pentru fantastic satisface interesul romanticului față de ceea ce este straniu, neobișnuit, ține de sfera excepționalului;

- preferința pentru nocturn. În timp ce clasicul este un spirit diurn, romanticul este fascinat de elementul nocturn ce poate constitui cadrul unor experiențe mistice, erotice sau terifiante. Motivul nocturn se asociază cu atracția pe care o exercită, asupra spiritului romantic, cosmosul, astralul: luna și stelele sunt frecvent invocate, apărând ideea că adevărata patrie a sufletului omenesc, este cerul;

Reprezentanți: Victor Hugo, Lamartine, Al. Dumas, Gerard de Nerval, Holderlin, Movalis

- Vasile Cârlova, I.H. Rădulescu, Grigore Alexandrescu, Dimitrie Bolintineanu, Vasile Alecsandri, C. Negruzzi, Cezar Bolliac, Mihai Eminescu.

3. Symbolismul este uncurent literar care s-a manifestat în Europa. S-a declanșat în 1880, în Franța și a fost teoretizat de Jean Morèas. Acest poet a publicat în ziarul *Le Figaro* articolul program *Le Symbolisme* care devine programul literar și estetic al acestui curent literar. Precursorul symbolismului este poetul francez Charles Baudelaire, care a scris poezia *Correspondance*, unde se abordează pentru prima dată tehnici simboliste. Reprezentații din literatura universală sunt: Franța: A. Rimbaud, St. Mallarmé, P. Verlaine; Anglia: E. A. Poe; Germania: Rainer Maria Rilke.

Symbolismul în literatura română nu se constituie ca un fenomen de imitație, ci ca o dimensiune profund originală adaptată la specificul nostru național. În desfășurarea acestui fenomen se pot identifica patru etape.

**Prima etapă* – cea a experiențelor și a tatonărilor – se desfășoară sub îndrumarea lui Alexandru Macedonski, la revista *Literatorul*. Al. Macedonski teoretizează noua poezie în câteva studii, dintre care cel mai important este *Poezia viitorului*. În concepția sa, noua poezie trebuie să sugereze, să exprime corespondențe între diferite elemente ale universului. Este o poezie care pune accent pe simțire și pe muzicalitate. Deși s-a vrut un poet simbolist, experiențele literare ale lui Macedonski, între care și cea simbolistă, se desfășoară între două mari repere: clasicism (ciclurile de *Rondeluri*) și romantism (ciclul *Noptilor*). Reprezentați: Ștefan Petică, Dimitrie Anghel, Traian Demetrescu.

**Etapă a II-a* – revista *Viața nouă* – este condusă de Ovid D. Densusianu, care teoretizează și el despre noua poezie, insistând asupra inspirației din spațiul citadin cu havuzuri – fântâni arteziene, turnuri.

**Etapă a III-a* – *Symbolismul minulescian* - Ion Minulescu abordează un symbolism formal, punând accentul mai mult pe tehnici simboliste și mai puțin pe profunzimea trăirilor.

**Ultima etapă* – *Symbolismul autentic* – George Bacovia promovează toate trăsăturile symbolismului.

Teme și motive literare: natura cu anotimpurile - spații ale corespondențelor - , iubirea lipsită de speranță, casa iubitei devenită loc de refugiu pentru eul liric, spațiu în care asprimea bolii se mai atenuază, boala, marea călătorie, condiția poetului damnat; ploaia, plânsul, ninsoarea, singurătatea, monotonia, golul, frigul, urâtul, plictisul.

Tehnici artistice: utilizarea simbolului (sensuri implicite, multiple), corespondențele, utilizarea laitmotivului.

Trăsăturile symbolismului:

- utilizarea simbolurilor cu o funcție sugestivă, ceea ce oferă posibilitatea unei interpretări multiple;

- cultivarea sugestiei cu ajutorul căreia sunt scoase în evidență stări sufletești vagi, confuze (melancolie, plictiseală, spaimă, disperare, etc);

- relevarea corespondențelor tainice, a legăturilor care se stabilesc între obiecte, între obiecte și oameni, între natură și sentimente. (Ex.: cuvântul „plumb” are drept corespondent în natură un metal greu, de culoare cenușie, maleabil și cu o sonoritate surdă care simbolizează stările sufletești sugerate de trăsăturile acestui metal: apăsare sufletească, angoasă, instabilitate psihică, claustrare într-un spațiu, fără posibilitate de evadare).

- muzicalitatea versurilor: fie prin prezența instrumentelor muzicale sau a ariilor ca simbol, fie prin muzicalitatea interioară a versurilor (creată de sonorități verbale, repetiții, refren, aliterații). Al Macedonski → „*Arta versurilor e arta muzicii*”.
- versul liber, rima fiind considerată o simplă convenție, accentul punându-se pe forma și ritmul versului;
- cromatica joacă un rol important. Fie este exprimată direct, prin culori cu valoare de simbol (Ex: verdele care sugerează irascibilitatea, nevroza), fie este sugerată prin corespondențe (Ex. simbolul „plumb” duce cu gândul la culoarea cenușiu ce determină un sentiment de dezolare).
- olfactivul scoate la iveală stări ale eului poetic, fiind sugerate, în general, mirosurile puternice cu ajutorul unor simboluri (Ex: „*cadavru*”).
- cultivarea sinesteziei – ce presupune perceperea simultană a mai multor senzații (auditive, vizuale, olfactive...) Ex.: „*parfum violet*” – olfactiv + vizual.
- impunerea poemului în proză

4. Realismul este un curent literar apărut în a doua jumătate a secolului al XIX-lea, ca reacție la subiectivitatea, exaltarea, excesul de reverie a spiritului romantic, reacție determinată de marile descoperiri științifice. Principiul fundamental al realismului este redarea în manieră credibilă, veridică a realității, cu obiectivitate și spirit de observație, pe un ton impersonal, neutru.

Trăsături:

- principiul mimesisului și al verosimilității: inspirată din fapte reale, opera realistă expune nu fapte care s-au petrecut într-adevăr, ci evenimente fictive, dar prezentate ca și cum s-ar fi putut produce, în mod credibil, verosimil;
- prezentarea moravurilor unei epoci, atenția fiind concentrată asupra detaliilor, iar intenția – de a surprinde epoca în complexitatea ei.
- preferința pentru o tematică socială
- prezentarea individului în relațiile sale cu mediul social în care trăiește, al cărui produs este: de aceea personajul nu mai este excepțional în situații excepționale (ca la romantici), ci are o condiție socială mediocră, astfel încât operele realiste sunt mărturia faptului că omul simplu are o existență la fel de dramatică și de complexă.
- crearea unor personaje tipice în situații tipice, personajele realiste fiind complexe și având dinamică interioară; interesat de aspectele realității imediate, scriitorul realist alege ceea ce este reprezentativ pentru epoca aleasă. Exemple: parvenitul, arivistul, seducătorul, avarul, femeia adulterină.
- caracterul de frescă al operelor, monografiile ale lumii prezentate
- preferința pentru un stil sobru și refuzul celui împodobit, cu scopul prezentării cât mai fidele a realităților
- cultivarea observației în descrierea realității sau în portretele personajelor, observația vizând precizia științifică
- tehnica detaliului, cu scopul de a realiza descrieri sau portrete verosimile
- preferința, la nivel naratologic, pentru narațiunea la persoana a III-a, pentru un narator obiectiv, impersonal, omniprezent, omniscient, căruia îi corespund o perspectivă auctorială, o viziune naratologică „din spate” și focalizarea zero.

Reprezentanți: curentul impune supremația dramei și a romanului, respectiv modelul scriitorului laborios (nu putem vorbi de realism în poezie):

*în literatura universală: Balzac, Flaubert, Stendhal, Gogol, Tolstoi, Dostoievski, Dickens, Thomas Mann.

*în literatura română: Nicolae Filimon, Ioan Slavici, Ion Creangă, Liviu Rebreanu, G. Călinescu, Marin Preda.

Manifest: primele discuții despre realism se cristalizează în Franța, în jurul anului 1850, pornind de la picturile lui Gustave Courbet și datorită lui Jules Champfleury, care publică în 1857 volumul de eseuri „Realismul”. Se regăsesc principii ale realismului și în operele lui Balzac sau Stendhal.

Proza realistă:

- Caracterul verosimil, neidealizat al faptelor relatate
- Geneza - reprezentată de fapte reale
- Tematica socială
- Aspectul monografic
- Caracterul de frescă

- Incipitul renunță la convenții (de tip manuscrisul găsit sau confesiunea unui personaj) și constă de cele mai multe ori în fixarea coordonatelor spațio-temporale
- Conflictul de esență socială, constând în dorința de parvenire a protagonistului, în impulsul lui de a avea un statut social superior
- Relația individ-mediu (omul este un produs al mediului, personajul realist funcționând după logica determinismului social)
- Cronologia faptelor
- Coerența la nivelul construcției subiectului epic, prin evitarea răsturnărilor dramatice și prin crearea de scene paralele, antitetice, prin gradația faptelor
- Simetria și caracterul circular al romanului
- Personajul tipic în situații tipice
- Deznodământul cert
- Finalul închis/deschis
- Tehnica detaliului (mimesis și verosimilitate)
- Obiectivitatea naratologică
- Naratorul impersonal, omniprezent, omniscient, omnipotent

5. Modernismul o mișcare amplă care se manifestă în spațiul cultural-european, începând de la mijlocul secolului al XIX-lea și până în perioada postbelică a secolului al XX-lea. Reperul inițial al modernismului literar – volumul *Florile răului* de Charles Baudelaire, apărut în 1857 – anunță o nouă sensibilitate și impune, printre altele, estetica urâtului.

În cultura română, modernismul este teoretizat și promovat de Eugen Lovinescu prin revista și cenaclul *Sburătorul*.

Reviste: - revista *Sburătorul* apare între anii 1919-1922 și 1926-1927

- în revistă se afirmă o nouă generație de scriitori și critici: Ion Barbu, Camil Petrescu, Pompiliu Constantinescu, Vladimir Streinu, Șerban Cioculescu și Camil Baltazar;

- colaborează și autori deja cunoscuți, precum Ion Minulescu, sau care au debutat în alte reviste: Liviu Rebreanu, Hortensia Papadat-Bengescu.

Trăsături:

- preocuparea pentru marile probleme ale cunoașterii, implicând conexiuni cu filosofia, psihologia, religia, mitologia;
- cultivarea romanului de analiză psihologică, a dramei de conștiință și de idei;
- universul artistic reflectă o civilizație citadină, definitorie pentru sec. al XX-lea;
- tipologia predilectă este aceea a intelectualului, cu dilemele sale și cu reacțiile sale față de presiunile societății;
- preferința pentru luciditate în actul de creație lirică; de aici, lirismul modernist epurat de anecdotică, sentimentalism și didacticism;
- dispariția speciilor consacrate (meditație, elegie, idilă, pastel) în locul cărora apar formule poetice insolite („inscripție”, „psalm”, „creion”, „poem într-un vers”, „catren”, „cântec”);
- conceperea și construirea volumului de versuri ca un întreg semnificativ, nu o dată prefațat și, uneori, chiar încheiat de o artă poetică;
- artele poetice capătă valoare emblematică pentru universul poetic, pentru estetica personală, pentru viziunea asupra lumii;
- nașterea unui *nou limbaj poetic* caracterizat de un limbaj neobișnuit (termeni argotici, colocviali, abstracți), prin ambiguitate semantică, prin sintaxă eliptică, prin înnoirea metaforei; este vorba uneori nu doar de o sintaxă specială, dar chiar de o poezie *alogenică*;
- coexistența în versificație a prozodiei consacrate cu versul liber, versul alb, absența strofelor sau strofe inegale, ritmuri interioare; ingambamentul;
- modificarea punctuației convenționale (versurile încep fără majusculă, dispar adesea punctul și virgula), se folosesc intens punctele de suspensie ca semn al inefabilului și al sugestiei;
- impunerea „fragmentului” ca specie nouă în proză și în eseu și a fragmentarismului ca modalitate inedită de construcție a poemului.

6. **Tradiționalismul**

Orientările tradiționaliste se constituie încă din primele decenii ale secolului al XX-lea în jurul revistelor *Sămănătorul* (1901) și *Viața românească* (1906), care impun cele două curente ideologice și

culturale, **sămănătorismul** și **poporanismul**. Au în comun o orientare conservatoare în fața occidentalizării grăbite și superficiale adoptate în procesul de făurire a statului român modern. Încearcă să realizeze un proiect cultural propriu, diferit de calea modernizării accelerate apusene: problema țărănească – împrăștierea țaranului cu pământ, problema națională – un stat național și unitar al tuturor românilor, cultura națională bazată pe specificul național.

Reviste: - revista *Sămănătorul* a apărut în 1901 la București; impune **sămănătorismul** prin conducerea lui Nicolae Iorga, între 1903-1906;

- revista *Viața românească* a fost condusă de Garabet Ibrăileanu până în 1933, apoi de Mihai Ralea, și a avut printre colaboratori pe Mihail Sadoveanu, Calistrat Hogaș, George Topîrceanu; în jurul revistei s-a afirmat **poporanismul**;

- revista *Gândirea* apare la Cluj-Napoca, în 1921, avându-l ca director pe Cezar Petrescu, iar din 1926 pe Nichifor Crainic; a grupat în cercul ei creatori din domenii diferite: pictură, teologie, poezie (Vasile Voiculescu, Lucian Blaga, Ion Pillat, Radu Gyr); publicația a configurat **gândirismul**.

Trăsături:

Caracteristici ale **sămănătorismului** și ale **poporanismului**: cultul trecutului, interesul pentru lumea țărănească, pledoaria pentru răspândirea culturii în rândul poporului, teoria specificului național.

Gândirismul adaugă ortodoxismul, ideea mistică a neamului și antioccidentalismul.

Trăsături ale **tradiționalismului** în ansamblu:

- preocuparea pentru satul românesc ca vatră a spiritualității autohtone;
- spaima de civilizația citadină, văzută ca sursă a degradării morale;
- întoarcerea spre trecut (paseismul) ca unic reper moral salvator;
- cultivarea aspectelor tradiționale (obiceiuri, sărbători, costume, muzică, gastronomie), în opoziție cu cele străine;
- predilecția pentru teme precum pământul și muncile câmpului, legătura cu pământul, cultul neamului și al înaintașilor, continuitatea generațiilor, întoarcerea în locurile natale, casa și biserica;
- insistența asupra temei religioase, mai ales în lirică, prin evocarea scenelor biblice semnificative și autohtonizarea lor;
- viziunea idilică asupra vieții țărănești, surprinsă mai ales în momentele ei de sărbătoare;
- preferința pentru specii ca romanul istoric, povestirea și nuvela socială, romanul social, drama istorică;
- preferința pentru epica în versuri (balada istorică, poemul) și specii lirice (idila, pastelul, psalmul, oda, imnul);
- tipologia preferată: haiducul, răzeșul, ciobanul, călugărul sau preotul;
- păstrarea formelor prozodice tradiționale: strofa, ritmul, rima;
- limbajul poetic se caracterizează printr-un registru stilistic arhaic și popular, vocabular cu regionalisme;
- respectarea sintaxei, a topicii și a punctuației consacrate.

7. Neomodernismul poetic sau Generația '60(1960-1980) a însemnat o revigorare a poeziei, o revenire la discursul liric interbelic, la formulele de expresie metaforice, la imaginile artistice, la reflecții filozofice. Poeții acestei perioade se întorc, după perioada întunecată a realismului socialist, la metafore subtile, la ironie, la marile teme filozofice ale poeziei interbelice, la mit și intelectualism. Poezia neomodernistă este expresia metaforică a trăirilor profunde ale poetului, a unor emoții puternice, având diferite forme: intelectualismul, reinterpretarea miturilor, reflecția filosofică, abordarea marilor teme lirice (timpul, iubirea, natura). Limbajul poetic se înnoiește, devenind o modalitate de comunicare expresivă, sugestivă, preferându-se metafora și sugestia. Imaginile artistice sunt extinse până la nonsens, la răsturnarea normalului. Ironia fină, parodia, ambiguitatea și ermetismul exprimării poetice sunt principalele trăsături ale poeziei neomoderniste.

Poeții tineri ai vremii au înnoit poezia și au înălțat-o pe culmi neatinse: Nichita Stănescu, Marin Sorescu, Ana Blandiana, Ion Alexandru. Acestora li s-au alăturat poeții maturi, cu opera cenzurată de factorii politici ai vremii: Emil Botta, Ștefan Augustin Doinaș, Geo Dumitrescu.

Particularități ale poeziei neomoderniste:

- poezia contrariază permanent așteptările cititorului;
- o poetică a existenței și a cunoașterii;
- lupta sinelui cu sinele;

- confruntarea dintre creator și gânditor;
- redefinirea poeticului;
- lupta cu verbul (necuvintele);
- cunoașterea deplină numai prin poezie, ca gest de participare la creație;
- intelectualismul;
- reinterpretarea miturilor;
- reflecția filozofică, abordarea marilor teme ale liricii;
- ironia, spiritul ludic;
- reprezentarea abstracțiilor în formă concretă are ca efect plăsmuirea unui univers poetic original, cu un imaginar propriu, inedit;
- transferul dintre concret și abstract funcționează bivalent, punând în discuție relația dintre conștiință și existență;
- ambiguitatea limbajului împinsă până la aparența de nonsens, de absurd; răsturnarea firescului;
- ermetismul expresiei;
- subtilitatea metaforei;
- insolitul imaginilor artistice.

8. Postmodernismul, numit și **Generația '80** se afirmă începând cu anul 1980 și se manifestă până în zilele noastre, fiind **complementar modernismului**. Prefixul „post” definește această perioadă, arătând dimensiunea livrescă ce se adaugă modernismului.

În anul 1986, reunind în revista „Caiete critice” probleme referitoare la postmodernism, colectivul de redacție format din Eugen Simion, Ion Bogdan Lefter, Mircea Iorgulescu, Damian Necula, Monica Spiridon și Ștefan Stoenescu a reușit să atragă atenția scriitorilor și să **încurajeze referirile la postmodernism**, acestea devenind tot mai frecvente.

Relația pe care postmodernismul o are cu tradiția este simplă de explicat: principiile tradiției sunt identificate dintr-un alt punct de vedere, modern. În fond, „modernii de azi sunt clasicii de mâine”. Repetarea istoriei e posibilă doar prin **ironie**, acesta fiind alt **procedeu specific postmoderniștilor**, care se adaugă următoarelor trăsături:

- Se estompează granițele tradiționale dintre genuri și specii literare
- Trecerea la proza autoreflexivă
- Eliberarea fanteziei și împrumutarea limbajului familiar
- Amestecul de narativitate și lirism în poezie
- Oralitatea expresiei
- Desolemnizarea discursului
- Valorificarea prozaismului (banalului)
- Mitologizarea ostentativă a lucrurilor comune
- Renunțarea la metaforă și la imaginea elaborată
- Tehnica de creație preferată de postmoderniști = intertextualitatea prin care textul trimite mereu, citând fără ghilimele, preluând personaje, simboluri, fragmente, sintagme celebre sau rescriind pur și simplu alte texte
- Recuperarea ironică și parodică a trecutului, a fenomenelor de cultură ale predecesorilor
- Ironia, ludicul
- Poezia se întoarce spre realitatea orașului și a străzii

Postmoderniștii modifică fundamental chiar conceptul de „literatură”, introduc genurile nonficționale (jurnal, corespondența, literatura de popularizare) și literaturile noncanonice (literatura minorităților naționale, cea pentru femei etc.)



APLICAȚII

1. Prezintă, într-un text de minimum 50 de cuvinte, semnificațiile textului următor, evidențiind două trăsături ale *ideologiei pașoptiste*:

”Voi ce stați în adormire, voi ce stați în nemișcare,
N-auziți prin somnul vostru acel glas triumfător,
Ce se-nalță pân' la ceruri din a lumii deșteptare,
Ca o lungă salutare
Cătr-un falnic viitor?”

Nu simțiți inima voastră că tresare și se bate?
Nu simțiți în pieptul vostru un dor sfânt și românesc
La cel glas de înviere, la cel glas de libertate
Ce pătrunde și răzbate
Orice suflet omenesc?” (Vasile Alecsandri, *Deșteptarea României*)

2. Prezintă, într-un text de minimum 50 de cuvinte, semnificațiile textului următor, evidențiind două trăsături ale *liriciisimboliste*:

”Mă prăfuiuse timpul dormind peste hârtii...
Se întindea noianul de unde nu mai vii;
O umbră, în odaie, pe umeri m-apăsa -
Vedeam ce nu se vede, vorbea ce nu era.

- Poți să te culci, e ora și noaptea-ntârziată,
Vei scrie, altă dată, orice, și tot nimic.
O umbră ești acuma, și pot să te ridic,
Lăsând odaia goală, și lampa afumată...” (George Bacovia, *Umbra*)

3. Prezintă, într-un text de minimum 50 de cuvinte, semnificațiile textului următor, evidențiind două trăsături ale *artei poetice moderne*:

”Cincizeci de ani, de când încerci, mereu,
Condeiu, gândurile și cerneala,
N-au mai ajuns să-ți curme, fătul meu,
Frica de tine și-ndoiala.

Te temi și-acum de ce te-ai mai temut,
De pagina curată și de rândul,
Și de cuvântul de la început.
Te sperie și litera și gândul.

Foile tale scrise, de hârtie,
Se rup și zboară, ca dintr-o livadă
Frunzele smulse-n vijelie,
Fără ca piersicul să și le vadă.

La fiecare cuvânt, o șovăire
Te face să tresari și-ai aștepta.
Parcă trăiești în somn și-n amintire
Și nu știi cine-a scris cu mâna ta.” (Tudor Arghezi, *Frunze pierdute*)

4. Prezintă, într-un text de minimum 50 de cuvinte, semnificațiile textului următor, evidențiind două trăsături ale *liricii tradiționaliste*:

”Deschid cu teamă ușa cămării de-altădată
Cu cheia ruginie a raiului oprit,
Trezind în taina mare a poamelor, smerit,
Mireasma, și răcoarea, și umbra lor uitată.

Mă prinde amintirea în vânățul ei fum,
Prin care cresc pe poliți și rafturi, ca pe ruguri,
Arzând în umbră, piersici de jar, și-albaștri struguri
Și pere de-aur roșu cu flăcări de parfum.” (Ion Pillat, *Cămara de fructe*)

5. Prezintă, într-un text de minimum 50 de cuvinte, semnificațiile textului următor, evidențiind două trăsături ale *liricii romantice*:

”Să fie sara-n asfințit
Și noaptea o să înceapă;
Răsaie luna liniștit
Și tremurând din apă;

Și să împrăștie scânteii
Cărilor din crânguri,
În ploaia florilor de tei
Să stăm în umbră singuri.” (Mihai Eminescu, *Să fie sara-n asfințit*)

6. Prezintă, într-un text de minimum 50 de cuvinte, semnificațiile textului următor, evidențiind două trăsături ale *liricii neomoderniste*:

”Mă învelesc de frig într-o speranță
cum se-nvelește soba nou zidită
în relieful de faianță
cu focul pururi logodită.

Nu pune mâna peste mine dacă-i vară
căci n-ai să înțelegi nimic
stimată doamnă-domnișoară
din frig.

Ci vino când nu merge nimeni,
când nu avem picioare, vino
dar mai ales când voi fi orb,
lumino.” (Nichita Stănescu, *Mă învelesc de frig*)

7. Prezintă, într-un text de minimum 50 de cuvinte, semnificațiile textului următor, evidențiind două trăsături ale *liricii postmoderniste*:

”Cădere

Sufletul meu s-a rostogolit la picioarele
celor trei Grații
luați-l, legați-l

lumea mea se rostogolește peste mine
cel ce-o păzeam de ani, de albine

inima mea e un măr căzut în Grădină
cine-i de vină, cine-i de vină

trupul meu e un sâmbure mai mare decât fructul,
decât inima mea
mâncat dinlăuntru” (Ion Stratan, *Cădere*)

8. Prezintă, într-un text de minimum 50 de cuvinte, semnificațiile textului următor, evidențiind două trăsături ale *realismului*:

”Duțu, om de vreo douăzeci și opt de ani, mai mult slab decât plin la trup, mai mult bălan decât oacheș, cu fața cam prelungă și cu ochii căprui, rămase nemișcat și cu fața galbenă și mai lungă decât de obicei. Îi trecuse un fel de junghi prin inimă, i se oprise sângele-n vine și i se tăiaseră picioarele.

- Dăduși de cazan?! grăi Dumitru al Ciungului, care săpa la o depărtare de vreo zece pași.

Duțu se cutremură în tot trupul și se uită speriat împregiurul său. Vorbise Dumitru-n glumă, dar grăise un adevăr atât de grozav, încât Duțu abia se mai putea stăpâni să nu-l lovească cu cazmaua-n cap, ca să-l lase mort pe loc.” (Ioan Slavici, *Comoara*)

9. Prezintă, într-un text de minimum 50 de cuvinte, semnificațiile textului următor, evidențiind trăsături ale *personajului prezentat*:

”Cine-a întâlnit vrodată în calea sa un popă, îmbrăcat cu straie sărăcuțe, scurt la stat, smolit la față, cu capul pleș, mergând cu pas rar, încet și gânditor, răspunzând îndesat "sluga dumitale" cui nu-l trecea cu vederea, căscând cu zgomot când nu-și găsea omul cu care să stea de vorbă, făcând lungi popasuri prin aleiele ascunse ale grădinilor publice din Iași, câte cu o carte în mână, tresărind la cântecul păserelelor și oprindu-se cu mirare lângă moșinoaiile de furnici, pe care le numea el "republici înțelepte", dezmerdând iarba și

florile câmpului, icoane ale vieții omenești, pe care le uda câte c-o lacrimă fierbinte din ochii săi și apoi, cuprins de foame și obosit de osteneală și gândire, își lua cătinel drumul spre gazdă, unde-l aștepta sărăcia cu masa întinsă.

Acesta era părintele Isaia Duhu, născut în satul Cogeasca-Veche din județul Iași. (...)

Mare de inimă, iar de gură și mai mare, părintele Duhu nu se învrednicise de o viață mai bună; dar se vede că nici poftea el una așa, de vreme ce nu-și astâmpăra gura cătră mai-marii săi măcar să-l fi picat cu lumânarea.” (Ion Creangă, *Popa Duhu*)

Bibliografie:

1. Dumitrache M., Nicolae Boltașu D., Bacalaureat, 80 de teste complete, Editura Booklet, 2017
2. Got M., Lungu R., Literatura română, Editura Nomina, 2007
3. Limba și literatura română. Bacalaureat, Rentrop&Straton, Bacalaureat, 2018
4. <https://ro.wikipedia.org/wiki/Wikipedia>
5. www.didactic.ro

VIII. GENURILE LITERARE



Genul literar este o categorie fundamentală a teoriei literare, ce reunește opere literare asemănătoare prin structura conținutului, procedee estetice comune, modalități componențiale de exprimare a sentimentelor, stărilor sufletești sau de construire a acțiunilor și a procedeelelor artistice. Genurile literare sunt: genul epic, genul liric și genul dramatic.

	Genul epic	Genul liric	Genul dramatic
Definire	– cuprinde totalitatea creațiilor epice, acele opere literare în care <u>autorul își exprimă indirect sentimentele prin</u> relatarea unor fapte, a unor întâmplări prin intermediul unui narator (personaj, martor, mesager).	– cuprinde operele literare în care <u>autorul își exprimă direct, nemijlocit gândurile,</u> ideile și sentimentele.	– cuprinde totalitatea operelor destinate reprezentării scenice; <u>autorul își transmite indirect ideile și sentimentele,</u> prin intermediul acțiunii și a personajelor; intervențiile lui se observă doar în didascalii (indicațiile scenice)
Caracteristici	– are trei elemente definatorii: narator, acțiune și personaje – întâmplările sunt relatate de către un personaj – relatarea se poate face la persoana I sau a III-a – acțiunea este constituită din totalitatea faptelor relatate – are o mare mobilitate în timp și în spațiu – e caracterizat de unitate compozițională; întâmplările povestite se constituie în momente ale subiectului literar (expozițiunea, intriga, desfășurarea acțiunii, punctul culminant, deznodământul) – personajele sunt variate; diferă ca număr în funcție de	– exprimarea directă a gândurilor, ideilor și sentimentelor, realizată prin confesiune, autoexprimare, subiectivitate, prin prezența nemijlocită a eului care se exprimă pe sine – au formă versificată – utilizează imagini artistice – lirica cetățenească cuprinde: imnul, oda, psalmul, pamfletul, satira și epigrama; lirica intimă conține: elegia, cântecul, romanța și meditația, iar lirica peisagistică este constituită din pastel și idilă – specificul poeziei este dat	– impune anumite limite privind amploarea în timp și spațiu a acțiunii reprezentate – textul dramatic e organizat în acte, scene, tablouri și replici; are caracter ficțional – operele se realizează în plan textual prin: dialog (schimb de replici), monolog dramatic (uneori și aparte), iar în plan meta-textual, prin indicațiile scenice – Acțiunea se dezvoltă în jurul conflictului

	<p>complexitatea și amploarea acțiunii; sunt atât agenți ai acțiunii, cât și purtătoare ale mesajului autorului</p> <p>– mod de expunere predominant: narațiunea</p>	<p>de relația care se stabilește între formă, limbaj poetic și conținut</p> <p>– lirica subiectivă - eul liric (nu se confundă cu autorul operei) e prezent în poezie prin verbe la persoana I și a II-a, dativ etic, valoarea afectivă a unor derivate lexicale (diminutive, augmentative), substantive în vocativ, superlative stilistice ale adjectivului, topică afectivă</p> <p>– lirica obiectivă / lirica rolurilor - când poetul își însușește concepția și forma de trăire a unei categorii sociale sau când poetul se exprimă alegoric sub forma unor “măști” sau “voci” lirice</p>	<p>dramatic (care determină nașterea unei crize, apariția unui dezechilibru care trebuie rezolvat; efectul crizei este tensiunea interioară/ așteptarea, încordarea, care declanșează un lanț de evenimente, orientat în mod necesar spre o soluție/ o rezolvare)</p> <p>– când situația dramatică nu se rezolvă, dramaticul se transformă în tragic (care este legat de fatalitate)</p> <p>– între spectator și scriitor (dramaturgul) apare o convenție, spectatorul admițând ideea că pe scenă apar adevărații eroi, iar comunicarea este mediată de regizor, actori și ceilalți implicați în montarea scenică a textului dramatic</p> <p>– spectacolul teatral este sincretic, prin combinarea simultană a mai multor aspecte: gestică și rostirea actorilor, decorul, costumele, lumina, muzica, mișcarea (dansul)</p> <p>– mod de expunere predominant: dialogul</p>
<p>Exemple de specii și subspecii</p>	<p>– poemul eroic, balada, legenda, epopeea, snoava, fabula (în versuri)</p> <p>– basmul, povestirea, nuvela, romanul, momentul, schița, anecdota, eseul, jurnalul, amintirile, memoriile (în proză)</p>	<p>– elegia, oda, pastelul, meditația, satira, pamfletul, sonetul, rondelul, gazelul, glossa</p>	<p>– tragedia, comedia, drama</p>



APLICAȚII

1. Prezintă, într-un text de minimum 50 de cuvinte, semnificațiile textului următor, evidențiind trăsături ale *genului epic*:

”Când eram mic venea pe la noi unul Cârstache a lui Dumitrache cu câte-o carte sub braț. Seara, se așeza lângă lampă și ne citea la toți, și toată lumea îl asculta, și tata și mama și frații mei vitregi, care erau prieteni cu el...Nimeni nu mi-a stârnit mai târziu, în materie de carte, mai multă admirație decât Cârstache astă...Mi se părea un mare învățat, cum sta el cu cojocul pe el lângă lampă și ne dezvăluia formidabile perepții dintr-o lume fantastică, în care caii aveau glas ca oamenii, și vulturul cerea viteazului pe care îl scăpa de pe tărâmul celălalt să-i dea carne așa cum se înțeleseseră, și cum ăsta nu mai avea, și atunci și-a scos sabia și și-a tăiat din pulpă și i-a dat... Dar stai să vezi că pe urmă Cârstache închidea cartea! Gata! Altădată, ne spunea, cu toate că îl rugam toți să ne mai citească măcar una...”. (Marin Preda, *Marele singuratic*)

2. Prezintă, într-un text de minimum 50 de cuvinte, semnificațiile textului următor, evidențiind trăsături ale *genului liric*:

”Niciodată toamna nu fu mai frumoasă
Sufletului nostru bucuros de moarte.
Palid așternut e șesul cu mătasă.
Norilor copacii le urzesc brocarte.

Casele-adunate, ca niște urcioare
Cu vin îngroșat în fundul lor de lut,
Stau în țârmu-albastru-al râului de soare,
Din mocirla cărui aur am băut.” (Tudor Arghezi, *Niciodată toamna*)

3. Prezintă, într-un text de minimum 50 de cuvinte, semnificațiile textului următor, indicând *rolul expresiv al figurilor de stil*:

”Amurg de toamnă violet...
Doi plopi, în fund, apar în siluete
-- Apostoli în odăjdii violete --
Orasul e tot violet.

Amurg de toamnă violet...
Pe drum e-o lume lenesă, cochetă;
Multimea toată pare violetă,
Orasul tot e violet.”(George Bacovia, *Amurg violet*)

4. Prezintă, într-un text de minimum 50 de cuvinte, semnificațiile textului următor, evidențiind trăsături ale *genului dramatic*:

” Acțiunea se petrece în anul 1932, în orice oraș unde există soacre, neveste și prefecturi.

Actul întâi. Scena 1

Spirache, Dacia, Chiriachița, Gena, Traian și Decebal

(După ridicarea cortinei familia își continuă un timp ocupațiile individuale. Ziarul lui Spirache își întoarce pagina, mâna Daciei răsuțește vertiginos bobinul sub ochii lui Decebal, atenți să vadă cât mai e de depănat din sul. Chiriachița înșiră ultimele cărți cu gesturi de preoteasă antică, Traian schițează vag colaci de fum, ceștile de cafea zornăie pe bufet, pila de unghii râcăie cu zgomotul ei specific... câteva clipe pauză...)

Chiriachița (îi cade o carte pe jos): - Sarmisegetusa... Ia apleacă-te, maică, și dă-mi valetelede jos.

Miza: - Mamă mare, te-am rugat de o sută de mii de ori. Până acuma să nu-mi mai zici Sarmisecetusa... zi-mi Miza, cum îmi zice toată lumea. (se apleacă în silă, Gena îi ia înainte și-i ridică cartea)

Gena: - Pofțim... (îi dă cartea)

Chiriachița: - Mersi maică... ” (Tudor Mușatescu, *Titanic Vals*)

4. Prezintă, într-un text de minimum 50 de cuvinte, semnificațiile textului următor, evidențiind rolul *notațiilor autorului (didascalii / indicații scenice)*:

” Actul I

Scena 6

Lunătescu, Săbiuță (dând buzna în odaie pe ușa din fund)

Săbiuță: - Iată-mă-s cucoane Tachi. Ce-mi poroncești?

Lunătescu (răsărind): - Ho, ca m-ai spăriet! ... Dar bine c-ai venit, arhon șătrar, pentru că am să-ți descopăr niște lucruri care au să te-ngrozească din talpă pân-în creștet.

Săbiuță: - Sunt gata să te-ascult, cucoane.

Lunătescu: Prea bine! ... dar mai întâi răspunde: te simți în stare să te jărtfești pentru patrie?

Săbiuță (îngrijit): Ce fel ... să ma jărfesc?

Lunătescu (serios): Cu totul ... și cu viața, poate! ... dupa împregiurări.

Săbiuță (spăriet): Cu viața mea? ori cu alta?

Lunătescu: Cu a d-tale!” (Vasile Ieșandri, *Iășii de carnaval*)

Bibliografie:

1. Dumitrache M., Nicolae Boltașu D., Bacalaureat, 80 de teste complete, Editura Booklet, 2017
2. Got M., Lungu R., Literatura română, Editura Nomina, 2007
3. Limba și literatura română. Bacalaureat, Rentrop&Straton, Bacalauraet, 2018
4. <https://ro.wikipedia.org/wiki/Wikipedia>
5. www.didactic.ro

VARIANTE DE LUCRU PENTRU PREGĂTIREA EXAMENULUI DE BACALAUREAT TEST LA LIMBA ROMÂNĂ

• VARIANTA 1

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă **10 puncte** din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I (50 de puncte)

Citește următorul fragment:

„Miercuri, 19 noiembrie 1980

Am sosit ieri seară cu Andrei în Păltiniș, după un drum extenuant, de 12 ore, cu mașina. Pene de motor repetate: către Dealul Negru am vrut să ne întoarcem în București. Mai fiecare drum către Păltiniș a fost însoțit de peripeții și de piedici, cărora Andrei se grăbește să le găsească o semnificație inițiativă: conjurația realului și a precarităților sale împotriva oricărei ascensio spiritualis*. Păltinișul l-am descoperit și de astă dată ca pe un „celălalt tărâm”: este o senzație unică, de intimitate în spirit, aceea pe care o am ori de câte ori la sosire apuc drumul către cămăruța mansardată a vilei 23. Pe Noica îl descopăr de fiecare dată treptat, mai întâi prin fereastra luminată, îngropată în acoperișul de șindrilă, prin merele din geam sau prin cheia lăsată pe dinafară în ușă. În cameră este întotdeauna cald și miroase a tutun de pipă. Ne prinde mâna în mâinile lui, bătându-ne încetitor spatele palmei, întru regăsire tandră și pact reînnoit de statornică prietenie. „Mă pot lipsi de o călătorie mereu amânată în Grecia, mă pot lipsi de București, dar de voi văd că nu mă pot lipsi. Ați venit într-un moment bun: Scrisorile despre logică și Cartea arheilor lăncezesc deocamdată, așa că sunt gata să vă slujesc pe voi. Tocmai mă gândeam că noiembrie e cea mai frumoasă lună a anului, e „timpul pur”, singurul pe care omul nu l-a poluat cu sărbătorile și însemnele lui: e un timp suspendat între anotimpuri, când nu începe și nu sfârșește nimic, când nu e nici „sărbătoarea recoltei”, nici început de an universitar, nici o mare sărbătoare sfântă. E timpul nemarcat în vreun fel, singurul care te cheamă să trăiești în nedeterminat. Am găsit deci o scuză pentru sterilitatea mea, citesc și aștept, asemeni sfintei Tereza, să mi se întâmple ceva în cea de a șaptea lună, după ce mă voi fi rugat zadarnic – șase.” Ne povestim, ca de obicei, răstimpurile. Andrei îi relatează săptămâna petrecută în Germania, în urmă cu două-trei luni, la un oarecare simpozion. Interesant a fost să descopere că germanii înșiși încep să nu-și mai afle satisfacțiile doar în bunăstarea lor. Se simt coborâți la rangul de simplă anexă a planului Marshall.*

(Gabriel Liiceanu, *Jurnalul de la Păltiniș*)

**conjurație* – conspirație, complot; **ascensio spiritualis* (lat.) – ascensiune spirituală.

A. Scrie pe foaia de examen, în enunțuri, răspunsul la fiecare dintre următoarele cerințe cu privire la textul dat:

1. Explică sensul din text al sintagmei „*mă pot lipsi*”. **6 puncte**
2. Menționează patru motive pentru care luna noiembrie este considerată de Constantin Noica „timpul pur”, așa cum reiese din text. **6 puncte**
3. Identifică două activități ale celor reuniți la Păltiniș. **6 puncte**
4. Precizează o trăsătură a lui Constantin Noica, potrivit informațiilor din textul dat. **6 puncte**
5. Prezintă, în 30–50 de cuvinte, semnificația secvenței: *Păltinișul l-am descoperit și de astă dată ca pe un „celălalt tărâm”*: este o senzație unică, de intimitate în spirit, aceea pe care o am ori de câte ori la sosire apuc drumul către cămăruța mansardată a vilei 23. **6 puncte**

B. Redactează un text de minimum 150 de cuvinte, în care să argumentezi dacă o prietenie este sau nu o formă de împlinire spirituală, raportându-te atât la informațiile din fragmentul extras din *Jurnalul de la Păltiniș* de Gabriel Liiceanu, cât și la experiența personală sau culturală. **20 de puncte**

În redactarea textului, vei avea în vedere următoarele repere:

- formularea unei opinii față de problematica pusă în discuție, enunțarea și dezvoltarea corespunzătoare a două argumente adecvate opiniei și formularea unei concluzii pertinente; 14 puncte
- utilizarea corectă a conectorilor în argumentare, respectarea normelor limbii literare (norme de exprimare, de ortografie și de punctuație), așezarea în pagină, lizibilitatea. 6 puncte

În vederea acordării punctajului pentru redactare, textul trebuie să aibă minimum 150 de cuvinte și să dezvolte subiectul propus.

SUBIECTUL al II-lea

(10 puncte)

Prezintă, în minimum 50 de cuvinte, semnificațiile textului următor, evidențiind două trăsături ale simbolismului:

Clavirile plâng în oraș...

*Afară o vreme de plumb
Și vântul împrăștie ploaia,
Tomnatice frunze prin târg
Aleargă, pe drumuri, cu droaia.*

*Un bolnav poet, afectat
Așteaptă tușind pe la geamuri-
O fată, prin gratii, plângând,
Se uită ca luna prin ramuri.*

(George Bacovia, *Toamnă*)

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Redactează un eseu de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți particularități ale unui text poetic studiat, aparținând lui George Bacovia.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

- evidențierea a două trăsături care permit încadrarea textului poetic studiat într-un curent cultural/literar;
- prezentarea modului în care tema se reflectă în textul poetic studiat, prin comentarea a două imagini sau idei poetice;
- analiza, la alegere, a două elemente de compoziție și de limbaj, semnificative pentru textul poetic studiat, din seria: titlu, imaginar poetic, figuri semantice (tropi), motive poetice.

Notă! Ordinea integrării reperelor în cuprinsul eseului este la alegere.

Pentru **conținutul** eseului, vei primi **18 puncte** (câte 6 puncte pentru fiecare cerință/reper). Pentru **organizarea** discursului, vei primi **12 puncte** (existența părților componente – introducere, cuprins, încheiere – 3 puncte; logica înlănțuirii ideilor – 3 puncte; abilități de analiză și de argumentare – 3 puncte; claritatea exprimării – 2 puncte; respectarea precizării privind numărul minim de cuvinte – 1 punct).

În vederea acordării punctajului pentru organizarea discursului, eseu trebuie să aibă minimum 400 de cuvinte și să dezvolte subiectul propus.

● **VARIANTA 2**
SUBIECTUL I (50 de puncte)

Citește următorul fragment:

Cotroceni, martie 1910

Simt dorința de a-mi așterne pe hârtie amintirile, ca să mi le pot rechemă în minte în anii ce vor urma; sunt atâtea lucruri pe care mă tem să nu le uit, dar nu știu câtuși de puțin în ce ordine am să le povestesc. Acesta nu se vrea a fi jurnal și va fi scris prost. Niciodată n-am fost în stare să scriu cum trebuie-se pare, vai, că multe capete regale suferă de slăbiciunea aceasta-, cu toate că am fost educată cu grijă și am avut toate șansele pe care le-au avut și alte fete. Acum am aproape 35 de ani și trăiesc deja de 17 ani în țara aceasta—uneori mi se pare că au fost foarte lungi, dar alteori parcă ieri am sosit aici, în țara aceasta necunoscută. Acum a devenit casa mea și o iubesc, dar primii ani au fost plini de greutate, pe care am să le povestesc, una câte una. Cred că, privind înapoi, avem tendința de a vedea lucrurile în timp ce le suferim, suntem înclinați, poate, să le exagerăm, sau poate să rămânem orbi cu desăvârșire la cealaltă parte a situației.

M-am căsătorit la 17 ani. Am avut o copilărie minunată de fericită, din care voi mai povesti din când în când, cu inima plină de recunoștință. Am fost cea mai mare dintre cele patru surori, dar Alfred, singurul nostru frate, era cu un an mai mare decât mine. M-am născut în Anglia, la Eastwell Park, unde mi-am petrecut primii ani din viață, dar am și călătorit mult cu familia, căci tata era în Marină, iar mama-mare ducesă, singura fiică a țarului Alexandru II, care a fost, după cum se știe, ucis în împrejurări atât de cumplite tocmai când era pe cale, probabil, să dea țării o constituție. Așadar, din fragedă copilărie am călătorit din Anglia în Rusia și înapoi de mai multe ori, dar nu am decât amintiri foarte încețoșate despre bunicii mei din Rusia. (...)

Firește, pentru restul lumii cea mai interesantă de departe este bunica mea, Regina Victoria. Îmi amintesc că, pentru a deosebi bunicile una de alta, pe când eram foarte mici, le numeam Bunica-regină și Bunica-țarină. Totuși, ce aer de interes respectuos domnea întotdeauna în jurul Bunicii-regină! Și câtă demnitate în femeia aceea micuță.

(Maria, Regina României, *Jurnal de război 1916-1917*, precedat de însemnări în 1910-1916)

- A.** Scrie pe foaia de examen, în enunțuri, răspunsul la fiecare dintre următoarele cerințe cu privire la textul dat:
1. Transcrie două cuvinte/ structuri care sunt mărci ale subiectivității în textul dat. **6p.**
 2. Indică enunțul în care autoarea jurnalului își exprimă sentimentele față de țara în care a ajuns regină. **6p.**
 3. Menționează care este ascendența Reginei Maria a României, utilizând informațiile din textul dat. **6p.**
 4. Precizează atitudinea reginei în fața suferinței, așa cum se desprinde din următoarea secvență: *Cred că, privind înapoi, avem tendința de a vedea lucrurile în timp ce le suferim, suntem înclinați, poate, să le exagerăm, sau poate să rămânem orbi cu desăvârșire la cealaltă parte a situației.* **6p.**
 5. Precizează, în 30-50 de cuvinte, care este opinia reginei referitoare la scopul jurnalului. **6p.**
- B.** Redactează un text de minimum 150 de cuvinte, în care să argumentezi dacă rolul lecturii jurnalului unor personalități aparținând caselor regale din Europa este sau nu important, valorificând informațiile din fragmentul citat. **20 de puncte**

În redactarea textului, vei avea în vedere următoarele repere:

- formularea unei opinii față de problematica pusă în discuție, enunțarea și dezvoltarea corespunzătoare a două argumente adecvate opiniei și formularea unei concluzii pertinente; **14 puncte**
- utilizarea corectă a conectorilor în argumentare, respectarea normelor limbii literare (norme de exprimare, de ortografie și de punctuație), așezarea în pagină, lizibilitatea. **6 puncte**

În vederea acordării punctajului pentru redactare, textul trebuie să aibă minimum 150 de cuvinte și să dezvolte subiectul propus.

SUBIECTUL AL II-LEA

(10 puncte)

Prezintă, în minimum 50 de cuvinte, caracterizarea personajului, evidențiind două modalități de caracterizare folosite în text:

David Pop iubea viața tihnită. Zbuciumările de niciun fel nu i-au plăcut niciodată. Râvnea liniște multă și muncă puțină sau chiar deloc; și izbutise să le aibă pe urma hărniciei tatălui său, un țăran aprig, sânguitor și zgârcit, care făcuse avere. Numai sângele rece îl moștenise David din firea părinților. Încolo nicio ambiție nu-l necăjea. Bătrânul Pop fusese încăpățânat și stăruitor. Își pusese în minte să-l facă „domn”, mai ales că școala era acolo, la îndemână, în Năsăud, și nu costa mai nimic. La început păruse că și băiatului îi place cartea și că nici n-are să se oprească până nu va ajunge avocat sau cel puțin protopop. Dar pe urmă, când a crescut mai mărișor, s-a înmuia. Ar fi fost mai bucuros să păzească vacile decât să-și sfarme creierii cu sintaxa latinească. Totuși, cu chiu-cu-vai, a ispăvit liceul și a trecut la Cluj să învețe legile, căci bătrânul ținea morțiș să-l vadă avocat. Degeaba. N-a mai mers. Șapte ani a tot învățat David și veșnic, în preajma examenelor, s-apomenit cu câte-o boală sau cine știe ce nenorocire atât de mare, că nu era chip să dea ochii cu profesorii.

(Liviu Rebreanu, *Catastrofa*)

SUBIECTUL AL III-LEA

(30 puncte)

Redactează un eseu, de minimum 400 de cuvinte, în care să prezinți particularitățile unui text liric studiat, aparținând romantismului.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

- evidențierea a două trăsături care fac posibilă încadrarea textului poetic studiat într-un curent cultural/litar;
- prezentarea modului în care tema se reflectă în textul poetic studiat, prin comentarea a două imagini sau idei poetice;
- analiza, la alegere, a două elemente de compoziție și de limbaj, semnificative pentru textul poetic studiat, din seria: titlu, imaginar poetic, figuri semantice (tropi), motive poetice.

Notă! Ordinea integrării reperelor în cuprinsul eseului este la alegere.

Pentru **conținutul** eseului, vei primi **18 puncte** (câte 6 puncte pentru fiecare cerință/reper).

Pentru **organizarea** discursului, vei primi **12 puncte** (existența părților componente—introducere, cuprins, încheiere—3puncte; logica înlănțuirii ideilor—3puncte; abilități de analiză și de argumentare—3puncte; claritatea exprimării—2puncte; respectarea precizării privind numărul minim de cuvinte—1 punct).

În vederea acordării punctajului pentru organizarea discursului, eseu trebuie să aibă minimum 400 de cuvinte și să dezvolte subiectul propus.

VARIANTA 3 SUBIECTUL I

(50 de puncte)

Citește următorul text :

„Am trăit câteva luni la Roma, fără panica maratoanelor între două trenuri, dar și fără degajarea ce ți-o dă graba. Impresiile s-au amestecat, uneori contradictorii, alteori influențate de motive strict personale. Mi-e mult mai ușor, parcă, să-mi aduc aminte ceva sigur dintr-un oraș prin care am trecut o singură zi. Poate și de aceea e mai simplu, în general, să-i judecăm pe alții decât pe noi înșine. Orașele unde, un timp, ne-am pierdut starea de călător rămân o formă a noastră de a fi, expirată și acoperită de altele, și ar trebui probabil să ne dispensăm de multe detalii subiective ca să cântărim totul exact, dacă o astfel de experiență ar fi cu putință.

Oricât ar părea de curios, la Roma plouă mai mult decât în Londra, cea mai îmbibată de cețuri. Numai că ploile din «cetatea eternă» sunt ploi care trec repede; ploi rapide, nervoase, urmate de soare. Rareori, se întâmplă să dureze, să se cearnă putrede, ca la noi, toamna. De altminteri, Romei nu-i convine cerul închis. Ploile o îmbătrânesc. O spală de zgomote, de mirosul de benzină arsă, dar și de legende. Îi iau din distincție și din cordialitate, o fac să pară posacă. Marc Aureliu călărește singur atunci, prin pânza de apă, pe calul său înverzit de pe Capitoliu. Fântânile își cam pierd spectatorii. Cumva, deși pare mai «istoric», orașul își modifică relațiile cu istoria ... nu istoria carnavalescă din restaurantele cu prețuri piperate unde chelnerii servesc îmbrăcați în toga de pe vremea lui Cezar, ci aceea din zidurile roșii peste care vântul a risipit urmele celor ce-au intrat în Roma ca pelerini sau cuceritori, umiliți sau aroganți...

Cred că piramidele egiptene ar fi nu mai puțin utopice în ploaie, după cum tragediile lui Shakespeare au nevoie de castele otrăvite de ceață. La Roma, piatra cere vremea frumoasă de după ploaie, când pisicile se întorc să doarmă la soare pe treptele din Colosseum, lumina șiroiește pe coroanele pinilor, iar orașul își recapătă culoarea sa naturală. E vorba de un roșu evaziv, ruginos și spălăcit, întâlnit, mai ales, în cartierele istorice; ceva între sângeriul pământurilor bogate în oxizi de fier și tonurile argiloase ale unui

tablou de Leonardo, San Gerolamo, aflat la Pinacoteca Vaticanului; și diferit de cel de pe zidurile Veneției, care e romantic.

N-am reușit să aflu când și de ce au început romanii să-și zugrăvească astfel casele. M-am oprit la opinia celor care consideră că motivul a fost dorința de a combate, de a atenua, lumina prea crudă. Opțiunea a căzut, însă, în desuetudine. Arhitecții moderni renunță treptat la această culoare veche, poate cea mai potrivită cu vârsta și clima Romei. Zidurile zugrăvite în roșu rețin surplusul de lumină ca un burete, temperează amiezile prea fierbinți și dau până și tristeților un aer de noblețe. Strecurându-mă prin valurile de pietoni de pe Via del Corso, unde înghesuiala mașinilor și autobuzelor devine la anumite ore insuportabilă, am reușit aproape de fiecare dată să-mi regăsesc liniștea, după câțiva pași, cotind în direcția Pantheonului sau invers, a Pieței Spaniei...” (Octavian Paler, *Culoarea Romei*, în *Drumuri prin memorie*)

1. Menționează sensul din text al secvenței *fără panica maratoanelor între două trenuri*. (6p)
2. Indică numele a două personalități istorice/culturale prezente în text. (6 p)
3. Explică, valorificând informațiile din text, care este efectul ploii asupra Romei. (6 p)
4. Precizează motivul/le pentru care casele sunt vopsite în Roma într-o anumită culoare. (6 p)
5. Prezintă, în 30-50 de cuvinte, atitudinea autorului față de orașul Roma, raportându-te la textul dat. (6 p)

B. Redactează un text de minimum 150 de cuvinte, în care să argumentezi dacă impresiile de călătorie pot fi influențate sau nu de cunoașterea istoriei locului vizitat, raportându-te atât la informațiile din textul extras din volumul *Drumuri prin memorie*, de Octavian Paler, cât și la experiența personală sau culturală. În redactarea textului, vei avea în vedere următoarele repere:

- formularea unei opinii față de problematica pusă în discuție, enunțarea și dezvoltarea corespunzătoare a două argumente adecvate opiniei și formularea unei concluzii pertinente; 14 p
- utilizarea corectă a conectorilor în argumentare, respectarea normelor limbii literare (norme de exprimare, de ortografie și de punctuație), așezarea în pagină, lizibilitatea. 6 puncte

SUBIECTUL al II-lea

(20 puncte)

Prezintă, în minimum 50 de cuvinte, semnificațiile textului următor, evidențiind două trăsături ale modernismului:

*Aici e casa mea. Dincolo soarele și grădina cu stupi.
Voi treceți pe drum, vă uitați printre gratii de poartă
și așteptați să vorbesc. – De unde să-ncep?
Credeți-mă, credeți-mă,
despre orișice poți să vorbești cât vrei:
despre soartă și despre șarpele binelui,
despre arhanghelii cari ară cu plugul
grădinile omului,
despre cerul spre care creștem,
despre ură și cădere, tristețe și răstigniri
și înainte de toate despre marea trecere.
Dar cuvintele sunt lacrimile celor ce ar fi voit
așa de mult să plângă și n-au putut.
Amare foarte sunt toate cuvintele,
de aceea – lăsați-mă
să umblu mut printre voi,
să vă ies în cale cu ochii închiși.*

(Lucian Blaga, *Către cititori*)

Subiectul al III-lea (30 puncte)

Redactează un eseu de minimum două pagini, în care să prezinți particularitățile unui text poetic studiat, aparținând lui Tudor Arghezi.

În elaborarea eseului, vei avea în vedere următoarele repere:

- evidențierea a două trăsături care permit încadrarea textului poetic studiat într-un curent cultural/literar;
- prezentarea modului în care tema se reflectă în textul poetic studiat, prin comentarea a două imagini sau idei poetice;
- analiza, la alegere, a patru elemente de compoziție și de limbaj, semnificative pentru textul poetic studiat, din seria: titlu, imaginar poetic, figuri semantice (tropi), motive poetice.

Notă

Pentru **conținutul** eseului, vei primi **18 puncte** (câte 6 puncte pentru fiecare cerință/reper). Pentru **redactarea** eseului, vei primi **12 puncte** (existența părților componente – introducere, cuprins, încheiere – 1 punct; logica înlănțuirii ideilor – 1 punct; abilități de analiză și de argumentare – 3 puncte; utilizarea limbii literare – 2 puncte; ortografia – 2 puncte; punctuația – 2 puncte; așezarea în pagină, lizibilitatea – 1 punct).

În vederea acordării punctajului pentru redactare, eseul trebuie să aibă minimum 400 de cuvinte și să dezvolte subiectul propus.

Capitolul 2. Matematică

1. MULȚIMI ȘI ELEMENTE DE LOGICĂ MATEMATICĂ

1.1. Mulțimea numerelor reale

În acest paragraf vom prezenta principalele mulțimi de numere studiate în anii precedenți, indicând proprietățile algebrice, de ordine și corespondență cu punctele unei drepte.

Prima mulțime de numere cunoscute este *mulțimea numerelor naturale*, notată $\mathbb{N}=\{0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$, iar mulțimea numerelor naturale fără zero: $\mathbb{N}^*=\{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$.

Dar nu se poate efectua scăderea între două numere naturale obținându-se de fiecare dată un număr natural. Exemplu: $10-15=-5$ care nu este număr natural. Apare deci necesitatea extinderii acestei mulțimi de numere la *mulțimea numerelor întregi*, notată

$$\mathbb{Z}=\{\dots-n, \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\}, \text{ observându-se că } \mathbb{N} \subset \mathbb{Z}.$$

În această mulțime nu se poate efectua împărțirea de fiecare dată ca să obținem un număr întreg. Exemplu $7:2=3,5 \notin \mathbb{Z}$. Atunci vom fi conduși la ideea extinderii mulțimii numerelor întregi, obținând *mulțimea numerelor raționale*, notată $\mathbb{Q}=\left\{\frac{m}{n} / m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0\right\}$, numere numite și fracții (\mathbb{Q} conține numerele zecimale finite, periodice simple și periodice compuse), cu observația că $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.

Dar mai apar și alte numere: în calcularea diagonalei unui pătrat de latură 1, unde diagonala este $\sqrt{2}$. Calculând pe $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \dots$, s-a observat că se obțin numere zecimale cu un număr infinit de zecimale care nu se repetă periodic. Toate aceste numere reunite dau *mulțimea numerelor reale*, notată cu \mathbb{R} .

Așadar: Numărul real este o fracție zecimală, finită sau infinită.

Mulțimea numerelor reale împreună cu operația de adunare sau înmulțire formează o structură algebrică. Ne referim la perechea $(\mathbb{R}, +)$.

Proprietățile adunării pe \mathbb{R} :

A1. Adunarea este *asociativă* : $(a+b)+c=a+(b+c)$; $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$.

A2. Adunarea este *comutativă* : $a+b=b+a$; $\forall a, b \in \mathbb{R}$.

A3. Numărul 0 este *element neutru* pentru adunare : $a+0=0+a=a$, $\forall a \in \mathbb{R}$.

A4. Numărul $(-a)$ este *simetricul* lui a (*opusul*) față de adunare : $a+(-a)=(-a)+a=0$ Ca exercițiu, scrieți proprietățile înmulțirii pe \mathbb{R} .

Proprietatea care "leagă" cele două operații între ele se numește *distributivitatea înmulțirii în raport cu adunarea*:

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad \forall a, b, c \in \mathbb{R}. \quad (\text{Temă de studiu: Revedeți scoaterea factorului comun!})$$

Referitor la relația de ordine: Oricare ar fi două numere reale între ele există una din relațiile " $<$ " mai mic; " $>$ " mai mare " $=$ " egal. Sau " \leq " mai mic sau egal, " \geq " mai mare sau egal.

Axa reală: O dreaptă pe care s-a fixat originea O, un sens și o unitate de măsură se numește axă. Între mulțimea punctelor de pe axă și mulțimea numerelor reale există o corespondență biunivocă. Oricărui număr real îi corespunde un punct pe axă și reciproc. S-au mai introdus două simboluri respectiv " $+\infty$ " și " $-\infty$ ", care reprezintă un număr foarte mare pozitiv iar " $-\infty$ " reprezintă un număr foarte mare în valoare absolută dar cu semnul minus.

Valoarea absolută sau **modulul** unui număr real a este numărul nenegativ $|a| = \begin{cases} a, & \text{dacă } a \geq 0 \\ -a, & \text{dacă } a < 0 \end{cases}$.

Exemple: $|3|=3$; $|-6,32|=6,32$; $\left|-\frac{1}{2}\right|=\frac{1}{2}$.

Partea întreagă și partea fracționară a unui număr: Se numește **partea întreagă** a numărului a , numărul notat $[a]$, ce reprezintă cel mai mare număr întreg mai mic sau egal cu a .

Deci $[a] \in \mathbb{Z}$, $[a] \leq a \leq [a]+1$.

Partea fracționară a numărului a , notat $\{a\}$ este diferența dintre a și partea întreagă a sa $[a]$.

Deci $\{a\} = a - [a]$. Se poate scrie și că $\{a\} + [a] = a$.

Exemple:

a) $[3,76]=3$, $\{3,76\}=3,76-[3,76]=3,76-3=0,76$;

b) $[10]=10$; $\{10\}=10-[10]=0$;

c) $[-3,16]=-4$, $\{-3,16\} = -3,16-[-3,16] = -3,16-(-4) = -3,16+4 = 0,84$.

Observație: De observat că partea fracționară a numărului este pozitivă și număr subunitar.

1.2. Propoziție, predicat, cuantificatori

Numim alfabet, o mulțime de semne iar enunțul este orice succesiune de semne dintr-un alfabet.

Exemple:

1) $1+9=10$;

2) $3 \geq 8$;

3) $\frac{10}{2} + 4 \cdot 5 = 25$;

4) $x+1 \leq 3$;

5) $x^2+y^2=z^2$, $x,y,z \in \mathbb{Z}$.

Se numește propoziție un enunț care, într-un context dat, este fie adevărat fie fals. Notăm propozițiile cu litere mici: p, q, r, \dots sau cu litere mici indexate: p_1, p_2, p_3, \dots .

Valoarea de adevăr a unei propoziții este proprietatea acestuia de a fi adevărată sau falsă.

Se notează:
$$v(p) = \begin{cases} 1, & \text{dacă } p \text{ este adevărată} \\ 0, & \text{dacă } p \text{ este falsă} \end{cases}$$

Se numește predicat un enunț care conține una sau mai multe variabile, cărora, atribuindu-le "valori", obținem propoziții adevărate sau false.

Exemple:

$p(x): x+1 \leq 3; x \in \mathbb{R}$;

$q(x): x+1 \leq 3, x \in \mathbb{R}$;

$p(x,y): x \text{ se divide cu } y; x, y \in \mathbb{N}$.

Cuantificatorul existențial ($\exists x$) $p(x)$ (citim: există x pentru care are loc $p(x)$).

Exemplu:

$p(x): x+5=16, x=11 \in \mathbb{R}$.

Cuantificatorul universal ($\forall x$) $p(x)$ (citim: oricare ar fi x , are loc $p(x)$).

Exemplu:

$p(x): x^2+1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

1.3. Operații logice elementare corelate cu operațiile și relațiile cu mulțimi

1. Negația Negația unei propoziții p este propoziția "non p " (\bar{p})

care este adevărată când p este falsă și este falsă când p este adevărată.

Valoarea de adevăr:

p	\bar{p}
1	0
0	1

2. Conjunția propozițiilor Conjunția propozițiilor p, q este propoziția $p \wedge q$ (citim p și q) care este adevărată dacă și numai dacă p și q sunt adevărate și falsă în celelalte cazuri.

3. Disjuncția propozițiilor Disjuncția propozițiilor p și q este propoziția $p \vee q$ (citim p sau q) care este adevărată dacă și numai dacă cel puțin una este adevărată și falsă în caz contrar.

4. Implicația propozițiilor Implicația propozițiilor p, q în această ordine este propoziția $p \rightarrow q$ (p implică q sau *dacă p atunci q*) care este falsă dacă și numai dacă p este adevărată și q falsă.

5. Echivalența propozițiilor. Echivalența propozițiilor p, q este propoziția notată $p \leftrightarrow q$ (p echivalent cu q sau *p dacă și numai dacă q*).

Exerciții:

1. Să se arate că dacă a este număr par, atunci $\frac{a}{12} + \frac{a^2}{8} + \frac{a^3}{24} \in \mathbb{Z}$.
2. Calculați $[x] + [y]$ și $[x + y]$ și comparați aceste numere în cazurile:
1) $x=6, y=11$; 2) $x=-10, y=-36$; 3) $x=3.3, y=2.6$.
3. Calculați $\{x\} + \{y\}$ și $\{x + y\}$ și comparați aceste numere în cazurile: 1) $x=4,6, y=9,5$; 2) $x=2,4, y=3,3$.
4. Să se arate că numărul $\sqrt{3}$ nu este rațional.

2. FUNCȚII

2.1. Funcții definite pe mulțimea numerelor naturale \mathbb{N} (șiruri)

În limbajul uzual prin șir înțelegem o mulțime de numere aranjate într-o anumită ordine. Elementele unui șir se numesc termenii șirului.

Exemple de șiruri: $(a_n)_{n \geq 1}; 1, 2, 3, \dots, n, \dots$ 2) $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots$

Definiție: Se numește **șir de numere reale** orice funcție $f: \mathbb{N} \setminus A \rightarrow \mathbb{R}$, unde A este o submulțime finită a lui \mathbb{N} , cu $f(n) = a_n$.

Moduri de a defini un șir:

- printr-o regulă de calcul. *Exemplu:* șirul $(a_n)_{n \geq 1}$ cu $a_n = \frac{n}{n+1}$. Are termenul $a_3 = \frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}$.
- prin mai multe reguli de calcul. *Exemplu:* șirul: $(a_n)_{n \geq 1}$ cu termenul general $a_n = \begin{cases} n-1, & n = \text{impar} \\ n^2 + 1, & n = \text{par} \end{cases}$
- printr-o relație de recurență. *Exemplu:* $(a_n)_{n \geq 0}$ cu $a_0 = -1, a_{n+1} = a_n + 3; n \geq 0$.

Exemple de șiruri – **Progresia aritmetică**

Definiție: Un șir $(a_n)_{n \geq 1}$ pentru care fiecare termen al său, începând cu al doilea, se obține din precedentul prin adăugarea aceluiași termen r se numește **progresie aritmetică**. Numărul r se numește **rația progresiei**.

Formula termenului general. Dacă șirul $(a_n)_{n \geq 1}$ este o progresie aritmetică cu primul termen a_1 și rația r , atunci $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r, \forall n \geq 1$.

Observație: Orice termen al unei progresii aritmetice începând cu al doilea este medie aritmetică între precedentul și succesorul său:

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}, \forall n \geq 2.$$

Suma primilor n termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$ este $S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}, n \geq 1$.

Exemple:

1. Găsiți termenii x și y ai progresiei aritmetice: $x, -2, y, 8$.

Soluție: $y = \frac{-2+8}{2} = \frac{6}{2} = 3$, deci progresia are termenii: $x, -2, 3, 8$, ceea ce înseamnă că rația este $r = 8 - 3 = 5$. Deci $x = -2 - r = -2 - 5 = -7$.

2. Să se determine $x \in \mathbb{R}$, știind că numerele $5, 2^{3x} + 1, 13$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

Soluție:

$$2^{3x} + 1 = \frac{5 + 13}{2}$$

$$2^{3x} + 1 = 9 \Rightarrow 2^{3x} = 8 \Rightarrow 2^{3x} = 2^3 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1.$$

3. Să se determine suma primilor 10 termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$ știind că $a_1 = 1$ și $a_2 = 4$.

Soluție:

$$a_1 = 1 \text{ și } a_2 = 4 \Rightarrow r = 3 \text{ (rația progresiei aritmetice)}$$

Utilizând $a_n = a_1 + (n-1)r$ și $S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$ vom obține $a_{10} = 28$ și $S_{10} = 145$.

4. Să se afle al patrulea termen al unei progresii aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că primul termen este $\frac{5}{2}$ și rația este $\frac{5}{6}$.

Soluție:

$$a_1 = \frac{5}{2}r = \frac{5}{6}$$

$$a_n = a_1 + (n-1)r.$$

Pentru a_4 :

$$a_4 = a_1 + 3r$$

$$a_4 = \frac{5}{2} + 3 \cdot \frac{5}{6}$$

$$a_4 = \frac{5}{2} + \frac{5}{2}$$

$$a_4 = \frac{10}{2} = 5$$

Exerciții propuse:

Fie progresia aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$.

Determinați în fiecare din cazuri, elementele cerute:

- (1) $a_1=3$; $r=2$. Calculați a_{15} și S_{15} .
- (2) $a_1=-2$; $a_{25}=22$. Calculați r și S_{15} .
- (3) Dacă $a_1+a_2=42$ și $a_{10}+a_3=21$. Calculați a_1 și r .

Progresia geometrică: Șirul $(b_n)_{n \geq 1}$ cu $b_1 \neq 0$, pentru care fiecare termen al său începând cu al doilea, se obține din precedentul prin înmulțirea cu același număr $q \neq 0$ se numește progresie geometrică.

Numărul q se numește rație.

Formula termenului general $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}, \forall n \geq 1$.

Observație: Într-o progresie geometrică (având termeni pozitivi), orice termen începând cu al doilea este media geometrică între precedentul său și succesorul său: $b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$.

$$\text{Suma unei progresii geometrice: } S_n = \begin{cases} b_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}, & \text{dacă } q \neq 1 \\ nb_1, & \text{dacă } q = 1 \end{cases}$$

Exemple:

1. Să se determine suma primilor 7 termeni ai unei progresii geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$, știind că $b_1 = 1$ și $b_2 = 3$.

Soluție:

Rația progresiei geometrice $q = \frac{b_2}{b_1} = 3$.

Suma primilor 7 termeni ai progresiei geometrice date este $S_7 = b_1 \frac{q^7 - 1}{q - 1} = \frac{2187 - 1}{2} = 1093$.

2. Să se determine $x \in \mathbb{R}$, știind că numerele $2x, x - 3, x + 1$ sunt termenii consecutivi ai unei progresii geometrice.

Soluție: Numerele $2x, x - 3, x + 1$ sunt termenii consecutivi ai unei progresii geometrice \Leftrightarrow

$$(x - 3)^2 = 2x(x + 1) \Rightarrow x^2 + 8x - 9 = 0 \Rightarrow x_1 = 1 \text{ și } x_2 = -9.$$

3. Să se determine al patrulea termen al unei progresii geometrice știind că rația este egală cu $\frac{1}{3}$ și

primul termen este 27.

Soluție:

$$b_1 = 27$$

$$r = \frac{1}{3}$$

Formula termenului general pentru progresia geometrică este: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$.

Scriem al patrulea termen cu ajutorul acestei formule:

$$b_4 = b_1 \cdot q^3 = 27 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = 27 \cdot \frac{1}{27} = 1$$

4. Într-o progresie geometrică se dă $b_2 = 3$ și raportul dintre primul termen și al patrulea termen este $\frac{1}{8}$. Determinați primul termen al progresiei.

Soluție:

$$b_2 = 3$$

$$\frac{b_1}{b_4} = \frac{1}{8}$$

Formula termenului general pentru progresia geometrică este: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$.

$$\begin{cases} b_1 \cdot q = 3 \\ \frac{b_1}{b_1 \cdot q^3} = \frac{1}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 \cdot q = 3 \\ q^3 = 8 \Rightarrow (q-2)(q^2 + 2q + 4) = 0 \end{cases}$$

Cum $q^2 + 2q + 4 \neq 0$ în mulțimea numerelor reale $q - 2 = 0 \Rightarrow q = 2$.

Exerciții propuse:

Fie progresia geometrică $(b_n)_{n \geq 1}$ cu rația q .

Determinați în fiecare caz, elementele cerute:

(1) $q=4$, $n=8$, $b_8=49152$. Calculați b_1 și S_8 ;

(2) $b_1 = \frac{1}{4}$, $q=4$. Calculați b_{10} ;

(3) $b_{30} = \left(\frac{1}{2}\right)^{28}$; $q = -\frac{1}{2}$. Calculați b_1 ;

(4) $b_1 = 3$, $b_9 = \frac{1}{3^7}$. Calculați $q > 0$.

2.2. Funcții

Produsul cartezian

Considerăm două mulțimi nevide A și B . Se numește produsul cartezian al mulțimii A cu mulțimea B , luate în această ordine, mulțimea perechilor având prima componentă din A și a doua componentă din B .

Notăție: Produsul cartezian al mulțimii A cu mulțimea B se notează: $A \times B = \{(a, b) / a \in A \text{ și } b \in B\}$.

Observație: Produsul cartezian nu este comutativ, adică $A \times B \neq B \times A$.

Exemplu:

Fie $A = \{1, 2, 3\}$ și $B = \{u, v\} \Rightarrow \begin{cases} A \times B = \{(1, u), (1, v), (2, u), (2, v), (3, u), (3, v)\} \\ B \times A = \{(u, 1), (u, 2), (u, 3), (v, 1), (v, 2), (v, 3)\} \end{cases} \Rightarrow A \times B \neq B \times A$.

Funcția

Fie A și B două mulțimi nevide. Spunem că am definit o **funcție** pe mulțimea A cu valori în B dacă printr-un procedeu oarecare facem ca fiecărui element $x \in A$ să-i corespundă un singur element $y \in B$.

Se notează $f: A \rightarrow B$ (se citește: "f definită pe A cu valori în B").

A = domeniul de definiție;

B = codomeniul sau mulțimea din care funcția ia valori,

x = variabila independentă, iar $y = f(x)$ e numită variabilă dependentă

Dacă A și B sunt submulțimi ale lui \mathbb{R} , funcția $f: A \rightarrow B$ este o funcție numerică sau funcție reală de variabilă reală.

Graficul unei funcții $f: A \rightarrow B$ este mulțimea: $Gf = \{(x, f(x)) / x \in A \wedge Y = f(x) \in B\}$.

2.3. Funcția de gradul I

Definiție: Funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}$ se numește funcție afină. Dacă $a \neq 0$ atunci f se numește **funcție de gradul I** cu coeficienții a și b .

Graficul funcției de gradul întâi este o dreaptă. Ecuația dreptei este: $y = ax + b$, $a \neq 0$.

Dreapta AB taie axa Ox și face cu aceasta un unghi α .

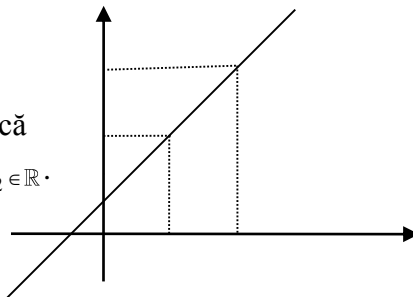
Iar $\tan \alpha$ este panta dreptei AB .

Monotonia funcției de gradul I

Spunem că funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este **strict crescătoare** dacă

din $x_1 < x_2$, rezultă că $f(x_1) < f(x_2)$, $\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}$.

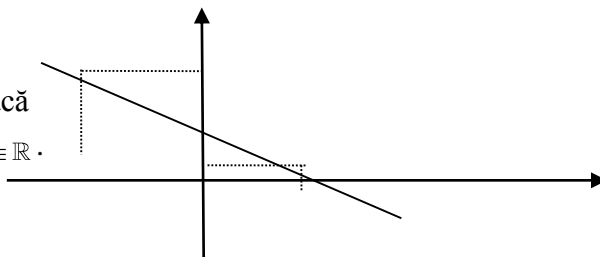
x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$



Spunem că funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este **strict descrescătoare** dacă

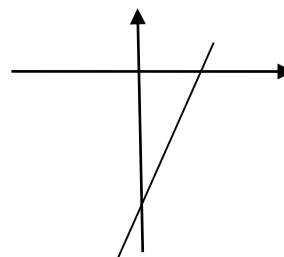
din $x_1 < x_2$ rezultă că $f(x_1) > f(x_2)$, $\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}$.

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	↘	$-\infty$



Proprietăți: Dacă $a > 0$ funcția este strict crescătoare.

Dacă $a < 0$ funcția este strict descrescătoare



Exemplu: Să se reprezinte grafic funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$; $f(x) = 2x - 6$. Vom găsi punctele unde Gf intersectează axele de coordonate.

- Intersecția cu Ox : $\begin{cases} y=0 \\ 2x-6=0 \Leftrightarrow x=3 \end{cases} A(3,0)$ - Intersecția cu Oy : $\begin{cases} x=0 \\ y=2 \cdot 0 - 6 = -6 \end{cases} B(0,-6)$.

Semnul funcției de gradul I

Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, $a \neq 0$, are zeroul (sau rădăcina ecuației $ax + b = 0$): $x = -\frac{b}{a}$, iar semnul este

dat în tabelul:

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$f(x)$	Semn contrar lui a	0	Semnul lui a

Exemplu: Să se afle semnul funcției $f(x) = -3x + 18$, atașăm ecuația $-3x + 18 = 0$ și găsim $x = 6$.

x	$-\infty$	6	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-

Dacă: $x \in (-\infty, 6): f(x) > 0$, dacă $x = 6: f(x) = 0$ și dacă $x \in (6, \infty): f(x) < 0$.

Rezolvarea unor inecuații de forma $\frac{ax+b}{cx+d} \leq 0$; $\frac{ax+b}{cx+d} \geq c$.

Exemplu: Să se rezolve inecuația $\frac{5x-10}{-x+6} < 0$.

Găsim rădăcinile numărătorului și numitorului acestei fracții, apoi studiem semnul în tabelul.
 $5x - 10 = 0$ cu rădăcina $x = 2$ și $-x + 6 = 0$ cu rădăcina $x = 6$.

x	$-\infty$			2		6		$+\infty$
$5x-10$	-	-	-	0	+	+	+	
$-x+6$	+	+	+	+	+	0	-	-
$\frac{5x-10}{-x+6}$	-	-	-	0	+		-	-

Soluția: $x \in (-\infty, 2) \cup (6, \infty)$.

Exerciții:

1) Să se rezolve inecuațiile: a) $\frac{2x-1}{x+3} \leq 0$; b) $\frac{1-3x}{x} < 0$; c) $\frac{x}{x+3} \geq 0$; d) $\frac{(x+1)(x-1)}{2x+3} \geq 0$; e)

$$(2x-1)(3x+1)(4x-5) > 0.$$

2) Să se reprezinte grafic funcțiile: $f: D \rightarrow \mathbb{R}$:

a) $f(x) = 3x, D = [-2, \infty)$; b) $f(x) = -3x, D = (-\infty, 1]$

Rezolvarea sistemelor de tipul : $\begin{cases} ax+by=c \\ mx+ny=p \end{cases}, m, n, p, c, a, b \in \mathbb{R}$

- prin metoda reducerii și metoda substituției din gimnaziu. Având în vedere că cele două ecuații sunt două drepte, ne interesează poziția relativă a celor două drepte.

Pentru rezolvarea sistemelor de inecuații de gradul I vom rezolva fiecare inecuație apoi intersectăm soluțiile lor și obținem soluția sistemului.

Exemplu: a) $\begin{cases} x+1 > 3 \\ 2x+1 \leq 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ 2x \leq 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (2, \infty) \\ x \in (-\infty, \frac{9}{2}] \end{cases} \Rightarrow x \in (2, \infty) \cap (-\infty, \frac{9}{2}] = (2, \frac{9}{2}]$

Să se rezolve:

a) $\begin{cases} \frac{x-2}{3} + x \geq \frac{x}{2} - 1 \\ -\frac{x}{3} + \frac{3x}{2} < \frac{x+1}{6} \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x-3 \leq 0 \\ 3x-1 > 0 \\ 2x-1 \geq 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x+3 \geq 0 \\ \frac{x(x-1)}{x+1} < 0 \end{cases}$

Exemple:

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 3$. Să se calculeze $f(-4) \cdot f(-3) \cdot \dots \cdot f(3) \cdot f(4)$.

Soluție: $f(3) = 0 \Rightarrow f(-4) \cdot f(-3) \cdot \dots \cdot f(3) \cdot f(4) = 0$.

2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x^2 - 3x + 1$ și $g(x) = x - 1$. Să se afle soluțiile reale ale ecuației $f(x) = -g(x)$.

Soluție: $f(x) = -g(x) \Leftrightarrow 3x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x_1 = 0$ și $x_2 = \frac{2}{3}$.

3. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = mx^2 - 8x - 3$, unde m este un număr real nenul. Să se afle m , știind că valoarea maximă a funcției f este egală cu 5.

Soluție: Identificăm $a = m, b = -8, c = -3$. În continuare determinăm valoarea discriminantului: $\Delta = b^2 - 4ac = 64 + 12m$.

O funcție de gradul al II-lea admite punct de maxim dacă și numai dacă $a < 0$. $\max_{x \in \mathbb{R}} f(x) = y_V \Rightarrow y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{3m+16}{m} = 5 \Rightarrow m = -2$.

4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, unde $f(x) = ax + b$. Să se determine a și b , știind că $3 \cdot f(x) + 2 = 3x + 5, \forall x \in \mathbb{R}$.

Soluție: $3 \cdot f(x) + 2 = 3x + 5 \Leftrightarrow f(x) = x + 1 \Leftrightarrow ax + b = x + 1 \Rightarrow a = 1$ și $b = 1$.

Compunerea unei funcții cu altă funcție

Fie $f: A \rightarrow B, g: B \rightarrow C$.

Definiție: Funcția $g \circ f: A \rightarrow C$ se numește **compunerea lui f cu g** și $(g \circ f)(x) = g(f(x))$.

Funcția $f: A \rightarrow B$ este inversabilă dacă există o funcție $g: B \rightarrow A$ astfel încât $g \circ f = 1_A$ și $f \circ g = 1_B$.

Funcția g se numește **inversa** lui f și se notează cu f^{-1} .

Exemple:

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 4$. Să se calculeze $(f \circ f)(3)$.

Soluție: $(f \circ f)(3) = f(f(3)) = f(2) = 0$.

2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 2$. Să se determine $f(2) + f(f(2)) + f(f(f(2)))$.

Soluție:

$$f(f(2)) = f(2) = 2, f(f(f(2))) = f(f(2)) = f(2) = 2.$$

$$(2) + f(f(2)) + f(f(f(2))) = 6.$$

3. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 1$. Să se determine $f(f(2))$.

Soluție: $f(f(2)) = f(1) = 0$.

2.4. Funcția de gradul al II-lea

Funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c, a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$ se numește funcția de gradul al doilea (sau funcția pătratică) cu coeficienți a, b, c .

Menționăm că ecuația de gradul al II-lea s-a rezolvat în gimnaziu: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}, \Delta = b^2 - 4ac$.

Dacă $\Delta > 0 \Rightarrow$ ecuația are rădăcini reale și diferite.

Dacă $\Delta = 0 \Rightarrow$ ecuația are rădăcini reale și egale.

Dacă $\Delta < 0 \Rightarrow$ ecuația nu are rădăcini reale.

Exercițiul rezolvat: Să se determine funcția $f(x) = ax^2 + bx + c$ dacă $f(0) = 1, f(-2) = 2$ și $f(1) = -1$.

Condițiile date conduc la sistemul de ecuații:

$$\begin{cases} f(0) = 1 \\ f(-2) = 2 \\ f(1) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \cdot 0 + b \cdot 0 + c = 1 \\ a \cdot (-2)^2 + (-2) \cdot b + c = 2 \\ a \cdot 1^2 + 1 \cdot b + c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}; b = -\frac{3}{2}; c = 1 \Rightarrow f(x) = -\frac{x^2}{2} - \frac{3x}{2} + 1.$$

Monotonia funcției de gradul al doilea. Intervale de monotonie

Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c, a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$.

- 1) Dacă $a > 0$ atunci funcția este strict descrescătoare pe $(-\infty, -\frac{b}{2a}]$ și strict crescătoare pe $[-\frac{b}{2a}, \infty)$

Tabelul de variație al funcției este

Pentru $a > 0$	x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$	$V_{\min}\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$
	$f(x)$	$+\infty$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$+\infty$	

- 2) Dacă $a < 0$ este strict crescătoare pe $(-\infty, -\frac{b}{2a}]$ și strict descrescătoare pe $[-\frac{b}{2a}, +\infty)$, cu tabelul:

Pentru $a < 0$	x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$	$V_{\max}\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$
	$f(x)$	$-\infty$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$+\infty$	

Imaginea funcției de gr.II: pentru $a < 0, \text{Im}f = \left(-\infty, -\frac{\Delta}{4a}\right]$; pentru $a > 0, \text{Im}f = \left[-\frac{\Delta}{4a}, +\infty\right)$.

Forma canonică a funcției de gradul al doilea: $f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a}$

Exemplu: Să se scrie funcția de gradul II sub forma canonică și să se deducă valoarea extremă a funcției în cazurile:

a) $f(x) = 3x^2 - x$; b) $f(x) = x^2 + x + 2$; c) $f(x) = -4x^2 + 2x + 3$

Rezolvare:

b) $f = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a} = 1\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}$

$a = 1$

$b = 1 \quad \Delta = b^2 - 4ac = 1 - 8 = -7$

$c = 2$

Dacă $a = 1 > 0$, f are un minim $V_{\min}\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$, $X_{\min} = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2}$; $Y_{\min} = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{7}{4} \Rightarrow f_{\min} = \frac{7}{4}$.

La fel pentru a) și c).

Graficul funcției de gradul al doilea

Graficul funcției de gradul al doilea se numește **parabolă**. Cuplul $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right) \in Gf$ și este vârful parabolei.

Să se reprezinte grafic funcția: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 2x - 8$.

Etape: a) Intersecția cu axele de coordonate:

- Intersecția cu $O_x: \begin{cases} y = 0 \\ x^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \end{cases} \quad A(2, 0) \text{ și } B(-4, 0)$

$\Delta = b^2 - 4ac = 4 + 32 = 36$

$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 6}{2} \Rightarrow x_1 = 2; x_2 = -4$

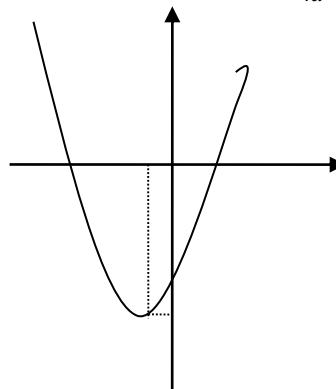
- Intersecția cu $O_y: \begin{cases} x = 0 \\ y = -8 \end{cases} \quad C(0, -8)$

Dacă $a > 0 \Rightarrow f$ are un minim: $V_{\min}\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right) \quad X_{\min} = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2} = -1;$

$Y_{\min} = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{-36}{4} = -9;$

$V_{\min}(-1, -9)$.

a) Tabel de valori



x	$-\infty$	-4	-1	0	2	$+\infty$
$f(x)$	\nearrow	$0 \searrow$	$-9 \nearrow$	$-8 \nearrow$	$0 \nearrow$	

d) Graficul – trasarea lui. De reținut că axa de simetrie este $x = -\frac{b}{2a}$.

Exerciții: Să se traseze graficul următoarelor funcții:

1) $f(x) = -x^2 - 2x + 8$;

2) $f(x) = -x^2 + 4x - 4$;

3) $f(x) = x^2 + 2x - 3$;

Semnul funcției de gradul doi $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c, a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$

1) Dacă $\Delta > 0$ atunci $x_1 \neq x_2 \in \mathbb{R}$ și semnul este dat de tabelul

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
$f(x)$	<i>Semnul lui a</i>	0	<i>Semn contrar lui a</i>	0
				<i>Semnul lui a</i>

2) Dacă $\Delta = 0$, atunci $x_1 = x_2 \in \mathbb{R}$ și semnul este dat în tabelul

x	$-\infty$	$x_1 = x_2$	$+\infty$
$f(x)$	Semnul lui a	0	Semnul lui a

3) Dacă $\Delta < 0$ atunci $x_1, x_2 \notin \mathbb{R}$, semnul fiind

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	Peste tot semnul lui a	

Aplicații: Rezolvare de inecuații:

a) $x^2 - x \geq 0$; b) $3x^2 + 6x < 0$; c) $x^2 - 9 < 0$; d) $x^2 + 4x + 9 \geq 0$

Rezolvăm b) $3x^2 + 6x < 0$; atașăm ecuația $3x^2 + 6x = 0$; o rezolvăm $x(3x + 6) = 0$ $x_1 = 0$; $x_2 = -2$ $S: x \in (-2, 0)$

x	$-\infty$	$-$	0	$+$	$+\infty$
$f(x) = 3x^2 + 6x$	$+$	$+$	0	$-$	$+$

Funcției de gr II i se atașează ecuația de gr II: $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$ cu rădăcinile x_1, x_2 (distincte sau nu).

Relațiile lui Viete (relațiile între rădăcini și coeficienți):

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad S = \text{suma rădăcinilor } x_1 + x_2$$

$$P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}, \quad P = \text{produsul rădăcinilor } x_1 \cdot x_2$$

$$\text{Se demonstrează că } x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P \text{ și } x_1^3 + x_2^3 = S^3 - 3SP; \quad x_1^4 + x_2^4 = (S^2 - 2P)^2 - 2P^2$$

Exemple:

1. Să se determine parametrul m dacă între rădăcinile ecuației $x^2 - (2m+1)x + (m-1) = 0$ există relația $x_1 = 2x_2$.

Rezolvare:

Se atașează sistemul:
$$\begin{cases} x_1 = 2x_2 \\ x_1 + x_2 = 2m+1 \Leftrightarrow x_1 = \frac{2(2m-1)}{3}; x_2 = \frac{2m+1}{3} \\ x_1 \cdot x_2 = m-1 \end{cases}$$
 Înlocuim în a treia ecuație, obținând $8m^2 - m + 11 = 0$,

care n-are rădăcini reale.

2. Se dă ecuația $x^2 - 7x + 5 = 0$ cu rădăcinile x_1 și x_2 . Calculați $2x_1 - 3x_1x_2 + 2x_2$.

Soluție:

Din relațiile lui Viète $x_1 + x_2 = 7$ și $x_1x_2 = 5$, obținem: $2x_1 - 3x_1x_2 + 2x_2 = 2(x_1 + x_2) - 3x_1x_2 = 14 - 15 = -1$.

3. Să se determine $m \in \mathbb{R}$, care verifică relația $x_1 + x_2 + x_1x_2 = -2$, unde x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2 + 3mx + m^2 = 0$.

Soluție:

Din relațiile lui Viète $x_1 + x_2 = -3m$ și $x_1x_2 = m^2$.

$$x_1 + x_2 + x_1x_2 = -2 \Leftrightarrow -3m + m^2 = -2 \Leftrightarrow m^2 - 3m + 2 = 0, \text{ cu soluțiile } m_1 = 1 \text{ și } m_2 = 2.$$

$$\text{Rezolvarea sistemelor simetrice de forma } \begin{cases} x + y = S \\ x \cdot y = P \end{cases}$$

Atunci ecuația în sumă și produs este $Z^2 - SZ + P = 0$

Exemplu:

$$\begin{cases} 2xy + 5(x+y) = 55 \\ 6xy + 3(x+y) = 81 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2P + 5S = 55 \\ 6P + 3S = 81 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S = 7 \\ P = 10 \end{cases} \text{ atunci } Z^2 - 7Z + 10 = 0 \Rightarrow Z_1 = 2 \text{ și } Z_2 = 5 \text{ care dau tocmai soluția sistemului}$$

(2, 5) și (5, 2).

Rezolvarea sistemelor formate dintr-o ecuație de gradul I și o ecuație de gradul 2 sau intersecția

dintre o dreaptă și o parabolă, de forma
$$\begin{cases} mx + n = y \\ ax^2 + bx + c = y \end{cases} \quad a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$$

Exemplu:
$$\begin{cases} y = x+1 \\ y = x^2 - 3x + 5 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 - 3x + 5 = x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0, \text{ de unde } x_1 = x_2 = 2 \Rightarrow y_1 = y_2 = 3.$$

3. VECTORI ÎN PLAN

Segment orientat, relația de echipolență, vectori, vectori coliniari

În geometrie, fizică, științe tehnice sunt întâlnite mărimi scalare și mărimi vectoriale.

O mărime este scalară, dacă pentru determinarea ei este suficient să indicăm un singur număr.

Ex.: lungimea unui segment, aria unei suprafețe, temperatura etc.

O mărime este vectorială dacă este determinată de trei elemente: mărime, direcție și sens.

Se numește direcția dreptei d mulțimea formată din dreapta d și toate dreptele paralele cu d . Sens:

Pe dreapta d am fixat punctele A și B ($A \neq B$).

Punctele A și B pot fi parcurse de la A la B , iar sensul opus de la B la A .

Definiția vectorului

O pereche ordonată (A, B) , $A, B \in \mathcal{P}$ ($A, B \in P$) se numește segment orientat sau vector legat (de A) și se notează \overrightarrow{AB} , unde A este originea iar B extremitatea vectorului.

Vectorul legat \overrightarrow{AA} , se numește **vector nul**.

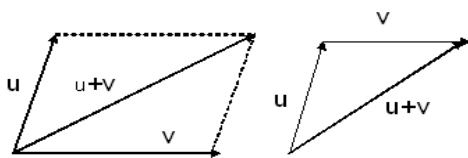
Vectorul de lungimea 1 se numește **vector unitate** sau **versor**.

Operații cu vectori. Condiția de coliniaritate

1. Adunarea vectorilor a) **Regula paralelogramului**



b) **Regula triunghiului**



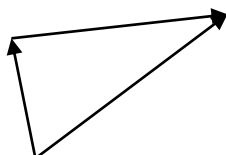
Doi vectori liberi sunt **coliniari** dacă au aceeași direcție.

Descompunerea după doi vectori dați, necoliniari și nenuli

Teoremă: Fie \vec{a} și \vec{b} doi vectori necoliniari. Oricare ar fi vectorul \vec{v} , există $\alpha, \beta \in R(\text{unice})$ astfel încât $\vec{v} = \alpha \cdot \vec{a} + \beta \cdot \vec{b}$.

Coliniaritate. Concurență. Paralelism

Vectorul de poziție al unui punct: În planul P fixăm un punct O și dacă M este un punct din plan, atunci vectorul \overrightarrow{OM} va fi numit **vectorul de poziție al punctului M** , notat \vec{r}_M .



atunci $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \vec{r}_B - \vec{r}_A.$

Dacă $M(x, y)$ se află în planul înzestrat cu sistemul de axe xOy , atunci vectorul de poziție pentru punctul M are forma următoare: $\vec{OM} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}$

Exemple:

1) Fie $M(2,3)$. Vectorul de poziție pentru punctul M este $\vec{OM} = 2 \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j}$

2) Fie $M(-3,4)$. Vectorul de poziție pentru punctul M este $\vec{OM} = -3 \cdot \vec{i} + 4 \cdot \vec{j}$

3) Fie $M\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$. Vectorul de poziție pentru punctul M este $\vec{OM} = \frac{1}{2} \cdot \vec{i} + \frac{3}{2} \cdot \vec{j}$

Modulul unui vector de poziție \vec{OM} se notează prin $|\vec{OM}|$ și se calculează prin formula următoare:

$$|\vec{OM}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Exemple:

1) $\vec{OM} = 2 \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j}$

Modulul vectorului se calculează astfel: $|\vec{OM}| = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$

Concluzia: $\vec{OM} = 2 \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j}$ are modulul (lungimea) egală cu $\sqrt{13}$.

2) $\vec{OM} = -3 \cdot \vec{i} + 4 \cdot \vec{j}$

Modulul vectorului se calculează astfel: $|\vec{OM}| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$

Concluzia: $\vec{OM} = -3 \cdot \vec{i} + 4 \cdot \vec{j}$ are modulul (lungimea) egală cu 5.

3) $\vec{OM} = \frac{1}{2} \cdot \vec{i} + \frac{3}{2} \cdot \vec{j}$

Modulul vectorului se calculează astfel: $|\vec{OM}| = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{10}{4}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$

Concluzia: $\vec{OM} = \frac{1}{2} \cdot \vec{i} + \frac{3}{2} \cdot \vec{j}$ are modulul (lungimea) egală cu $\frac{\sqrt{10}}{2}$.

Lungimea (modulul) unui vector. Vectori paraleli. Vectori perpendiculari

Fie două puncte $A(x_A, y_A)$ și $B(x_B, y_B)$ care sunt situate în sistemul de axe xOy .

Un vector \vec{AB} se poate exprima cu ajutorul versorilor \vec{i} și \vec{j} aplicând relația vectorială:

$$\vec{AB} = (x_B - x_A) \cdot \vec{i} + (y_B - y_A) \cdot \vec{j}$$

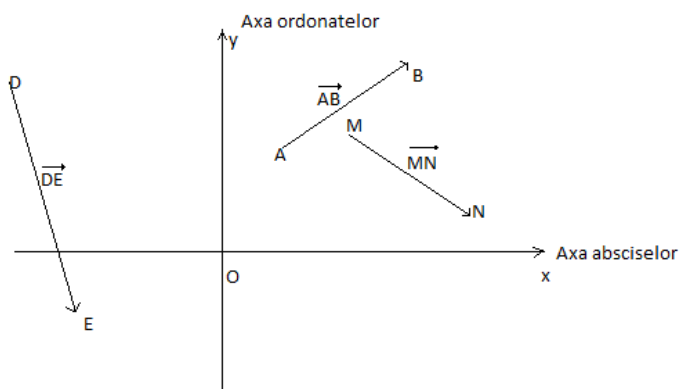
Exemple:

1) Fie $A(2,3)$ și $B(4,2)$. Exprimați vectorial pe \vec{AB} .

$$\vec{AB} = (x_B - x_A) \cdot \vec{i} + (y_B - y_A) \cdot \vec{j}$$

$$\vec{AB} = (4-2) \cdot \vec{i} + (2-3) \cdot \vec{j}$$

$$\vec{AB} = 2 \cdot \vec{i} + (-1) \cdot \vec{j}$$



Cu alte cuvinte vectorul \vec{AB} are coordonatele: 2 și -1. Coordonatele vectorului \vec{AB} se pot exprima și sub forma: $\vec{AB}(2,-1)$.

2) Fie $A(5,-1)$ și $B(2,2)$. Exprimați vectorial pe \vec{AB} .

$$\vec{AB} = (x_B - x_A) \cdot \vec{i} + (y_B - y_A) \cdot \vec{j}$$

$$\vec{AB} = (2-5) \cdot \vec{i} + (2+1) \cdot \vec{j}$$

$$\vec{AB} = -3 \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j}$$

Cu alte cuvinte vectorul \vec{AB} are coordonatele: -3 și 3. Coordonatele vectorului \vec{AB} se pot exprima și sub forma: $\vec{AB}(-3,3)$.

Modulul (lungimea) vectorului \vec{AB} se calculează cu relația: $|\vec{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Exemple:

1) Fie $A(2,3)$ și $B(4,2)$. Calculați lungimea (modulul) lui \vec{AB} .

Aplicăm relația $|\vec{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Realizăm înlocuirile în cadrul relației matematice și vom obține:

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(4-2)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

Concluzia: \vec{AB} are lungimea (modulul) egal cu $\sqrt{5}$.

2) Fie $A(5,-1)$ și $B(2,2)$. Calculați lungimea (modulul) lui \vec{AB} .

Aplicăm relația $|\vec{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Realizăm înlocuirile în cadrul relației matematice și vom obține:

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(2-5)^2 + (2+1)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

Concluzia: \vec{AB} are lungimea (modulul) egal cu $3\sqrt{2}$.

Mijlocul segmentului AB: $x_M = \frac{x_A + x_B}{2}, y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$.

Centrul de greutate al triunghiului ABC: $x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}, y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}$.

Exemple:

1. Fie punctele $A(5; 2)$, $B(-2; 3)$ și $C(-3; -2)$. Notăm cu G centrul de greutate al triunghiului ABC . Să se calculeze lungimea lui $[AG]$.

Soluție:

$$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}$$

$$x_G = \frac{5 + (-2) + (-3)}{3}$$

$$x_G = 0$$

$$y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}$$

$$y_G = \frac{2 + 3 + (-2)}{3}$$

$$y_G = 1$$

Coordonatele lui G sunt următoarele: $G(0; 1)$.

În continuare vom determina lungimea lui $[AG]$:

$$AG = \sqrt{(5-0)^2 + (2-1)^2}$$

$$AG = \sqrt{5^2 + 1^2}$$

$$AG = \sqrt{26}$$

2. În reperul cartezian xOy se consideră următoarele puncte: $A(1; 2)$, $B(-1; 0)$ și $C(2; -3)$. Să se calculeze lungimea lui $[AM]$, unde M este mijlocul lui $[BC]$.

Soluție:

Determinăm coordonatele lui M :

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2}$$

$$x_M = \frac{-1 + 2}{2}$$

$$x_M = \frac{1}{2}$$

$$y_M = \frac{y_B + y_C}{2}$$

$$y_M = \frac{0 + (-3)}{2}$$

$$y_M = -\frac{3}{2}$$

Determinăm lungimea lui $[AM]$: $AM = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Există două cazuri particulare în care se pot afla doi vectori unul față de celălalt:

- vectori coliniari (paraleli);
- vectori perpendiculari (ortogonali);

Considerăm $\vec{AB} = \vec{u}(x_1, y_1)$ și $\vec{CD} = \vec{v}(x_2, y_2)$.

a) $\vec{u}(x_1, y_1)$ este coliniar (paralel) cu $\vec{v}(x_2, y_2)$ dacă este verificată egalitatea:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$$

b) $\vec{u}(x_1, y_1)$ este perpendicular (ortogonal) pe $\vec{v}(x_2, y_2)$ dacă este verificată egalitatea:

$$x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 = 0$$

Exemple:

1) Fie următorii vectori $\vec{u}(4,6)$ și $\vec{v}(8,12)$. Verificați dacă $\vec{u}(4,6)$ și $\vec{v}(8,12)$ sunt paraleli.

Soluție: Verificăm egalitatea $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} \Leftrightarrow \frac{4}{8} = \frac{6}{12} \Leftrightarrow 48 = 48$ (adevărat) .

Rezultă că vectorii $\vec{u}(4,6)$ și $\vec{v}(8,12)$ sunt paraleli.

2) Fie vectorii $\vec{u}(3,3)$ și $\vec{v}(-3,3)$. Verificați dacă vectorii $\vec{u}(3,3)$ și $\vec{v}(-3,3)$ sunt ortogonali (perpendiculari).

Soluție: Verificăm egalitatea $x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 = 0 \Leftrightarrow 3 \cdot (-3) + 3 \cdot 3 = 0 \Leftrightarrow -9 + 9 = 0$ (adevărat) .

Rezultă că vectorii $\vec{u}(3,3)$ și $\vec{v}(-3,3)$ sunt ortogonali (perpendiculari).

4. TRIGONOMETRIE

Considerăm în plan un sistem de coordonate, determinat de reperul O, A, B . Cercul C , de centru O și rază l conține punctele:

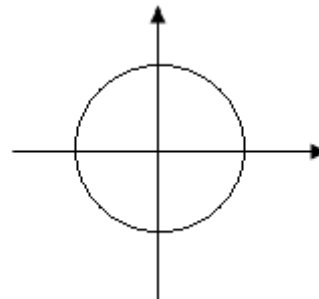
$A(l, 0); B(0, l); A'(-l, 0); B'(0, -l)$.

Lungimea acestui cerc este 2π (măsurat în radiani, o altă unitate de măsură pentru unghiuri).

Unghiul care subîntinde un arc de cerc egal cu raza se numește radian.

Un cerc întreg are 2π radiani $\Rightarrow 360^\circ = 2\pi$.

$$\pi = 180^\circ, \frac{\pi}{2} = 90^\circ, \frac{\pi}{3} = 60^\circ, \frac{\pi}{6} = 30^\circ.$$



Reperul O, A, B determină cadranele I, II, III, IV respectiv $(0, \frac{\pi}{2}), (\frac{\pi}{2}, \pi), (\pi, \frac{3\pi}{2}), (\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$.

Definiție: Cercul C de centru O , de rază l pe care s-a fixat un sens pozitiv (invers acelor de ceasornic) se numește **cerc trigonometric**.

Formula fundamentală a trigonometriei

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Formule utile

$$\sin(\pi - x) = \sin x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cos(\pi - x) = -\cos x$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$$\operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

Exemple:

$$1) \sin \frac{6\pi}{7} = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{7}\right) = \sin \frac{\pi}{7}$$

$$2) \cos \frac{10\pi}{11} = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{11}\right) = -\cos \frac{\pi}{11}$$

$$3) \cos \frac{11\pi}{26} = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{11\pi}{26}\right) = \sin \frac{\pi}{13}$$

$$4) \sin \frac{3\pi}{4} = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

5) Să se determine $\cos x$, știind că $\sin x = \frac{3}{4}$, unde $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$.

Soluție: Utilizăm formula fundamentală a trigonometriei: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{7}{16}$. Cum $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, atunci $\cos x = -\frac{\sqrt{7}}{4}$.

6) Să se calculeze $\sin^2 75^\circ + \cos^2 105^\circ$.

Soluție: $\cos 105^\circ = \cos(180^\circ - 75^\circ) = -\cos 75^\circ$

Înlocuim în formula fundamentală a trigonometriei și obținem: $\sin^2 75^\circ + \cos^2 75^\circ = 1$.

7) Să se determine $\sin 170^\circ - \sin 10^\circ$.

Soluție: $\sin 170^\circ = \sin(180^\circ - 10^\circ) = \sin 10^\circ \Rightarrow \sin 170^\circ - \sin 10^\circ = 0$.

Ecuatii trigonometrice fundamentale

1. Ecuația $\sin x = a$, unde $x \in \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R}$

Discuție după parametrul a :

a) Dacă $-1 < a < 1$, atunci mulțimea soluțiilor S este dată sub forma următoare:

$$S = \{x | x = (-1)^k \arcsin a + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$$

sau

$$S = \{\arcsin a + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\pi - \arcsin a + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$$

b) Dacă $|a| > 1$, atunci mulțimea soluțiilor S este dată sub forma următoare: $S = \emptyset$

c) Dacă $a = -1$, atunci mulțimea soluțiilor S este: $S = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

d) Dacă $a = 0$, atunci mulțimea soluțiilor S este: $S = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

e) Dacă $a = 1$, atunci: $S = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Exemplu:

Rezolvați următoarea ecuație trigonometrică $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Soluție: Cu alte cuvinte ne aflăm în cazul $a = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, adică $-1 < a < 1$.

Mulțimea soluțiilor S pentru ecuația de mai sus este următoarea:

$$S = \{x | x = (-1)^k \arcsin a + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$$

$$S = (-1)^k \arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$S = (-1)^k \left(-\frac{\pi}{3}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

2. Ecuația $\cos x = a$, unde $x \in \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R}$

Discuție după parametrul a :

a) Dacă $-1 < a < 1$, atunci $S = \{x | x = \pm \arccos a + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

sau

$$S = \{\arccos a + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\} \cup \{-\arccos a + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$$

b) Dacă $|a| > 1$, atunci $S = \emptyset$

c) Dacă $a = -1$, atunci $S = \pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

d) Dacă $a = 0$, atunci $S = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

e) Dacă $a = 1$, atunci $S = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Exemplu:

Rezolvați următoarea ecuație trigonometrică $\cos x = \frac{2}{3}$.

Soluție: Observăm că $a = \frac{2}{3}$, prin urmare ne aflăm în cazul în care $-1 < a < 1$.

Mulțimea soluțiilor ecuației date are forma următoare:

$$S = \left\{ x \mid x = \pm \arccos \frac{2}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$S = \left\{ \arccos \frac{2}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ -\arccos \frac{2}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

3. Ecuația $\operatorname{tg} x = a$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$, $a \in \mathbb{R}$.

Discuție după parametrul a :

a) Dacă $a \in \mathbb{R}$, atunci mulțimea soluțiilor S are forma următoare:

$$S = \{x \mid x = \arctg a + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$$

sau

$$S = \arctg a + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

b) Dacă $a = -1$, atunci $S = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

c) Dacă $a = 0$, atunci $S = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

d) Dacă $a = 1$, atunci $S = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Exemplu:

Rezolvați următoarea ecuație trigonometrică $\operatorname{tg} x = -5$.

Soluție: Constatăm faptul că $a = -5$, adică vom aplica cazul $a \in \mathbb{R}$. Prin urmare mulțimea soluțiilor a acestei ecuații trigonometrice are forma:

$$S = \arctg(-5) + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$S = -\arctg 5 + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

4. Ecuația $\operatorname{ctg} x = a$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$, $a \in \mathbb{R}$.

Discuție după parametrul a :

a) Dacă $a \in \mathbb{R}$, atunci mulțimea soluțiilor S are forma următoare:

$$S = \{x \mid x = \operatorname{arctctg} a + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$$

sau

$$S = \operatorname{arctctg} a + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

b) Dacă $a = -1$, atunci $S = \frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

c) Dacă $a = 0$, atunci $S = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

d) Dacă $a = 1$, atunci $S = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Exemplu:

Rezolvați ecuația trigonometrică $\operatorname{ctg} x = -\sqrt{3}$.

Soluție: Observăm că $a = -\sqrt{3}$, adică $a \in \mathbb{R}$. Prin urmare mulțimea soluțiilor pentru ecuația

trigonometrică de mai sus are forma următoare: $S = \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Rezolvarea triunghiului dreptunghic

A rezolva un triunghi dreptunghic înseamnă a determina măsurile unghiurilor și lungimile laturilor sale, când se cunosc:

- lungimile a două laturi oarecare;
- măsura unui unghi ascuțit și lungimea uneia dintre laturi.

Exemplu: În triunghiul ABC , dreptunghic în A , se cunoaște faptul că $\sin B = \frac{4}{5}$, iar lungimea ipotenuzei

este egală cu 15 cm.

Să se determine: a) AB ; b) AC ; c) $\operatorname{ctg} C$; d) $\cos B$.

Soluție:

a) $\triangle ABC$: $m(\angle A) = 90^\circ \Rightarrow \sin B = \frac{AC}{BC}$, $AC = 12$ cm

b) $\triangle ABC$: $m(\sphericalangle A) = 90^\circ \xrightarrow{T. Pitagora} BC^2 = AB^2 + AC^2, AB = 9 \text{ cm}$

c) $\triangle ABC$: $m(\sphericalangle A) = 90^\circ \Rightarrow \operatorname{ctg} C = \frac{4}{3}$

d) $\triangle ABC$: $m(\sphericalangle A) = 90^\circ \Rightarrow \cos B = \frac{3}{5}$.

Determinarea ariei unui triunghi utilizând funcția sinus

În continuare vom considera $\triangle ABC$ și realizăm următoarele notații:

$$AB = c, BC = a, AC = b$$

$$A_{\triangle ABC} = \frac{b \cdot c \cdot \sin A}{2} \text{ (relația (1))}$$

$$A_{\triangle ABC} = \frac{c \cdot a \cdot \sin B}{2} \text{ (relația (2))}$$

$$A_{\triangle ABC} = \frac{b \cdot a \cdot \sin C}{2} \text{ (relația (3))}$$

Exemplu: Calculați aria triunghiului ABC știind că $AC = 9\sqrt{3}$, $BC = 4$ și $m(\sphericalangle C) = 120^\circ$.

Soluție: $A_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot BC \cdot \sin C}{2} = \frac{9\sqrt{3} \cdot 4 \cdot \sin(180^\circ - 60^\circ)}{2} = 27$.

APLICAȚII ALE TRIGONOMETRIEI ÎN GEOMETRIA PLANĂ

Teorema sinusurilor

În orice triunghi ABC are loc relația:

$$(1) \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R, \text{ cu } R = \text{raza cercului circumscris } \triangle ABC.$$

De aici:

$$a = 2R \sin A; b = 2R \sin B; c = 2R \sin C.$$

Exemplu: Să se determine lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC , știind că $AC = 12$ și $m(\sphericalangle B) = 30^\circ$.

Soluție: Din teorema sinusurilor obținem: $\frac{b}{\sin B} = 2R, R = 12$.

Teorema cosinusului

În orice triunghi ABC au loc relațiile:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Din aceste formule deducem ușor:

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc};$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac};$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}.$$

Exemple:

1. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 4, AC = 5, BC = 6$. Să se determine $\cos B$.

Soluție: Din teorema cosinusului: $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B \Rightarrow 25 = 16 + 36 - 48 \cdot \cos B$
 $\cos B = \frac{9}{16}$.

2. Triunghiul MNP are $MN = 6, MP = 3$ și $NP = 5$. Calculați $\cos M$.

Soluție: În triunghiul MNP aplicăm: $NP^2 = MN^2 + MP^2 - 2MN \cdot MP \cdot \cos M, \cos M = \frac{5}{9}$.

TEST 1

- Produsul dintre partea fracționară a numărului $-3,1$ și modulul său este:
a) $-2,79$; b) $-27,9$; c) $-12,4$; d) $-0,31$; e) $9,3$; f) $2,79$.
- Se consideră expresia: $E(x) = (2x - 7)^2 + |2 - x|$. Valoarea expresiei pentru $x = 3$ este egală cu:
a) 1 ; b) 2 ; c) 3 ; d) -3 .
- Mulțimea soluțiilor inecuației: $3x - 6 \leq 0$, este intervalul:
a) $(-\infty, 2)$; b) $(-\infty, 2]$; c) $[2, +\infty)$; d) $(2, +\infty)$.
- Valoarea de adevăr a propoziției $p: (1+\sqrt{5})(1-\sqrt{5}) \in \mathbb{N}$ este . . .
- Calculați: $[2,04 - 2,4] + \left[-\frac{5}{3}\right] - 2$.
- Comparați numerele $a = |\sqrt{5} + \sqrt{3}| + |\sqrt{5} - \sqrt{3}|$ și $b = |\sqrt{5} + \sqrt{3}| - |\sqrt{3} - \sqrt{5}|$.
- Arătați că dacă $n \in \mathbb{N}$, atunci $\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$ este natural.
- Se consideră predicatelor $p_1(x): x+1 > 0, x \in \mathbb{R}$ și $p_2(x): x-2 \leq 0, x \in \mathbb{R}$.
Să se determine valorile lui x pentru care:
(1) $p_1(x)$ este adevărată; (2) $p_2(x)$ este adevărată; (3) $p_1(x) \vee p_2(x)$ este adevărată; (4) $p_1(x) \wedge p_2(x)$ este adevărată.

TEST 2

- Dacă $A = \{x, y, z\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$ și $f(x) = 1, f(y) = 2, f(z) = 1$, atunci $f: A \rightarrow B$:
a) nu poate fi funcție; b) este funcție; c) este funcție pară.
- Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (m-1)x^2 + (m^2-1)x + 2$, unde $m = 1$. Funcția f are graficul:
a) o parabolă cu ramurile în sus; b) o dreaptă paralelă cu Oy ; c) o dreaptă ce trece prin origine; d) o parabolă cu ramurile în jos; e) o dreaptă paralelă cu Ox .
- Fie $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = x - 3$. Atunci $G_g \cap OY = (a)A(3,0); (b)A(0,-3); (c)A(3,0) \text{ și } B(-3,0); (d)A(0,-3) \text{ și } B(0,3); (e)\emptyset$.
- Fie $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = x^2 - 6x + 8$. Vârful parabolei graficului G_h are coordonatele . . .
- Determinați funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = mx - 3$, știind că graficul său trece prin punctul $A(-2,5)$.
- Rezolvați inecuația: $\frac{x-2}{-x+3} < 0$.
- Găsiți termenii a și b ai progresiei aritmetice: $-5, a, 7, b$.
- Dacă x_1 și x_2 sunt rădăcinile ecuației $x^2 + 5x - 2 = 0$, fără să rezolvați ecuația, calculați:
a) $x_1 + x_2$; b) $x_1 \cdot x_2$; c) $\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2}$.

TEST 3

- Completați spațiile punctate:
a) O mărime vectorială este determinată de
b) Versorul axei Oy se notează cu
c) Doi vectori liberi sunt coliniari dacă
- Fie punctele $A(3,0)$ și $B(-2,4)$. Determinați:
a) coordonatele vectorului \overline{AB} ;
b) modulul vectorului \overline{AB} ;
c) vectorul de poziție al mijlocului segmentului AB .

TEST 4

- $\sin^2(\pi - x) + \cos^2(\pi - x) = \dots$
(a) 1 ; (b) $[\sin(\pi - x) + \cos(\pi - x)]^2$; (c) $[\sin(\pi - x) - \cos(\pi - x)]^2$; (d) $\sin(\pi - x) - \cos(\pi - x)$; (e) 0 .
- Sinusul este negativ pentru unghiurile din cadranele:
(a) I și II; (b) IV și II; (c) IV și I; (d) IV și III; (e) II și III.

3. $\cos 135^0 = \dots$

4. $\sin 150^0 =$

(a) 1; (b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; (c) $\frac{1}{2}$; (d) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; (e) $-\frac{1}{2}$.

6. Calculați lungimea laturii AB a triunghiului ABC , știind că $m(B) = 30^0$, $m(C) = 45^0$ și $AB = 8$.

7. Laturile triunghiului ABC sunt $a = 1$, $b = \frac{3}{2}$, $c = 2$. Calculați $\cos B$.

8. Calculați lungimea ipotenuzei BC a triunghiului ABC , dreptunghic în A , dacă $AB = 6$ și $m(\hat{B}) = 30^0$.

TEST 5

1) Fie punctul $M(2,5)$.

- a) Reprezentați punctual M în sistemul de axe xOy ;
- b) Scrieți vectorul de poziție pentru punctul M ;
- c) Calculați modulul vectorului de poziție de la b).

2. Fie punctul $M(-5,-2)$.

- a) Reprezentați punctual M în sistemul de axe xOy ;
- b) Scrieți vectorul de poziție pentru punctul M ;
- c) Calculați modulul vectorului de poziție de la b).

3. Fie punctul $A\left(\frac{3}{2}, 4\right)$.

- a) Reprezentați punctual A în sistemul de axe xOy ;
- b) Scrieți vectorul de poziție pentru punctul A ;
- c) Calculați modulul vectorului de poziție de la b).

4. Fie punctul $B\left(-\frac{5}{2}, \frac{7}{2}\right)$.

- a) Reprezentați punctual B în sistemul de axe xOy ;
- b) Scrieți vectorul de poziție pentru punctul B ;
- c) Calculați modulul vectorului de poziție de la b).

**CLASA A X-A
ALGEBRĂ – LOGARITMI**

Def: $\log_a N$ - La ce putere trebuie ridicat a pentru a obține N ?

Ex: $\log_2 4 =$ $\log_3 27 =$ $\log_a a =$ $\log_a 1 =$ $\log_a a^x =$
 $\log_a N = x \Leftrightarrow a^x = N$

Condiții de existență pentru logaritmi:

• $\log_a N$ există dacă $\begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \\ N > 0 \end{cases}$

Proprietățile logaritmilor:

1) $\log_a A \cdot B = \log_a A + \log_a B$

2) $\log_a \frac{A}{B} = \log_a A - \log_a B \Rightarrow \log_a \frac{1}{B} = -\log_a B$

3) $\log_a A^m = m \log_a A \Rightarrow \log_a \sqrt[n]{A} = \frac{1}{n} \log_a A$

4) Formula de schimbare a bazei logaritmului $\log_a A = \frac{\log_b A}{\log_b a} \Rightarrow \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$.

Monotonia funcției exponențiale: $a^x > a^y \Leftrightarrow \begin{cases} x > y & \text{daca } a > 1 \\ x < y & \text{daca } a \in (0,1) \end{cases}$

Monotonia funcției logaritmice: $\log_a x > \log_a y \Leftrightarrow \begin{cases} x > y & \text{daca } a > 1 \\ x < y & \text{daca } a \in (0,1) \end{cases}$

NUMERE COMPLEXE

Forma algebrică a numărului complex z este $z = x + iy$, unde $x, y \in \mathbb{R}$, $x = \text{Re}(z)$ se numește **partea reală** a numărului complex z , $y = \text{Im}(z)$ se numește **partea imaginară** a numărului complex z , iar $i^2 = -1$.

Mulțimea numerelor complexe este: $\mathbb{C} = \{z = x + iy \mid x, y \in \mathbb{R}, i^2 = -1\}$

Conjugatul numărului complex $z = x + iy$ este $\bar{z} = x - iy$.

Modulul numărului complex $z = x + iy$ este $|z| = \sqrt{x^2 + y^2} \in \mathbb{R}$.

Puterile lui i : $i^1 = i, i^2 = -1, i^3 = -i, i^4 = 1$, în general:

$$i^n = \begin{cases} i, & \text{dacă } n = 4k + 1 \\ -1, & \text{dacă } n = 4k + 2 \\ -i, & \text{dacă } n = 4k + 3 \\ 1, & \text{dacă } n = 4k \end{cases}, \text{ unde } n, k \in \mathbb{N}.$$

ELEMENTE DE COMBINATORICĂ

1) $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$, $n \in \mathbb{N}^*$; Convenție: $0! = 1$;

2) **Permutări:** $P_n = n!$

Se numește **permutare** a mulțimii A nevidă, orice mulțime ordonată care se formează cu elementele sale.

3) **Aranjamente:** $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$; $n, k \in \mathbb{N}$; $n \geq k, n \neq 0$

Se numesc **aranjamente de n elemente luate câte k** ale mulțimii A nevide, submulțimile ordonate cu k elemente ale mulțimii A .

Proprietăți:

- $A_n^0 = 1$; $A_n^n = n!$;
- $A_n^{k+1} = (n-k) \cdot A_n^k$;
- $A_n^k = n \cdot A_{n-1}^{k-1}$; $A_n^k = A_{n-1}^k + k \cdot A_{n-1}^{k-1}$;

4) **Combinări:** $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$; $n, k \in \mathbb{N}$; $n \geq k$

Se numesc **combinări de n elemente luate câte k** ale mulțimii A nevide, submulțimile cu k elemente ale mulțimii A .

Proprietăți:

- $C_n^0 = C_n^n = 1$;
- $C_n^k = C_n^{n-k}$; (formula combinărilor complementare)
- $C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}$; (formula de descompunere a combinărilor)
- $C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = 2^n$ (numărul tuturor submulțimilor unei mulțimi cu n elemente este 2^n).
- $C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + \dots = C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + \dots = 2^{n-1}$
- **Probabilități** $P = \frac{\text{nr cazuri favorabile}}{\text{nr cazuri posibile}}$; $P \in [0,1]$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \text{-matricea sistemului, } \bar{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & b_m \end{pmatrix} \text{-matricea extinsă}$$

$$B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{pmatrix} \text{matricea coloană a termenilor liberi, } X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} \text{matricea necunoscutelor.}$$

AX=B -forma matriceală a sistemului

Definiție:

- Un sistem se numește incompatibil dacă nu are soluție;
- Un sistem se numește compatibil dacă are cel puțin o soluție;
- Un sistem se numește compatibil determinat dacă are o singură soluție;
- Un sistem se numește compatibil nedeterminat dacă are mai mult de o soluție.

Rezolvarea sistemelor prin metoda lui Cramer:

Un sistem de ecuații liniare este de tip Cramer dacă numărul de ecuații este egal cu numărul de necunoscute și determinantul matricei sistemului este nenul.

Teorema lui Cramer: Dacă $\det A$ notat $\Delta \neq 0$, atunci sistemul $AX=B$ are o soluție unică $x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}$

,unde Δ_i se obține înlocuind coloana în Δ coloana i cu coloana termenilor liberi.

ANALIZĂ MATEMATICĂ LIMITE DE FUNCȚII

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} a_n x^n$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{a_k x^k + a_{k-1} x^{k-1} + \dots + a_1 x + a_0}{b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_1 x + b_0} = \begin{cases} \frac{a_k}{b_m}, k = m \\ 0, m > k \\ \frac{a_k}{b_m} \cdot (\pm\infty)^{k-m}, k < m \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0 \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0 \quad \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \frac{1}{x} = -\infty \quad \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{1}{x} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} = \infty \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[3]{x} = \infty \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[3]{x} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} a^x = \begin{cases} \infty, \text{daca } a > 1 \\ 0, \text{daca } a \in (0,1) \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = \begin{cases} 0, \text{daca } a > 1 \\ \infty, \text{daca } a \in (0,1) \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \log_a x = \begin{cases} \infty, \text{daca } a > 1 \\ -\infty, \text{daca } a \in (0,1) \end{cases} \quad \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \log_a x = \begin{cases} -\infty, \text{daca } a > 1 \\ \infty, \text{daca } a \in (0,1) \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \operatorname{arctg} x = -\frac{\pi}{2} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \operatorname{arcctg} x = 0 \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \operatorname{arcctg} x = \pi$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a, \quad a > 0, a \neq 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin u(x)}{u(x)} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} u(x)}{u(x)} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin u(x)}{u(x)} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} u(x)}{u(x)} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+u(x))}{u(x)} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^{u(x)} - 1}{u(x)} = \ln a, \quad a > 0, a \neq 1 \text{ unde } \lim_{x \rightarrow x_0} u(x) = 0$$

Operații fără sens: $\frac{\infty}{\infty}, \frac{0}{0}, \infty - \infty, 0 \cdot \infty, 1^\infty, 0^0, \infty^0$

FUNCȚII CONTINUE. ASIMPTOTE

Teoremă: Fie $f : D \rightarrow R$ și $x_0 \in D$ punct de acumulare pentru $D \Rightarrow f$ continuă în $x_0 \Leftrightarrow l_s(x_0) = l_d(x_0) = f(x_0)$

1. Asimptote verticale

Definiție: Fie $f : E \rightarrow R, a \in R$ punct de acumulare pentru E . Se spune că dreapta $x = a$ este asimptotă verticală la stanga pentru f , dacă $\lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x < a}} f(x) = \infty$ sau $\lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x < a}} f(x) = -\infty$.

2. Asimptote oblice

Teorema : Fie $f : E \rightarrow R$, unde E conține un interval de forma (a, ∞)

Dreapta $y = mx + n, m \neq 0$ este asimptotă oblică spre $+\infty$ la graficul lui f dacă și numai dacă m, n sunt numere reale finite, unde $m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}, n = \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - mx]$. Analog la $-\infty$.

3. Asimptote orizontale

Dacă $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = l, l$ număr finit atunci $y = l$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul lui f .

Analog la $-\infty$

Obs : O funcție nu poate admite atât asimptotă orizontală cât și oblică spre $+\infty (-\infty)$

DERIVABILITATE

Definiție: Fie $f : D \rightarrow R, x_0 \in D$ punct de acumulare pentru D . Derivata într-un punct: $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.

f este derivabilă în x_0 dacă limita precedentă există și este finită.

• Dacă f este derivabilă în x_0 , graficul funcției are în punctul $M_0(x_0, f(x_0))$ tangentă a cărei pantă este $f'(x_0)$. Ecuația tangentei este: $y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$.

Teoremă: Fie $f : D \rightarrow R, x_0 \in D$ punct de acumulare pentru $D \Rightarrow f$ este derivabilă în punctul de acumulare $x_0 \Leftrightarrow f'_s(x_0) = f'_d(x_0) \in R$ (finite) $\Leftrightarrow \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x(x_0)}} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x(x_0)}} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \in R$.

Teoremă . Orice funcție derivabilă într-un punct este continuă în acel punct.

Puncte de întoarcere. Puncte unghiulare.

Definiții: Fie $f : D \rightarrow R, x_0 \in D$ punct de acumulare pentru D . Punctul x_0 se numește punct de întoarcere al funcției f , dacă f este continuă în x_0 și are derivate laterale infinite și diferite în acest punct. Punctul x_0 se numește punct unghiular al funcției f dacă f este continuă în x_0 , are derivate laterale diferite în x_0 și cel puțin o derivată laterală este finită.

Derivatele funcțiilor elementare

Funcția	Derivata
c	0
x	1
$x^n, n \in \mathbf{N}^*$	nx^{n-1}
$x^r, r \in \mathbf{R}$	rx^{r-1}
\sqrt{x}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$\sqrt[n]{x}$	$\frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x
$a^x (a > 0, a \neq 1)$	$a^x \ln a$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\operatorname{ctg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\operatorname{arctg} x$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\operatorname{arcctg} x$	$-\frac{1}{1+x^2}$

Reguli de derivare

$$(f \pm g)' = f' \pm g'; (f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'; (\lambda \cdot f)' = \lambda \cdot f'; \left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$$

$$(f \circ u)' = f'(u) \cdot u'$$

Proprietățile funcțiilor derivabile

Definiție: Fie $f: D \rightarrow \mathbf{R}$. Un punct $x_0 \in D$ se numește punct de maxim local (respectiv de minim local) al lui f dacă există o vecinătate U a punctului x_0 astfel încât $f(x) \leq f(x_0)$ (respectiv $f(x) \geq f(x_0)$) pentru orice $x \in D \cap U$.

Dacă $f(x) \leq f(x_0)$ (respectiv $f(x) \geq f(x_0)$) pentru orice $x \in D$ atunci x_0 se numește punct de maxim absolut (respectiv minim absolut).

Teoremă . (Fermat) Fie I un interval deschis și $x_0 \in I$ un punct de extrem al unei funcții $f: I \rightarrow \mathbf{R}$. Dacă f este derivabilă în punctul x_0 atunci $f'(x_0) = 0$.

Definiție: O funcție $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ ($a < b$) se numește funcție Rolle dacă este continuă pe intervalul compact $[a, b]$ și derivabilă pe intervalul deschis (a, b) .

Teorema lui Rolle

Fie $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, $a < b$ o funcție Rolle astfel încât $f(a) = f(b)$, atunci există cel puțin un punct $c \in (a, b)$ astfel încât $f'(c) = 0$.

Teorema(teorema lui J. Lagrange). Fie f o funcție Rolle pe un interval compact $[a, b]$. Atunci $\exists c \in (a, b)$ astfel încât $f(b) - f(a) = (b - a)f'(c)$

Consecințe:

1. Dacă o funcție derivabilă are derivata nulă pe un interval atunci ea este constantă pe acel interval.
2. Dacă două funcții derivabile au derivatele egale pe un interval atunci ele diferă printr-o constantă pe acel interval.

Rolul primei derivate

3. Fie f o funcție derivabilă pe un interval I .

Dacă $f'(x) > 0$ ($f'(x) \geq 0$), $\forall x \in I$, atunci f este strict crescătoare (crescătoare) pe I .

Dacă $f'(x) < 0$ ($f'(x) \leq 0$), $\forall x \in I$, atunci f este strict descrescătoare (descrescătoare) pe I .

4. Fie $f: D \rightarrow \mathbb{R}$, D interval și $x_0 \in D$. Dacă

1) f este continuă în x_0

2) f este derivabilă pe $D - \{x_0\}$

3) există $\lim_{x \rightarrow x_0} f'(x) = l \in \overline{\mathbb{R}}$

atunci f are derivată în x_0 și $f'(x_0) = l$. Dacă $l \in \mathbb{R}$ atunci f este derivabilă în x_0 .

Observație: Cu ajutorul primei derivate se stabilesc intervalele de monotonie ale unei funcții derivabile și se determină punctele de extrem local.

Rolul derivatei a doua

Teoremă: Fie f o funcție de două ori derivabilă pe I .

Dacă $f''(x) \geq 0$, $\forall x \in I$, atunci f este convexă pe I .

Dacă $f''(x) \leq 0$, $\forall x \in I$, atunci f este concavă pe I .

Definiție: Fie f o funcție continuă pe I și $x_0 \in I$ punct interior intervalului. Spunem că x_0 este punct de inflexiune al graficului funcției dacă f este convexă pe o vecinătate stânga a lui x_0 și concavă pe o vecinătate dreapta a lui x_0 sau invers.

Observație: Cu ajutorul derivatei a doua se stabilesc intervalele de convexitate și concavitate și se determină punctele de inflexiune

ALGEBRĂ LEGI DE COMPOZIȚIE

Def: o aplicație $\varphi : M \times M \rightarrow M$, $(x, y) \rightarrow \varphi(x, y)$ se numește **lege de compoziție internă** pe mulțimea M .

Notății: 1) notație aditivă $\varphi(x, y) = x + y$ (sumă)

2) notație multiplicativă $\varphi(x, y) = x \cdot y$ (produs)

Parte stabilă

Def: Fie o mulțime $M \neq \emptyset$ și $\varphi : M \times M \rightarrow M$ o lege de compoziție pe M .

O submulțime $S \subseteq M$ se numește **parte stabilă** a lui M în raport cu legea de compoziție φ , dacă $\forall x, y \in M$, $\varphi(x, y) \in M$.

Proprietăți: Fie $M \neq \emptyset$ și $\bullet : M \times M \rightarrow M$ o lege de compoziție pe M .

1) Comutativitatea: $\forall x, y \in M$, $x \bullet y = y \bullet x$

Exemplu: $\varphi : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $\varphi(x, y) = 2xy + x + y + 3 = 2yx + y + x + 3 = \varphi(y, x)$.

2) Asociativitatea: $\forall x, y, z \in M$, $(x \bullet y) \bullet z = x \bullet (y \bullet z)$

Contraexemplu: scăderea pe \mathbb{Z} este lege de compoziție neasociativă, deoarece $(3-7)-9 \neq 3-(7-9)$.

3) Elementul neutru: $\exists e \in M$ a. î. $\forall x \in M$, $e \bullet x = x \bullet e = x$

4) Elementele simetrizabile:

Elementul $x \in M$ se numește simetrizabil în raport cu legea "•" dacă $\exists x' \in M$ a. î. $x \bullet x' = x' \bullet x = e$.

Def: Perechea (M, \bullet) se numește **monoid** dacă legea de compoziție \bullet este asociativă și admite element neutru.

GRUPURI

Def: Fie G o mulțime nevidă și $\bullet : G \times G \rightarrow G$ o lege de compoziție pe G . Perechea (G, \bullet) se numește **grup** dacă legea de compoziție:

1) este asociativă: $(x \bullet y) \bullet z = x \bullet (y \bullet z)$, $\forall x, y, z \in M$

2) admite element neutru: $\exists e \in M$, a. î. $e \bullet x = x \bullet e = x$, $\forall x \in M$

3) admite câte un element simetrizabil pentru oricare element al mulțimii G :

$$\forall x \in M, \exists x' \in M \text{ a. î. } x \bullet x' = x' \bullet x = e$$

Dacă legea de compoziție este și comutativă: $x \bullet y = y \bullet x$, $\forall x, y \in M$,
atunci grupul se numește **comutativ** sau **abelian**.

Exercițiu rezolvat: Să se arate că mulțimea matricelor reale de forma $\begin{pmatrix} a & 0 \\ b & c \end{pmatrix}$, $ac \neq 0$ determină un grup

multiplicativ față de înmulțirea matricelor.

Rezolvare: Cum $\begin{pmatrix} a & 0 \\ b & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a' & 0 \\ b' & c' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} aa' & 0 \\ a'b + b'c & cc' \end{pmatrix}$, operația este peste tot definită. În general ea nu este

comutativă, deoarece $a'b + b'c \neq ab' + bc'$. Operația este asociativă (înmulțirea matricelor). Notând elementul neutru cu $\begin{pmatrix} x & 0 \\ y & z \end{pmatrix}$, trebuie să avem $\begin{pmatrix} a & 0 \\ b & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & 0 \\ y & z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & c \end{pmatrix}$, de unde acesta este $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Elementul simetric

al matricei $\begin{pmatrix} a & 0 \\ b & c \end{pmatrix}$ este $\begin{pmatrix} \frac{1}{a} & 0 \\ -\frac{b}{ac} & \frac{1}{c} \end{pmatrix}$.

MORFISME DE GRUPURI

Fie (G_1, \bullet) și (G_2, \circ) două grupuri.

Def. 1: Funcția $f : G_1 \rightarrow G_2$ se numește **morfism de grupuri** dacă

$$f(x \bullet y) = f(x) \circ f(y), \forall x, y \in G_1.$$

Def. 2: Funcția $f: G_1 \rightarrow G_2$ se numește **izomorfism de grupuri** dacă f este morfism de grupuri și este funcție bijectivă.

Def. 3: Grupurile (G_1, \bullet) și (G_2, \circ) se numesc **grupuri izomorfe** și se scrie $G_1 \cong G_2$ dacă între ele există cel puțin un izomorfism de grupuri.

Exemplu: $f: (\mathbb{R}, +) \rightarrow (\mathbb{R}_+^*, \cdot)$, $f(x) = a^x$, cu a număr real, pozitiv și $a \neq 1$ este morfism de grupuri. În particular $f(x) = e^x$.

Justificare: $\forall x, y \in \mathbb{R}$, avem: $f(x+y) = a^{x+y} = a^x \cdot a^y = f(x) \cdot f(y)$. Elementele neutre în cele două grupuri sunt 0 și 1, și avem $f(0) = a^0 = 1$. În \mathbb{R} , elementul simetric al lui x este $-x$, iar în \mathbb{R}_+^* , elementul a^x are simetricul a^{-x} .

f este chiar izomorfism de grupuri, deoarece am văzut că este morfism și, în plus, este bijectiv.

Deci $(\mathbb{R}, +) \simeq (\mathbb{R}_+^*, \cdot)$.

INELE

Definiție. Fie A o mulțime nevidă și legile de compoziție $\perp: A \times A \rightarrow A$ și $T: A \times A \rightarrow A$.

Tripletul (A, \perp, T) se numește **inel** dacă se verifică:

A1. Axiomele grupului, deci (A, \perp) -grup comutativ:

- \perp este asociativă;
- \perp este comutativă;
- \perp admite element neutru;
- toate elementele lui A sunt simetrizabile față de \perp .

A2: Axiomele monoidului, deci (A, T) -monoid:

- T este asociativă;
- T admite element neutru.

A3: Axiomele distributivității:

$$x T (y \perp z) = (x T y) \perp (x T z), \forall x, y, z \in A;$$

$$(x \perp y) T z = (x T z) \perp (y T z), \forall x, y, z \in A.$$

Dacă legea de compoziție T este comutativă, atunci (A, \perp, T) se numește **inel comutativ**.

Elementele simetrizabile din monoidul (A, T) se numesc **elementele inversabile ale inelului** sau **unități ale inelului** și se notează cu $U(A)$. Perechea $(U(A), T)$ este grup, numit **grupul unităților** inelului A .

Exemple: $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$, $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$, $(\mathbb{R}, +, \cdot)$, $(\mathbb{C}, +, \cdot)$, sunt inele comutative.

Exercițiu rezolvat 1: Pe mulțimea \mathbb{Z} se definesc legile de compoziție \circ și $*$ prin:

$$x \circ y = x + y - 5$$

$$x * y = xy - 5x - 5y + 30$$

Rezolvare:

A1:

- $\forall x, y, z \in \mathbb{Z}$, $x \circ (y \circ z) = x \circ (y + z - 5) = x + y + z - 5 - 5 = (x + y - 5) + z - 5 = (x \circ y) \circ z$
- $\forall x, y \in \mathbb{Z}$, $x \circ y = x + y - 5 = y + x - 5 = y \circ x$
- $\exists e \in \mathbb{Z}$, a. î. avem $x \circ e = e \circ x = x$, $\forall x \in \mathbb{Z}$.
 $x \circ e = x$, de unde $x + e - 5 = x$, deci $e = 5$ este elementul neutru al legii \circ .
- $\forall x \in \mathbb{Z}$, $\exists x' \in \mathbb{Z}$ a. î. $x \circ x' = x' \circ x = e$
 $x \circ x' = e$ sau $x \circ x' = 5$, adică $x + x' - 5 = 5$, deci $x' = -x + 10$.

A2:

$$- \forall x, y, z \in \mathbb{Z}, x * (y * z) = x * (yz - 5y - 5z + 30) = xyz - 5xy - 5xz + 30x - 5x - 5yz + 25y + 25z - 150 + 30 =$$

$$= xyz - 5xy - 5xz - 5yz + 25x + 25y + 25z - 120. \quad (1)$$

$$(x * y) * z = (xy - 5x - 5y + 30) * z = xyz - 5xz - 5yz + 30z - 5xy + 25x + 25y - 150 - 5z + 30 =$$

$$= xyz - 5xy - 5xz - 5yz + 25x + 25y + 25z - 120. \quad (2)$$

Din (1) și (2) $\Rightarrow x * (y * z) = (x * y) * z$.

- $\exists e \in \mathbb{Z}$ a. î. să avem: $x * e = x * e = x$, $\forall x \in \mathbb{Z}$,

$$xe - 5x - 5e + 30 = x \Rightarrow e(x - 5) = 6x - 30 \Rightarrow e = \frac{6(x - 5)}{x - 5} = 6, \text{ pentru } x \neq 5.$$

Verific și pentru 5: $\mathbf{x * e = 5 * 6 = 30 - 25 - 30 + 30 = 5 = x}$. Deci $\mathbf{e = 6}$ este elementul neutru al legii $*$.

A3:

$$\forall x, y, z \in \mathbf{Z}, \mathbf{x * (y \circ z) = x * (y + z - 5) = xy + xz - 10x - 5y - 5z + 55} \quad (1)$$

$$\mathbf{(x * y) \circ (x * z) = (xy - 5x - 5y + 30) \circ (xz - 5x - 5z + 30) = xy + xz - 10x - 5y - 5z + 55} \quad (2)$$

Din (1) și (2) $\Rightarrow \mathbf{x * (y \circ z) = (x * y) \circ (x * z)}$.

Analog demonstrăm că $\mathbf{(x \circ y) * z = (x * z) \circ (y * z)}$, $\forall x, y, z \in \mathbf{Z}$.

Deci tripletul $\mathbf{(Z, \circ, *)}$ este inel comutativ.

CORPURI

Definiție. Fie A o mulțime nevidă și legile de compoziție $\perp : A \times A \rightarrow A$ și $T : A \times A \rightarrow A$.

Inelul $\mathbf{(A, \perp, T)}$ se numește **corp** dacă orice element al său, cu excepția elementului neutru din (A, \perp) , este inversabil în raport cu legea de compoziție T .

Dacă T este comutativă, corpul se numește **corp comutativ**.

Exercițiu rezolvat 2:

Pe mulțimea \mathbf{R} se definesc legile de compoziție \circ și $*$ prin:

$$\mathbf{x \circ y = x + y - 2}$$

$$\mathbf{x * y = xy - 2x - 2y + 6}$$

Rezolvare: Verificăm axiomele inelului și, în plus, studiem ce elemente sunt inversabile în raport cu legea „ $*$ ”.

A1:

$$- \forall x, y, z \in \mathbf{R}, \mathbf{x \circ (y \circ z) = x \circ (y + z - 2) = x + y + z - 2 - 2 = (x + y - 2) + z - 2 = (x \circ y) \circ z}$$

$$- \forall x, y \in \mathbf{R}, \mathbf{x \circ y = x + y - 2 = y + x - 2 = y \circ x}$$

$$- \exists e \in \mathbf{R}, \text{a. î. avem } \mathbf{x \circ e = e \circ x = x}, \forall x \in \mathbf{R}.$$

$$\mathbf{x \circ e = x}, \text{ de unde } \mathbf{x + e - 2 = x}, \text{ deci } \mathbf{e = 2}.$$

$$- \forall x \in \mathbf{R}, \exists x' \in \mathbf{R}, \text{a. î. } \mathbf{x \circ x' = x' \circ x = e}$$

$$\mathbf{x \circ x' = e \text{ sau } x \circ x' = 2}, \text{ adică } \mathbf{x + x' - 2 = 2}, \text{ de unde } \mathbf{x' = 4 - x}.$$

A2:

$$- \forall x, y, z \in \mathbf{R}, \mathbf{x * (y * z) = x * (yz - 2y - 2z + 6) = xyz - 2xy - 2xz + 6x - 2x - 2yz + 4y + 4z - 12 + 3 = xyz - 2xy - 2xz - 2yz + 4x + 4y + 4z - 9} \quad (1)$$

$$\mathbf{(x * y) * z = (xy - 2x - 2y + 3) * z = xyz - 2xz - 2yz + 6z - 2xy + 4x + 4y - 12 - 2z + 3 = xyz - 2xy - 2xz - 2yz + 4x + 4y + 4z - 9} \quad (2)$$

Din (1) și (2) $\Rightarrow \mathbf{x * (y * z) = (x * y) * z}$.

$$- \forall x, y \in \mathbf{R}, \mathbf{x * y = xy - 2x - 2y + 6 = yx - 2y - 2x + 6 = y * x}$$

$$- \exists e \in \mathbf{R} \text{ a. î. să avem: } \mathbf{x * e' = x * e' = x}, \forall x \in \mathbf{R},$$

$$\mathbf{x * e' = x} \Rightarrow \mathbf{xe' - 2x - 2e' + 6 = x} \Rightarrow \mathbf{e'(x - 2) = 3x - 6} \Rightarrow \mathbf{e' = \frac{3(x - 2)}{x - 2} = 3}, \text{ pentru } \mathbf{x \neq 2}.$$

Probăm și pentru $\mathbf{x = 2}$: $\mathbf{x * e' = 2 * 3 = 6 - 4 - 6 + 6 = 2 = x}$. Deci $\mathbf{e' = 3}$ este elementul neutru al legii $*$.

$$- \forall x \in \mathbf{R}, \exists x' \in \mathbf{R} \text{ a. î. } \mathbf{x * x' = x' * x = 3} \Rightarrow \mathbf{xx' - 2x - 2x' + 6 = 3} \Rightarrow \mathbf{x' = \frac{2x - 3}{x - 2}}, \text{ pentru } \mathbf{x \neq 2}.$$

A3:

$$\forall x, y, z \in \mathbf{R}, \mathbf{x * (y \circ z) = x * (y + z - 2) = xy + xz - 4x - 2y - 2z + 10} \quad (1)$$

$$\mathbf{(x * y) \circ (x * z) = (xy - 2x - 2y + 6) \circ (xz - 2x - 2z + 6) = xy + xz - 4x - 2y - 2z + 10} \quad (2)$$

Din (1) și (2) $\Rightarrow \mathbf{x * (y \circ z) = (x * y) \circ (x * z)}$.

Analog demonstrăm că $\mathbf{(x \circ y) * z = (x * z) \circ (y * z)}$, $\forall x, y, z \in \mathbf{R}$.

Deci tripletul $\mathbf{(R, \circ, *)}$ este corp comutativ.

RESTURI modulo n

Fie $\mathbf{a \in Z}$ și $\mathbf{n \in N^*}$.

Conform teoremei de împărțire cu rest,

există și sunt unice două numere întregi c, r astfel încât $\mathbf{a = n \cdot c + r}$, $\mathbf{0 \leq r < n}$.

$$\begin{array}{r|l} a & n \\ \hline & c \\ \hline r & \end{array}$$

$a = \text{deîmpărțit}; n = \text{împărțitor}; c = \text{cât}; r = \text{rest.}$

Atenție. RESTUL ÎMPĂRȚIRII ESTE MAI MIC DECÂT ÎMPĂRȚITORUL.

Notăție: **Restul împărțirii lui a la n** se mai notează cu $a \bmod n$ și se citește **a modulo n** .

Exp. $7 \bmod 3 = 1$ deoarece $7 = 3 \cdot 2 + 1$ și $1 < 3$; $13 \bmod 5 = 3$ deoarece $13 = 5 \cdot 2 + 3$ și $3 < 5$;

$4 \bmod 8 = 4$ deoarece $4 = 8 \cdot 0 + 4$ și $4 < 8$; $8 \bmod 11 = 8$ deoarece $8 = 11 \cdot 0 + 8$ și $8 < 11$; $2 \bmod 5 = 2$ deoarece $2 = 5 \cdot 0 + 2$ și $2 < 5$;

$1 \bmod 7 = 1$ deoarece $1 = 7 \cdot 0 + 1$ și $1 < 7$; $6 \bmod 9 = 6$ deoarece $6 = 9 \cdot 0 + 6$ și $6 < 9$; $203 \bmod 9 = 5$ deoarece $203 = 9 \cdot 22 + 5$ și $5 < 9$.

OBS. Dacă a și n sunt numere naturale, $n \neq 0$, și $a < n$ atunci restul împărțirii lui a la n este egal cu a .

$-5 \bmod 3 = 1$ deoarece $-5 = 3 \cdot (-2) + 1$; **ATENȚIE !!! restul trebuie întotdeauna să fie pozitiv.**

$-4 \bmod 5 = 1$ deoarece $-4 = 5 \cdot (-1) + 1$; $-17 \bmod 5 = 3$ deoarece $-17 = 4 \cdot (-5) + 3$; $-23 \bmod 5 = 2$ deoarece $-23 = 5 \cdot (-5) + 2$.

CLASE DE RESTURI modulo n

Fie $a \in \mathbb{Z}$ și $n \in \mathbb{N}^*$.

Notăm cu $\hat{0} = \{a \in \mathbb{Z} \mid a \bmod n = 0\}$ = mulțimea numerelor întregi care împărțite la n dau restul 0.

Exp: dacă $n=5$, atunci $\hat{0} = \{\dots, -15; -10; -5; 0; 5; 10; 15, \dots\}$

$\hat{1} = \{a \in \mathbb{Z} \mid a \bmod n = 1\}$ = mulțimea numerelor întregi care împărțite la n dau restul 1.

Exp: dacă $n=5$, atunci $\hat{1} = \{\dots, -14; -9; -4; 1; 6; 11; 16, \dots\}$

$\hat{2} = \{a \in \mathbb{Z} \mid a \bmod n = 2\}$ = mulțimea numerelor întregi care împărțite la n dau restul 2.

Exp: dacă $n=5$, atunci $\hat{2} = \{\dots, -13; -8; -3; 2; 7; 12; 17, \dots\}$ ș.a.m.d.

$\hat{n-1} = \{a \in \mathbb{Z} \mid a \bmod n = n-1\}$ = mulțimea numerelor întregi care împărțite la n dau restul $n-1$.

Mulțimea $Z_n = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \dots, \hat{n-1}\}$ se numește mulțimea claselor de resturi modulo n .

EXP. $Z_2 = \{\hat{0}, \hat{1}\}$; $Z_3 = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}\}$; $Z_4 = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}\}$; $Z_9 = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \dots, \hat{8}\}$ ș.a.m.d.

Pe Z_n definim două legi de compoziție:

$\hat{a} + \hat{b} = \widehat{a + b} = (a + b) \bmod n \Rightarrow$ adunarea claselor de resturi modulo n

$\hat{a} \cdot \hat{b} = \widehat{a \cdot b} = (a \cdot b) \bmod n \rightarrow$ înmulțirea claselor de resturi modulo n .

EXP dacă $n=5$ atunci $\hat{4} + \hat{3} = (4 + 3) \bmod 5 = \hat{2}$; $\hat{3} + \hat{2} = (3 + 2) \bmod 5 = \hat{0}$; $\hat{3} \cdot \hat{2} = (3 \cdot 2) \bmod 5 = \hat{1}$; $\hat{4} \cdot \hat{4} = (4 \cdot 4) \bmod 5 = \hat{1}$.

ATENȚIE. TOTDEAUNA CÂND FACEM CALCULE CU ELEMENTE DIN Z_n REZULTATUL ESTE UN ELEMENT DIN Z_n .

Exp : 1) Să se calculeze $\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} + \dots + \hat{10}$ în Z_{11} , Z_{15} , Z_{50} .

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$1 + 2 + 3 + \dots + 10 = \frac{10(10+1)}{2} = \frac{10 \cdot 11}{2} = 5 \cdot 11$, atunci $\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} + \dots + \hat{10} = \widehat{(5 \cdot 11)} \bmod 11 = \widehat{55} \bmod 11 = \hat{0}$ în Z_{11}

$\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} + \dots + \hat{10} = \widehat{(5 \cdot 11)} \bmod 15 = \widehat{55} \bmod 15 = \hat{10}$ în Z_{15} ; $\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} + \dots + \hat{10} = \widehat{(5 \cdot 11)} \bmod 50 = \widehat{55} \bmod 50 = \hat{5}$ în Z_{50}

2) Să se calculeze suma $\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} + \dots + \widehat{2014}$ în Z_{2015} .

$$\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} + \dots + \widehat{2014} = \underbrace{(\widehat{1 + 2014}) + (\widehat{2 + 2013}) + (\widehat{3 + 2012}) + \dots + (\widehat{1007 + 1008})}_{1007 \text{ grupe}} = \underbrace{\hat{0} + \hat{0} + \hat{0} + \dots + \hat{0}}_{\text{de } 1007 \text{ ori}} = \hat{0}$$

Proprietățile adunării claselor de resturi modulo n

Iată un exemplu. $Z_6 = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}, \hat{5}\}$. Pentru că mulțimea este finită vom face tabla operației.

+	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{3}$	$\hat{4}$	$\hat{5}$
$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{3}$	$\hat{4}$	$\hat{5}$
$\hat{1}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{3}$	$\hat{4}$	$\hat{5}$	$\hat{0}$
$\hat{2}$	$\hat{2}$	$\hat{3}$	$\hat{4}$	$\hat{5}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$
$\hat{3}$	$\hat{3}$	$\hat{4}$	$\hat{5}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$
$\hat{4}$	$\hat{4}$	$\hat{5}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{3}$
$\hat{5}$	$\hat{5}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{3}$	$\hat{4}$

- Se observă că dacă compunem două elemente din Z_6 rezultatul este tot un element din Z_6 , ceea ce înseamnă că Z_6 este parte stabilă a lui Z_n în raport cu adunarea modulo n;

- $(\hat{1} + \hat{2}) + \hat{5} = \hat{3} + \hat{5} = \hat{8} = \hat{2}$ iar $\hat{1} + (\hat{2} + \hat{5}) = \hat{1} + \hat{7} = \hat{8} = \hat{2}$ ceea ce ne poate conduce la a arăta că **legea este asociativă de altfel**

$$(\hat{a} + \hat{b}) + \hat{c} = \widehat{(a+b)} + \hat{c} = \widehat{(a+b)+c} = \widehat{a+(b+c)} = \hat{a} + \widehat{(b+c)} = \hat{a} + (\hat{b} + \hat{c}), \hat{a}, \hat{b}, \hat{c} \in Z_n$$

- Tabla legii este simetrică față de diagonala principală deci **legea este**

comutativă, după cum se poate ușor observa că $\widehat{\hat{a} + \hat{b}} = \widehat{\hat{a} + \hat{b}} = \widehat{\hat{b} + \hat{a}} = \widehat{\hat{b} + \hat{a}}$,

$$\forall \hat{a}, \hat{b} \in Z_n.$$

- $\hat{0}$ este **elementul neutru** al legii deoarece lasă toate elementele din Z_n neschimbate ;

$$\hat{a} + \hat{0} = \hat{0} + \hat{a} = \hat{a}, \forall \hat{a} \in Z_n$$

- Dacă **notăm cu $-\hat{a}$ simetricul** (opusul la adunare) **lui a** atunci: $-\hat{0} = \hat{0}$; $-\hat{1} = \hat{5}$; $-\hat{2} = \hat{4}$; $-\hat{3} = \hat{3}$; $-\hat{4} = \hat{2}$; $-\hat{5} = \hat{1}$ (fiecare element compus cu simetricul său trebuie să dea elementul neutru), deci toate au simetric.

$$\hat{a} + (-\hat{a}) = (-\hat{a}) + \hat{a} = \hat{0}, \forall \hat{a} \in Z_n$$

REȚINE: $-\hat{a} = \widehat{n-a}$ Într-adevăr $\hat{a} + \widehat{n-a} = a + n - a = \hat{n} = \hat{0}$ și atunci $-\hat{4} = \widehat{6-4} = \hat{2}$ sau $-\hat{1} = \widehat{6-1} = \hat{5}$ **pentru a găsi simetricul unui element urmărim pe linia sau pe coloana numărului dorit acolo unde apare 0.**

Exemplu: simetricul lui $\hat{2}$ este $\hat{4}$ deoarece pe linia (coloana) lui $\hat{2}$, $\hat{0}$ apare în dreptul lui $\hat{4}$, sau:

simetricul lui $\hat{3}$ este $\hat{3}$ deoarece pe linia (coloana) lui $\hat{3}$, $\hat{0}$ este apare în dreptul lui $\hat{3}$ etc.

Proprietățile înmulțirii claselor de resturi modulo n

.	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{3}$	$\hat{4}$	$\hat{5}$
$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{0}$
$\hat{1}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{3}$	$\hat{4}$	$\hat{5}$
$\hat{2}$	$\hat{0}$	$\hat{2}$	$\hat{4}$	$\hat{0}$	$\hat{2}$	$\hat{4}$
$\hat{3}$	$\hat{0}$	$\hat{3}$	$\hat{0}$	$\hat{3}$	$\hat{0}$	$\hat{3}$
$\hat{4}$	$\hat{0}$	$\hat{4}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$	$\hat{4}$	$\hat{2}$
$\hat{5}$	$\hat{0}$	$\hat{5}$	$\hat{4}$	$\hat{3}$	$\hat{2}$	$\hat{1}$

- Se observă că dacă compunem două elemente din Z_6 rezultatul este tot un element din Z_6 , ceea ce înseamnă că Z_6 este parte stabilă a lui Z_n în raport cu înmulțirea modulo n;

- $(\hat{3} \cdot \hat{4}) \cdot \hat{5} = \hat{12} \cdot \hat{5} = \hat{0} \cdot \hat{5} = \hat{0}$ iar $\hat{3} \cdot (\hat{4} \cdot \hat{5}) = \hat{3} \cdot \hat{20} = \hat{3} \cdot \hat{2} = \hat{6} = \hat{0}$ ceea ce ne poate conduce la a arăta că **legea este asociativă de altfel**

$$(\hat{a} \cdot \hat{b}) \cdot \hat{c} = \widehat{(a \cdot b)} \cdot \hat{c} = \widehat{(a \cdot b) \cdot c} = \widehat{a \cdot (b \cdot c)} = \hat{a} \cdot \widehat{(b \cdot c)} = \hat{a} \cdot (\hat{b} \cdot \hat{c}), \forall \hat{a}, \hat{b}, \hat{c} \in Z_n$$

- Tabla legii este simetrică față de diagonala principală deci **legea este**

comutativă, după cum se poate ușor observa că $\widehat{\hat{a} \cdot \hat{b}} = \widehat{\hat{a} \cdot \hat{b}} = \widehat{\hat{b} \cdot \hat{a}} = \widehat{\hat{b} \cdot \hat{a}}$,

$$\forall \hat{a}, \hat{b} \in Z_n$$

- $\hat{1}$ este **elementul neutru al legii** deoarece lasă toate elementele din Z_n neschimbate: $\hat{a} \cdot \hat{1} = \hat{1} \cdot \hat{a} = \hat{a}$,

$$\forall \hat{a} \in Z_n$$

- Dacă **notăm cu \hat{a}^{-1} simetricul** (inversul la înmulțire) **lui a** atunci: $\hat{0}^{-1} = \text{nu există}$; $\hat{1}^{-1} = \hat{1}$; $\hat{2}^{-1} = \text{nu există}$; $\hat{3}^{-1} = \text{nu există}$; $\hat{4}^{-1} = \text{nu există}$; $\hat{5}^{-1} = \hat{5}$ (fiecare element compus cu simetricul său trebuie să dea elementul neutru), deci **nu toate elementele au simetric**.

- **pentru a găsi simetricul unui element urmărim pe linia sau pe coloana numărului dorit, acolo unde apare 1.**

Exemplu: simetricul lui $\hat{5}$ este $\hat{5}$ deoarece pe linia (coloana) lui $\hat{5}$, $\hat{1}$ apare în dreptul elementului $\hat{5}$, sau simetricul lui $\hat{1}$ este $\hat{1}$ deoarece pe linia (coloana) lui $\hat{1}$, $\hat{1}$ apare în dreptul elementului $\hat{1}$. Celelalte elemente nu conțin pe linii sau pe coloane pe $\hat{1}$ (elementul neutru), deci nu au simetric.

Deci $(Z_n, +, \cdot)$ formează un inel comutativ.

TEMA. Alcătuiți tablele adunării și înmulțirii claselor de resturi modulo n pentru Z_1 ; Z_2 ; Z_3 ; Z_4 ; Z_5 ; Z_7 și determinați pentru fiecare caz în parte simetricele. Ce observați la Z_3 ; Z_5 și Z_7 ?

Proprietate . Un element $\hat{a} \in Z_n$ este inversabil în $Z_n \Leftrightarrow a$ este număr prim cu n adică c.m.m.d.c

$(a, n) = 1$.

$(a, n) = 1$.

Notăm cu $U(Z_n) = \text{mulțimea elementelor inversabile din } Z_n$. **Atunci $U(Z_p) = Z_p^*$, p nr prim.**

Exemple. $U(\mathbb{Z}_5) = \{\hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}\}$; $U(\mathbb{Z}_8) = \{\hat{1}, \hat{3}, \hat{5}, \hat{7}\}$; $U(\mathbb{Z}_{10}) = \{\hat{1}, \hat{3}, \hat{5}, \hat{7}, \hat{9}\}$; $U(\mathbb{Z}_{12}) = \{\hat{1}, \hat{5}, \hat{7}, \hat{11}\}$; $U(\mathbb{Z}_{20}) = \{\hat{1}, \hat{3}, \hat{7}, \hat{9}, \hat{11}, \hat{13}, \hat{17}, \hat{19}\}$.

De reținut:

$(\mathbb{Z}_n, +)$ formează grup comutativ (\mathbb{Z}_n, \cdot) **nu** este grup; (\mathbb{Z}_p^*, \cdot) este grup $\Leftrightarrow p$ este număr prim;
 $(\mathbb{Z}_n, +, \cdot)$ este inel comutativ; $(\mathbb{Z}_p, +, \cdot)$ este corp comutativ $\Leftrightarrow p$ este număr prim.

Exerciții rezolvate.

1. Să se rezolve în \mathbb{Z}_4 ecuația $\hat{3}x + \hat{2} = \hat{0}$

Soluție : $\mathbb{Z}_4 = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}\}$

Metoda 1. Pentru $x = \hat{0}$ avem $\hat{3}x + \hat{2} = \hat{3} \cdot \hat{0} + \hat{2} = \hat{2} \neq \hat{0} \Rightarrow x = \hat{0}$ nu este soluție;

$x = \hat{1}$ avem $\hat{3}x + \hat{2} = \hat{3} \cdot \hat{1} + \hat{2} = \hat{1} \neq \hat{0} \Rightarrow x = \hat{1}$ nu este soluție;

$x = \hat{2}$ avem $\hat{3}x + \hat{2} = \hat{3} \cdot \hat{2} + \hat{2} = \hat{2} + \hat{2} = \hat{0} \Rightarrow x = \hat{2}$ este soluție;

$x = \hat{3}$ avem $\hat{3}x + \hat{2} = \hat{3} \cdot \hat{3} + \hat{2} = \hat{1} + \hat{2} = \hat{3} \neq \hat{0} \Rightarrow x = \hat{3}$ nu este soluție;

Așadar singura soluție este $x = \hat{2} \in \mathbb{Z}_4$.

Atenție!

Nu se fac împărțiri cu clase de resturi („decât dacă știi cum” adică $\mathbf{a:b=a \cdot b^{-1}}$, deci $\hat{a} : \hat{b} = \hat{a} \cdot \hat{b}^{-1}$ dacă și numai dacă \hat{b} este inversabil în \mathbb{Z}_n) și ca atare **ecuațiile se rezolvă prin înlocuiri succesive.**

Metoda 2. $\hat{3}x + \hat{2} = \hat{0} \Rightarrow \hat{3}x = \hat{0} - \hat{2} \Rightarrow \hat{3}x = -\hat{2} \Rightarrow \hat{3}x = \widehat{4-2} \Rightarrow \hat{3}x = \hat{2} \mid \cdot \hat{3}^{-1} = \hat{3}$, deoarece $\hat{3}$ este inversabil în \mathbb{Z}_4 , 3 fiind prim cu 4, $\Rightarrow \hat{3} \cdot \hat{3}x = \hat{2} \cdot \hat{3} \Rightarrow \hat{1}x = \hat{2} \Rightarrow x = \hat{2} \in \mathbb{Z}_4$.

2. Să se calculeze în \mathbb{Z}_5 determinantul $\begin{vmatrix} \hat{2} & \hat{3} \\ \hat{3} & \hat{2} \end{vmatrix} = \hat{2} \cdot \hat{2} - \hat{3} \cdot \hat{3} = \hat{4} - \hat{4} = \hat{0}$.

3. Să se calculeze în \mathbb{Z}_6 determinantul $\begin{vmatrix} \hat{1} & \hat{2} & \hat{3} \\ \hat{3} & \hat{1} & \hat{2} \\ \hat{2} & \hat{3} & \hat{1} \end{vmatrix}$.

$$\begin{vmatrix} \hat{1} & \hat{2} & \hat{3} \\ \hat{3} & \hat{1} & \hat{2} \\ \hat{2} & \hat{3} & \hat{1} \end{vmatrix} \stackrel{c_1+c_2+c_3}{=} \begin{vmatrix} \hat{1} + \hat{2} + \hat{3} & \hat{2} & \hat{3} \\ \hat{3} + \hat{1} + \hat{2} & \hat{1} & \hat{2} \\ \hat{2} + \hat{3} + \hat{1} & \hat{3} & \hat{1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \hat{0} & \hat{2} & \hat{3} \\ \hat{0} & \hat{1} & \hat{2} \\ \hat{0} & \hat{3} & \hat{1} \end{vmatrix} = \hat{0} \text{ sau folosind regula lui Sarrus avem}$$

$$\begin{vmatrix} \hat{1} & \hat{2} & \hat{3} \\ \hat{3} & \hat{1} & \hat{2} \\ \hat{2} & \hat{3} & \hat{1} \end{vmatrix} = \hat{1} \cdot \hat{1} \cdot \hat{1} + \hat{3} \cdot \hat{3} \cdot \hat{3} + \hat{2} \cdot \hat{2} \cdot \hat{2} - (\hat{3} \cdot \hat{1} \cdot \hat{2} + \hat{2} \cdot \hat{3} \cdot \hat{1} + \hat{1} \cdot \hat{2} \cdot \hat{3}) = \hat{1} + \hat{3} + \hat{2} - (\hat{0} + \hat{0} + \hat{0}) = \hat{0} - \hat{0} = \hat{0}.$$

4. Se consideră funcția $f: \mathbb{Z}_4 \rightarrow \mathbb{Z}_4$, $f(x) = \hat{2}x^2 + \hat{2}x + \hat{3}$. Să se determine valorile lui x pentru care $f(x) = \hat{0}$.

Soluție: $\mathbb{Z}_4 = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}\}$.

Pentru $x = \hat{0}$ avem $f(\hat{0}) = \hat{2} \cdot \hat{0}^2 + \hat{2} \cdot \hat{0} + \hat{3} = \hat{3} \neq \hat{0} \Rightarrow x = \hat{0}$ nu este soluție (rădăcină);

$x = \hat{1}$ avem $f(\hat{1}) = \hat{2} \cdot \hat{1}^2 + \hat{2} \cdot \hat{1} + \hat{3} = \hat{3} \neq \hat{0} \Rightarrow x = \hat{1}$ nu este soluție;

$x = \hat{2}$ avem $f(\hat{2}) = \hat{2} \cdot \hat{2}^2 + \hat{2} \cdot \hat{2} + \hat{3} = \hat{0} + \hat{0} + \hat{3} = \hat{3} \neq \hat{0} \Rightarrow x = \hat{2}$ nu este soluție;

$x = \hat{3}$ avem $f(\hat{3}) = \hat{2} \cdot \hat{3}^2 + \hat{2} \cdot \hat{3} + \hat{3} = \hat{2} + \hat{2} + \hat{3} = \hat{3} \neq \hat{0} \Rightarrow x = \hat{3}$ nu este soluție.

Deci ecuația $f(x) = \hat{0}$ nu are nicio soluție.

Probleme propuse

- Să se calculeze suma elementelor mulțimilor: $\mathbb{Z}_2, \mathbb{Z}_3, \mathbb{Z}_4, \mathbb{Z}_5, \mathbb{Z}_6, \mathbb{Z}_7, \mathbb{Z}_9$. CE OBSERVAȚI?
- Să se calculeze suma $\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} + \dots + \hat{10}$ în $\mathbb{Z}_{22}, \mathbb{Z}_{31}, \mathbb{Z}_{40}$.
- Să se calculeze suma $\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} + \dots + \hat{2010}$ în \mathbb{Z}_{2015} .

4. Să se calculeze suma $\hat{5} + \hat{10} + \hat{15} + \dots + \hat{2010}$ în \mathbf{Z}_{2015} .
5. Să se calculeze produsul $\hat{1} \cdot \hat{2} \cdot \hat{3} \cdot \dots \cdot \hat{7}$ în $\mathbf{Z}_{10}, \mathbf{Z}_8, \mathbf{Z}_{20}$.
6. Să se calculeze produsul $\hat{1} \cdot \hat{2} \cdot \hat{3} \cdot \dots \cdot \hat{2010}$ în \mathbf{Z}_{2015} .
7. Să se determine opusele elementelor mulțimilor: $\mathbf{Z}_2, \mathbf{Z}_3, \mathbf{Z}_4, \mathbf{Z}_5, \mathbf{Z}_6, \mathbf{Z}_7, \mathbf{Z}_9$.
8. Să se determine inversele elementelor mulțimilor: $\mathbf{Z}_2, \mathbf{Z}_3, \mathbf{Z}_4, \mathbf{Z}_5, \mathbf{Z}_6, \mathbf{Z}_7, \mathbf{Z}_9, \mathbf{Z}_{13}$.
9. Să se rezolve ecuația $\hat{2} \cdot x = \hat{0}$ în $\mathbf{Z}_3, \mathbf{Z}_4, \mathbf{Z}_5, \mathbf{Z}_6, \mathbf{Z}_7, \mathbf{Z}_9$.
10. Să se rezolve ecuația $x^2 + x = \hat{0}$ în $\mathbf{Z}_2, \mathbf{Z}_3, \mathbf{Z}_4, \mathbf{Z}_5$.
11. Să se rezolve ecuația $x^3 + x = \hat{0}$ în $\mathbf{Z}_2, \mathbf{Z}_3, \mathbf{Z}_5, \mathbf{Z}_7$.
12. Să se rezolve ecuația $\hat{2} \cdot x + 1 = \hat{0}$ în $\mathbf{Z}_3, \mathbf{Z}_5, \mathbf{Z}_7$.
13. Să se rezolve ecuația $\hat{2} \cdot x + \hat{1} = \hat{3}$ în $\mathbf{Z}_5, \mathbf{Z}_7, \mathbf{Z}_4, \mathbf{Z}_6$.
14. Să se rezolve ecuația $x + y = \hat{0}$ în $\mathbf{Z}_3, \mathbf{Z}_4, \mathbf{Z}_5$.
15. Să se rezolve ecuația $\hat{2}x + y = \hat{1}$ în $\mathbf{Z}_3, \mathbf{Z}_4, \mathbf{Z}_5$.
16. Să se calculeze în $\mathbf{Z}_4, \mathbf{Z}_5, \mathbf{Z}_6$ determinanții :

$$\begin{array}{llllll}
 \text{a) } \begin{vmatrix} \hat{2} & \hat{3} \\ \hat{3} & \hat{2} \end{vmatrix} & \text{b) } \begin{vmatrix} \hat{1} & \hat{2} \\ \hat{3} & \hat{1} \end{vmatrix} & \text{c) } \begin{vmatrix} \hat{2} & \hat{0} \\ \hat{1} & \hat{2} \end{vmatrix} & \text{d) } \begin{vmatrix} \hat{2} & \hat{1} \\ \hat{3} & \hat{2} \end{vmatrix} & \text{e) } \begin{vmatrix} \hat{0} & \hat{3} \\ \hat{2} & \hat{3} \end{vmatrix} & \text{f) } \begin{vmatrix} \hat{1} & \hat{2} & \hat{3} \\ \hat{3} & \hat{1} & \hat{2} \\ \hat{2} & \hat{3} & \hat{1} \end{vmatrix} & \text{g) } \begin{vmatrix} \hat{1} & \hat{2} & \hat{3} \\ \hat{0} & \hat{2} & \hat{2} \\ \hat{0} & \hat{0} & \hat{3} \end{vmatrix}
 \end{array}$$

Atenție ! În general un sistem format din clase de resturi se rezolvă prin **metoda substituției sau prin metoda lui Cramer când nr de ec = nr nec și determinantul matricei sistemului este un număr inversabil în \mathbf{Z}_n .**

17. Să se rezolve în $\mathbf{Z}_3, \mathbf{Z}_4, \mathbf{Z}_5, \mathbf{Z}_6$ sistemele :

$$\begin{array}{llll}
 \text{a) } \begin{cases} x + y = \hat{2} \\ x + \hat{2}y = \hat{0} \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} \hat{2}x + y = \hat{2} \\ x + \hat{2}y = \hat{1} \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} \hat{2}x + y = \hat{2} \\ x + \hat{2}y = \hat{1} \end{cases} & \text{d) } \begin{cases} \hat{2}x + y = \hat{4} \\ x + \hat{2}y = \hat{2} \end{cases} & \text{e) } \\
 \begin{cases} \hat{2}x + \hat{2}y = \hat{1} \\ x + \hat{2}y = \hat{2} \end{cases} & & & &
 \end{array}$$

18. Se consideră funcțiile $f, g : \mathbf{Z}_3 \rightarrow \mathbf{Z}_3$, $f(x) = x^2 + x$ și $g(x) = x^2 + \hat{2}x + a$, unde $a \in \mathbf{Z}_3$.

- a) Să se calculeze $f(\hat{0}) + f(\hat{1})$
- b) Să se determine valorile lui x pentru care $f(x) = \hat{0}$
- c) Să se arate că $f(\hat{0}) + f(\hat{1}) + f(\hat{2}) = g(\hat{0}) + g(\hat{1}) + g(\hat{2})$, pentru orice $a \in \mathbf{Z}_3$.

INELE DE POLINOAME

FORMA ALGEBRICĂ A UNUI POLINOM CU COEFICIENȚI COMPLECȘI

Un polinom se scrie în formă algebrică: $f = a_0 + a_1X + a_2X^2 + \dots + a_nX^n$, unde X este **nedeterminata** polinomului, $a_0, a_1, \dots, a_n \in \mathbf{C}$ se numesc **coeficienții** polinomului, iar dacă $a_n \neq 0$ spunem că **polinomul are gradul n** .

Prin $\mathbf{C}[X]$ vom înțelege **mulțimea polinoamelor cu coeficienți complecși**.

Exemple. Probleme rezolvate: 1) Polinomul $f = 1 + iX - \sqrt{2}X^2 + X^3$ este un polinom din $\mathbf{C}[X]$ și are gradul 3.
 2) Polinomul $f = 1 - X$ are gradul 1; 3) Polinomul $f = X + X^3 - X^5$ are gradul 5;
 4) Polinomul constant $f = a$, unde $a \in \mathbf{C}$, are gradul 0.

5) Să se determine în raport cu parametrul complex m gradul polinomului $f = (m^2 - 3m + 2)X^3 + (m^2 - 4m + 3)X^2 + (m^2 - 1)X + 7$.

Rezolvare: Este clar că pentru $m^2 - 3m + 2 \neq 0$ gradul lui f este 3. Rezolvând ecuația $m^2 - 3m + 2 = 0$ vom afla $m_1 = 1, m_2 = 2$.

Pentru $m = 1$ polinomul devine: $f = 0 \cdot X^3 + 0 \cdot X^2 + 0 \cdot X + 7 = 7$.

Pentru $m = 2$ polinomul devine: $f = 0 \cdot X^3 + (-1) \cdot X^2 + 3X + 7 = -X^2 + 3X + 7$.

În concluzie: Dacă $m \notin \{1, 2\} \Rightarrow \text{grad } f = 3$; dacă $m = 1 \Rightarrow \text{grad } f = 0$; dacă $m = 2 \Rightarrow \text{grad } f = 2$.

OPERAȚII CU POLINOAME

Definim pe mulțimea $C[X]$ două operații algebrice: adunarea și înmulțirea.

1) Calculați $f + g$ dacă $f = (1+i) + (1-i)X + iX^2$ și $g = -i + iX + (1-i)X^2 - iX^3$.

Rezolvare: $f + g = [(1+i) + (-i)] + [(1-i) + i]X + [i + (1-i)]X^2 - iX^3 = 1 + X + X^2 - iX^3$.

2) Calculați $f \cdot g$ dacă $f = (1+i) + X$ și $g = (1-i) - X$.

Rezolvare: $f \cdot g = (1+i)(1-i) - (1+i)X + (1-i)X - X^2 = 1 - i^2 + [-(1+i) + (1-i)]X - X^2 = 2 - 2iX - X^2$.

Def: Fie $f = a_0 + a_1X + a_2X^2 + \dots + a_nX^n$, atunci **funcția polinomială** asociată polinomului f este

$$F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, F(X) = a_0 + a_1X + a_2X^2 + \dots + a_nX^n.$$

Definiție: Fie $f = a_0 + a_1X + a_2X^2 + \dots + a_nX^n$ un polinom și α un număr complex. Atunci numărul

$$f(\alpha) = a_0 + a_1\alpha + a_2\alpha^2 + \dots + a_n\alpha^n \quad \text{se numește } \mathbf{valoarea polinomului } f \mathbf{ în } \alpha.$$

Exemplu: Fie polinomul $f = X^4 - iX + 3$. **Valoarea lui f în i** este $f(i) = i^4 - i \cdot i + 3 = 1 + 1 + 3 = 5$.

TEOREMA ÎMPĂRȚIRII CU REST. Împărțirea polinoamelor. Schema lui Horner

Fiind date două polinoame cu coeficienți complecși $f, g \in C[X]$, cu $g \neq 0$, atunci există două polinoame cu coeficienți complecși q și r astfel încât $f = g \cdot q + r$, cu $\text{grad } r < \text{grad } g$. (Polinomul f se numește **deîmpărțit**, g **împărțitor**, q **cât**, iar r **rest**)

$$\forall f, g \in C[X], g \neq 0, \exists q, r \in C[X], f = q \cdot g + r, \text{ cu } \text{grad } r < \text{grad } g.$$

Obs: În plus, polinoamele q și r sunt unice.

Exemplu: Fiind date polinoamele $f = 2X^5 + X^4 - 5X^3 - 8X + 1$ și $g = X^2 - 3$, să se determine câtul și restul împărțirii lui f la g .

Rezolvare:

Exemplu: Fie polinoamele $f = 2X^5 + X^4 - 5X^3 - 8X + 1$ și $g = X^2 - 3$. Să determinăm câtul și restul împărțirii lui f la g .

$2X^5 + X^4 - 5X^3 - 8X + 1$	$X^2 - 3$
$-2X^5 \quad + 6X^3$	$\underline{2X^3 + X^2 + X + 3}$
$X^4 + X^3 - 8X + 1$	q
$-X^4 + 3X^2$	
$X^3 + 3X^2 - 8X + 1$	
$-X^3 \quad + 3X$	
$3X^2 - 5X + 1$	
$-3X^2 \quad + 9$	
$-5X + 10$	
$\underline{\hspace{2cm}}$	
r	

Deci câtul este $q = 2X^3 + X^2 + X + 3$, iar restul $r = -5X + 10$. Formula împărțirii cu rest se scrie, în acest caz astfel: $2X^5 + X^4 - 5X^3 - 8X + 1 = (X^2 - 3)(2X^3 + X^2 + X + 3) + (-5X + 10)$.

Teorema restului: Restul împărțirii unui polinom $f \neq 0$ prin binomul $X - a$ este egal cu valoarea $f(a)$.

Obs: Această teoremă ne ajută să găsim restul împărțirii unui polinom oarecare prin binomul $X - a$ fără a mai face împărțirea.

Exemple: 1. Restul împărțirii polinomului $f = X^3 + 2X^2 - 3X + 5$ prin $X - 2$ este $f(2) = 2^3 + 2 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 + 5 = 15$.

2. Să se determine parametrul real m știind că restul împărțirii polinomului $f = X^2 - mx + 3$ prin $X + 1$ este 5.

Rezolvare: Punem condiția $f(-1) = 5$. Obținem $4 + m = 5$ de unde rezultă $m = 1$.

Observație: Teorema restului nu ne spune nimic despre câtul împărțirii lui f prin binomul $X - a$. Acest lucru se rezolvă prin procedeul numit “schema lui Horner”. Acesta constă în alcătuirea unui tabel din care vom “citi” câtul și restul împărțirii.

SCHEMA LUI HORNER

Exemple: 1) Utilizând schema lui Horner, să se determine câtul și restul împărțirii polinomului $f = 2X^4 - 5X^3 - 8X + 1$ prin binomul $X - 2$.

X^4	X^3	X^2	X	X^0
2	-5	0	-8	1
2	$-5 + 2 \cdot 2 = -1$	$0 + 2(-1) = -2$	$-8 + 2(-2) = -12$	$1 + 2(-12) = -23$
b_3	b_2	b_1	b_0	r

Deci câtul și restul împărțirii sunt $q = 2X^3 - X^2 - 2X - 12$ și $r = -23$.

2) Folosind schema lui Horner aflați câtul și restul împărțirii polinomului $f = X^4 - 3X^2 + 5X + 4$ la $g = X - 2$

Rezolvare:

	X^4	X^3	X^2	X^1	X^0
	1	0	-3	5	4
2	1	$0 + 2 \cdot 1 = 2$	$-3 + 2 \cdot 2 = 1$	$5 + 2 \cdot 1 = 7$	$4 + 2 \cdot 7 = 18$
	1	2	1	7	18

Din ultima linie a tabelului ne rezultă: $q = X^3 + 2X^2 + X + 7$ și $r = 18$.

DIVIZIBILITATEA POLINOAMELOR . TEOREMA LUI BÉZOUT

Din teorema împărțirii cu rest: $\forall f, g \in C[X], g \neq 0, \exists q, r \in C[X], f = q \cdot g + r$, cu $\text{grad } r < \text{grad } g$.

Def: Spunem că f se divide prin g sau f este divizibil prin g ($f : g$) sau g divide polinomul f ($g \mid f$), dacă $r = 0$, sau, altfel spus, dacă există un polinom $h \in C[X]$, astfel încât $f = g \cdot h$.

Exemplu: Polinomul $f = X^3 - 1$ se divide prin polinomul $g = X^2 + X + 1$ deoarece există polinomul $h = X - 1$ astfel încât $X^3 - 1 = (X^2 + X + 1)(X - 1)$.

Ex. rezolvat: Să se determine parametrul real m astfel încât polinomul $f = X^3 + 2X^2 - mX + 3$ să se dividă prin polinomul $g = X + 1$.

Rezolvare: Vom pune condiția ca restul împărțirii polinomului f la g să fie 0. Cum polinomul g este de tipul $X - a$, cu $a = -1$ vom calcula restul pe baza Teoremei restului, adică $r = f(-1) = 4 + m$. Din ecuația $4 + m = 0$ rezultă $m = -4$.

Teorema lui Bézout: Dacă $f(a) = 0$ atunci polinomul f este divizibil prin $X - a$.

RĂDĂCINILE POLINOAMELOR. RELAȚIILE LUI VIÈTE

Definiție: Fie f un polinom nenul cu coeficienți complecși.

Un număr complex, $\alpha \in C$ se numește **rădăcină** a polinomului f dacă $f(\alpha) = 0$

Exemple

1. Numărul 2 este rădăcină pentru polinomul $f = X^2 - 3X + 2$ pentru că $f(2) = 0$.

2. Numărul i este rădăcină pentru polinomul $f = X^2 + 1$ pentru că $f(i) = i^2 + 1 = -1 + 1 = 0$.

Observație: Pentru a afla rădăcinile unui polinom f se rezolvă ecuația $f(x) = 0$.

Spre exemplu, pentru a afla rădăcinile polinomului $f = X^2 - 3X + 2$ vom rezolva ecuația $x^2 - 3x + 2 = 0$ și găsim rădăcinile polinomului $x_1 = 1, x_2 = 2$.

Teorema lui Bézout se poate utiliza și sub forma:

Fie $f \neq 0$ un polinom nenul. Numărul $\alpha \in \mathbb{C}$ este rădăcină a polinomului f dacă și numai dacă $X - \alpha$ divide f .

Exemplu

Polinomul $f = X^2 - 3X + 2$ având rădăcinile $x_1 = 1, x_2 = 2$ se va divide atât prin $X - 1$ cât și prin $X - 2$.

Definiție: Fie $f \neq 0$ un polinom nenul și $\alpha \in \mathbb{C}$ o rădăcină a lui f . Numărul natural $m \geq 1$ cu proprietățile că $(X - \alpha)^m$ divide pe f și $(X - \alpha)^{m+1}$ nu divide pe f se numește **ordinul de multiplicitate al rădăcinii** α . Dacă $m = 1$, atunci rădăcina se numește **rădăcină simplă**, dacă $m \geq 2$, atunci α se numește **rădăcină multiplă de ordinul m** .

Observație: Dacă $m = 2$ rădăcina se mai numește **rădăcină dublă** iar dacă $m = 3$ se mai numește **rădăcină triplă**.

Exemple:

1) $X - 1 \mid f$. Dar $(X - 1)^2$ nu divide f , deci 1 este rădăcină de ordin de multiplicitate 1 (răd. simplă).

2) $f = (X - 1)^3(X + 1)(X^2 + 1)$. Descompunând în factori ireductibili vom obține:

$f = (X - 1)^3(X + 1)(X - i)(X + i)$, unde: 1 = rădăcină de ordin de multiplicitate 3; $i, -i, -1$ = rădăcini de ordin de multiplicitate 1.

3) Polinomul $f = X^5 - 2X^4 + X^3$ se mai poate scrie $f = X^3(X^2 - 2X + 1) = X^3(X - 1)^2$ și deci se divide prin $(X - 1)^2$ ceea ce înseamnă că are rădăcină dublă pe 1, dar se mai divide și prin X^3 sau dacă vreți prin $(X - 0)^3$ și deci va avea rădăcină triplă pe 0. Altfel spus prin rezolvarea ecuației $x^3(x - 1)^2 = 0$ obținem rădăcinile $x_1 = x_2 = x_3 = 0$ și $x_4 = x_5 = 1$.

Teorema de descompunere în factori ireductibili (primi): Fie $f \neq 0$ un polinom nenul. Dacă a_0, a_1, \dots, a_r sunt rădăcini ale lui f având ordinele de multiplicitate k_1, k_2, \dots, k_r atunci polinomul $(X - a_1)^{k_1}(X - a_2)^{k_2} \dots (X - a_r)^{k_r}$ divide pe f .

Obs: Singurii factori ireductibili (primi) în $\mathbb{C}[X]$ sunt polinoamele de gradul I.

Exemplu: Să se arate că polinomul $f = X^{4n} - nX^{2n} + n - 1$ se divide prin $X^2 - 1$.

Rezolvare: Cum $X^2 - 1$ se mai scrie $(X - 1)(X + 1)$ deci având rădăcinile 1 și -1 vom arăta că și polinomul f are aceste două rădăcini.

$f(1) = 1^{4n} - n \cdot 1^{2n} + n - 1 = 1 - n + n - 1 = 0$ și $f(-1) = (-1)^{4n} - n \cdot (-1)^{2n} + n - 1 = 1 - n + n - 1 = 0$, de unde rezultă că 1 și -1 sunt rădăcini ale lui f . Atunci din teorema rezultă că $(X - 1)(X + 1)$ divide pe f adică $X^2 - 1$ divide pe f .

Consecința 1: Orice polinom f de grad $n \geq 1$ are n rădăcini (nu neapărat distincte; o rădăcină se repetă de un număr de ori egal cu ordinul său de multiplicitate).

Consecința 2: Fie $f = a_0 + a_1X + a_2X^2 + \dots + a_nX^n$ un polinom cu $a_n \neq 0, n \geq 1$. Dacă x_1, x_2, \dots, x_n sunt rădăcinile lui f , atunci $f = a_n(X - x_1)(X - x_2) \dots (X - x_n)$.

Observație: Această formulă am mai întâlnit-o la trinomial de gradul II:

$aX^2 + bX + c = a(X - x_1)(X - x_2)$.

Relații între rădăcini și coeficienți (formulele lui Viète)

Fie $f = a_0 + a_1X + a_2X^2 + \dots + a_nX^n$ un polinom de grad n . Dacă x_1, x_2, \dots, x_n sunt rădăcinile lui f , atunci:

$$\begin{cases} S_1 = x_1 + x_2 + \dots + x_n = -\frac{a_{n-1}}{a_n} \\ S_2 = x_1x_2 + x_1x_3 + \dots + x_1x_n + \dots + x_{n-1}x_n = \frac{a_{n-2}}{a_n} \\ S_3 = x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + \dots + x_{n-2}x_{n-1}x_n = -\frac{a_{n-3}}{a_n} \\ \dots \\ S_n = x_1x_2\dots x_n = (-1)^n \frac{a_0}{a_n} \end{cases}$$

Invers, dacă numerele complexe x_1, x_2, \dots, x_n satisfac relațiile de mai sus, atunci ele sunt rădăcinile polinomului f .

Exemplu. Să se determine rădăcinile polinomului $f = X^3 - 3X^2 + aX + 8$, $a \in \mathbf{R}$, știind că produsul a două rădăcini este egal cu 4. Aflați în aceste condiții și parametrul a .

Rezolvare: Relațiile lui Viète în acest caz sunt:

$$\begin{cases} S_1 = x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ S_2 = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = a \\ S_3 = x_1x_2x_3 = -8 \end{cases}$$

Știind că $x_1x_2 = 4$, din S_3 vom avea că $4 \cdot x_3 = -8 \Rightarrow x_3 = -2$. Cum -

2 este rădăcină a lui f rezultă că $f(-2) = 0$ adică $(-2)^3 - 3(-2)^2 + a(-2) + 8 = 0 \Leftrightarrow -2a - 12 = 0 \Rightarrow a = -6$.

Pentru a afla celelalte două rădăcini avem două metode:

Metoda I. (relațiile lui Viète)

Înlocuim $x_3 = -2$ în prima relație, vom avea sistemul $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1x_2 = 4 \end{cases}$ ale cărui soluții vor fi $x_1 = 1, x_2 = 4$.

Metoda II. (Horner)

Cum -2 este rădăcină a lui f rezultă că $(X + 2)$ divide pe f . Cu schema lui Horner aflăm câtul împărțirii lui f la $(X + 2)$ și polinomul se va scrie descompus $f = (X + 2)(X^2 - 5X + 4)$. Rezolvând ecuația $x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 4$.

Determinarea unei ecuații dacă se cunosc rădăcinile ei

Cunoscând rădăcinile x_1, x_2, \dots, x_n ale unei ecuații putem forma această ecuație (la fel ca la ecuația de gradul II), calculând în prealabil sumele din relațiile lui Viète și înlocuind în ecuația:

$$x^n - S_1x^{n-1} + S_2x^{n-2} + \dots + (-1)^n S_n = 0$$

Exemplu: Formați ecuația ce are rădăcinile 1, 2 și 5.

Rezolvare:

$$\begin{cases} S_1 = x_1 + x_2 + x_3 = 1 + 2 + 5 = 8 \\ S_2 = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = 2 + 5 + 10 = 17 \\ S_3 = x_1x_2x_3 = 1 \cdot 2 \cdot 5 = 10 \end{cases}$$

și înlocuind în formula dată obținem ecuația

$$x^3 - 8x^2 + 17x - 10 = 0$$

REZOLVAREA ECUAȚILOR ALGEBRICE CU COEFICIENȚI ÎN $\mathbf{Z, Q, R, C}$

Teorema fundamentală a algebrei: Orice ecuație algebrică $a_nX^n + a_{n-1}X^{n-1} + \dots + a_1X + a_0 = 0$ de grad mai mare sau egal cu 1 și cu coeficienți complecși are cel puțin o rădăcină complexă.

Consecință: Orice polinom f de grad n are n rădăcini.

Teorema lui Abel-Ruffini: Ecuația algebrică generală de grad mai mare decât patru nu poate fi rezolvată prin radicali.

$$\mathbb{Z}[X] \subset \mathbb{Q}[X] \subset \mathbb{R}[X] \subset \mathbb{C}[X]$$

A. Mulțimea polinoamelor cu coeficienți întregi

Fie $f \in \mathbb{Z}[X]$ și ecuația $f(x) = 0 \Rightarrow a_n X^n + a_{n-1} X^{n-1} + \dots + a_1 X + a_0 = 0$

Teoremă: Dacă f admite o rădăcină de forma $x_1 = \frac{p}{q}$, $p, q \in \mathbb{Z}$, atunci p/a_0 și q/a_n . Dacă $a_n = 1$, atunci $x_1 = p$.

B. Mulțimea polinoamelor cu coeficienți raționali

Teoremă: Fie $f \in \mathbb{Q}[X]$. Atunci dacă $x_1 = a + \sqrt{b}$ este rădăcină pentru f , cu $a \in \mathbb{Q}, \sqrt{b} \notin \mathbb{Q}, \sqrt{b} \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$, atunci $x_2 = a - \sqrt{b}$ este rădăcină pentru f și x_1 și x_2 au aceeași multiplicitate.

C. Mulțimea polinoamelor cu coeficienți reali

Fie $f \in \mathbb{R}[X]$ și ecuația $f(x) = 0$.

Teoremă: Dacă $x_1 = a + bi \in \mathbb{C} - \mathbb{R}$ este rădăcină pentru f , atunci $x_2 = a - bi$ este rădăcină pentru f , iar x_1 și x_2 au același ordin de multiplicitate.

ANALIZA MATEMATICĂ – CLASA A XII-A

1. PRIMITIVE

1.1. PRIMITIVELE UNEI FUNCȚII. INTEGRALA NEDEFINITĂ a unei funcții continue

Definiție: Fie $f: I \rightarrow \mathbb{R}$, unde I este un interval sau o reuniune finită disjunctă de intervale. Se spune că f admite primitive pe I dacă $\exists F: I \rightarrow \mathbb{R}$ astfel încât a) F este derivabilă pe I ;

b) $F'(x) = f(x), \forall x \in I$. F se numește **primitivea lui f** .

Teoremă: Fie $f: I \rightarrow \mathbb{R}$. Dacă $F_1, F_2: I \rightarrow \mathbb{R}$ sunt două primitive ale funcției f , atunci ele diferă printr-o constantă, adică există o constantă $C \in \mathbb{R}$ astfel încât $F_1(x) = F_2(x) + C, \forall x \in I$.

Obs 1. Fiind dată o primitivă F_0 a unei funcții, atunci orice primitivă F a lui f are forma

$$F = F_0 + C, C = \text{constantă}$$

$\Rightarrow f$ admite o infinitate de primitive.

Obs 2. Orice funcție continuă definită pe un interval I admite primitive pe I .

Definiție Fie $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție care admite primitive. Mulțimea tuturor primitivelor lui f se numește **integrala nedefinită** a funcției f și se notează prin simbolul $\int f(x) dx$. Operația de calculare a primitivelor unei funcții se numește **integrare**. Aceasta este operația inversă derivării. Simbolul \int a fost propus pentru prima dată de Leibniz, în 1675.

$$\int f(x) dx = \{F: I \rightarrow \mathbb{R} / F \text{ primitivă a lui } f\}. \quad \int f(x) dx = F(x) + C.$$

Teorema de liniaritate: Dacă $f, g: I \rightarrow \mathbb{R}$ sunt funcții care admit primitive și $\alpha \in \mathbb{R}, \alpha \neq 0$, atunci funcțiile $f+g, \alpha f$ admit de asemenea primitive și au loc relațiile: $\int (f+g) = \int f + \int g, \int \alpha f = \alpha \int f, \alpha \neq 0, \int f = \int f + C$.

1.2. Primitivele funcțiilor continue simple. PRIMITIVE UZUALE

$$1. \int c dx = c \cdot x + C, c \in \mathbb{R}$$

$$\text{Ex } \int 6 dx = 6x + C$$

$$2. \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

$$\text{Ex. } \int x^{10} dx = \frac{x^{11}}{11} + C$$

$$3. \int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$$

$$\text{Ex } \int \sqrt[3]{x} dx = \int x^{\frac{1}{3}} dx = \frac{x^{\frac{1}{3}+1}}{\frac{1}{3}+1} + C = \frac{x^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} + C = \frac{3}{4} \cdot \sqrt[3]{x^4} + C$$

$$4. \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$\text{Ex } \int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$$

$$5. \int e^x dx = e^x + C$$

$$6. \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

$$7. \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\text{ctgx} + C$$

$$8. \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \text{tgx} + C$$

$$9. \int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$10. \int \cos x dx = \sin x + C$$

$$11. \int \frac{1}{x^2 + a^2} dx = \frac{1}{a} \text{arctg} \frac{x}{a} + C$$

$$\text{Ex } \int \frac{1}{x^2 + 5^2} dx = \frac{1}{5} \text{arctg} \frac{x}{5} + C$$

$$12. \int \frac{1}{x^2 - a^2} dx = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C$$

$$\text{Ex } \int \frac{1}{x^2 - 25} dx = \frac{1}{10} \ln \left| \frac{x-5}{x+5} \right| + C$$

$$13. \int \frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx = \ln(x + \sqrt{a^2 + x^2}) + C$$

$$\text{Ex } \int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4^2}} dx = \ln(x + \sqrt{4^2 + x^2}) + C$$

$$14. \int \frac{1}{\sqrt{x^2 - a^2}} dx = \ln|x + \sqrt{x^2 - a^2}| + C$$

$$\text{Ex } \int \frac{1}{\sqrt{x^2 - 49}} dx = \ln|x + \sqrt{x^2 - 49}| + C$$

$$15. \int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \arcsin \frac{x}{a} + C$$

$$\text{Ex } \int \frac{1}{\sqrt{16 - x^2}} dx = \arcsin \frac{x}{4} + C$$

$$16. \int \text{tgx} dx = -\ln|\cos x| + C$$

$$17. \int \text{ctgx} dx = \ln|\sin x| + C$$

$$18. \int \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx = \sqrt{x^2 + a^2} + C$$

$$\text{Ex } \int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 25}} dx = \sqrt{x^2 + 25} + C$$

$$19. \int \frac{x}{\sqrt{x^2 - a^2}} dx = \sqrt{x^2 - a^2} + C$$

$$\text{Ex } \int \frac{x}{\sqrt{x^2 - 36}} dx = \sqrt{x^2 - 36} + C$$

$$20. \int \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = -\sqrt{a^2 - x^2} + C$$

$$\text{Ex } \int \frac{x}{\sqrt{25 - x^2}} dx = -\sqrt{25 - x^2} + C$$

$$21. \int \sqrt{x^2 + a^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 + a^2} + \frac{a^2}{2} \ln|x + \sqrt{x^2 + a^2}| + C$$

$$\text{Ex } \int \sqrt{x^2 + 7} dx = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 + 7} + \frac{7}{2} \ln|x + \sqrt{x^2 + 7}| + C$$

$$22. \int \sqrt{x^2 - a^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 - a^2} - \frac{a^2}{2} \ln|x + \sqrt{x^2 - a^2}| + C$$

$$\text{Ex } \int \sqrt{x^2 - 9} dx = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 - 9} - \frac{9}{2} \ln|x + \sqrt{x^2 - 9}| + C$$

$$23. \int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \arcsin \frac{x}{a} + C$$

$$\text{Ex } \int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \arcsin \frac{x}{a} + C$$

Probleme propuse:

I. Să se calculeze primitivele următoarelor funcții:

$$1. \int (3x^5 - 2x^3 + 3x - 2) dx; \quad 2. \int x(x-1)(x-2) dx; \quad 3. \int (\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1) dx; \quad 4. \int \left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{x^3 \sqrt{x}} \right) dx$$

$$5. \int (2\sqrt{x} - \sqrt[3]{x} + 4\sqrt[5]{x}) dx; \quad 6. \int \left(\frac{5}{\sqrt[5]{x}} - \frac{3}{\sqrt[3]{x}} + \frac{2}{\sqrt{x}} \right) dx; \quad 7. \int \left(2x + \frac{5}{x} - \frac{3}{x^2} \right) dx; \quad 8. \int (e^x + \frac{1}{e^x}) dx; \quad 9. \int (x^5 + 5^x) dx;$$

$$10. \int \left(\frac{5+4x}{x} \right)^2 dx; \quad 11. \int \frac{(x+2)^3}{x^3} dx; \quad 12^*. \int \frac{1}{x + \sqrt{x^2 - 1}} dx; \quad 13^*. \int \frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} dx$$

II. Să se determine a, b numere reale, astfel încât F să fie primitiva unei funcții f .

$$1^*. F(x) = \begin{cases} \ln(ax+b), & x > 1 \\ \frac{x+1}{x^2+1}, & x \leq 1 \end{cases}$$

$$2^*. F(x) = \begin{cases} 2a \cdot e^{3x} + b, & x \leq 0 \\ \sqrt{2x^2 - 4x + 1}, & x > 0 \end{cases}$$

III. Să se verifice dacă următoarele funcții admit primitive și în caz afirmativ să se determine o primitivă.

$$1. f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x^2 + 3, & x < 0 \\ e^x + 2, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$2. f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2 + 4}, & x \leq 0 \\ \frac{1}{4} - \sqrt{x}, & x > 0 \end{cases}$$

1.3. METODE DE CALCUL AL INTEGRALELOR NEDEFINITE

A. Formula de integrare prin părți

Teorema: Dacă $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sunt funcții derivabile cu derivatele continue, atunci funcțiile $fg, f'g, fg'$ admit primitive și are loc relația: $\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx$.

Exerciții rezolvate:

1) $\int \underbrace{x}_{f'} \cdot \underbrace{\sin x}_{g'} dx = ?$ Pentru a aplica formula de integrare prin părți, ne trebuie produsele $f \cdot g$ și $f' \cdot g$, deci trebuie să găsim funcția g . Dacă $g'(x) = \sin x$, facem operația inversă derivării, adică integrăm: $g(x) = \int \sin x dx = -\cos x$ (nu mai punem constanta). De aceea în loc de $\sin x$ vom pune pe $(-\cos x)'$. Vom avea așadar:

$$\int x \cdot \sin x dx = \int \underbrace{x}_{f'} \cdot \underbrace{(-\cos x)'}_{g'} dx = \underbrace{x \cdot (-\cos x)}_{f \cdot g} - \int \underbrace{x'}_{f'} \cdot \underbrace{(-\cos x)}_g dx = -x \cos x + \int \cos x dx = -x \cos x + \sin x + C$$

2) $\int \underbrace{x}_{f'} \cdot \underbrace{\ln x}_{g'} dx = ?$ Pentru a calcula integrala ne trebuie produsele $f \cdot g$ și $f' \cdot g$. Dacă $g'(x) = x$, găsim g

integrând: $g(x) = \int x dx = \frac{x^2}{2}$ Vom avea

$$\int x \cdot \ln x dx = \int \left(\frac{x^2}{2} \right)' \cdot \ln x dx = \int \underbrace{\ln x}_{f'} \cdot \underbrace{\left(\frac{x^2}{2} \right)'}_{g'} \cdot dx = \underbrace{\ln x \cdot \left(\frac{x^2}{2} \right)}_{f \cdot g} - \int \underbrace{(\ln x)'}_{f'} \cdot \underbrace{\left(\frac{x^2}{2} \right)}_g dx =$$

$$= \frac{x^2 \ln x}{2} - \int \frac{1}{x} \cdot \frac{x^2}{2} dx = \frac{x^2 \ln x}{2} - \frac{1}{2} \int x dx = \frac{x^2 \ln x}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{2} + C = \frac{x^2}{2} \cdot \left(\ln x - \frac{1}{2} \right) + C$$

3) $\int \ln x dx = ?$ Aici nu este vorba de produsul a două funcții deci s-ar părea că nu poate fi aplicată formula integrării prin părți. Și totuși... dacă scriem $1 \cdot \ln x$, putem nota $g'(x) = 1$ (fiindcă ne trebuie $f \cdot g'$) atunci $g(x) = \int 1 dx = x$. Vom obține:

$$\int 1 \cdot \ln x dx = \int \underbrace{1}_{f'} \cdot \underbrace{\ln x}_{g'} dx = \int \underbrace{\ln x}_{f'} \cdot \underbrace{x}_{g'} dx = \underbrace{\ln x \cdot x}_{f \cdot g} - \int \underbrace{(\ln x)'}_{f'} \cdot \underbrace{x}_{g'} dx = x \ln x - \int \frac{1}{x} \cdot x dx = x \ln x - \int 1 dx = x \ln x - x + C$$

$$4) \int \frac{1}{x} \ln x dx = \int (\ln x)' \ln x dx = (\ln x)^2 - \int \ln x \cdot \frac{1}{x} dx \Rightarrow 2 \int \ln x \cdot \frac{1}{x} dx = (\ln x)^2 \Rightarrow \int \frac{1}{x} \ln x dx = \frac{1}{2} (\ln x)^2 + C$$

Obs: La integralele care conțin funcția logaritmică nu se umblă la ea (ea va fi f) ci se scriu celelalte funcții ca g' .

5) $\int \sin x \cdot e^x dx = ?$ Notând $f(x) = \sin x$ și $g'(x) = e^x$, obținem $g(x) = \int e^x dx = e^x$ (nu mai punem constanta).

Așadar :

$$\int \sin x \cdot e^x dx = \int \underbrace{\sin x}_f \cdot \underbrace{(e^x)'}_{g'} \cdot dx = \underbrace{\sin x \cdot e^x}_{f \cdot g} - \int \underbrace{(\sin x)'}_{f'} \cdot \underbrace{(e^x)}_g dx = \sin x \cdot e^x - \int \cos x \cdot e^x dx. \quad (*)$$

Acum însă pentru a calcula $\int \cos x \cdot e^x dx$ voi aplica încă o dată integrarea prin părți punând loc lui g tot pe e^x (altfel „ne învârtim în jurul cozii”). Prin urmare:

$$\int \cos x \cdot e^x dx = \int \underbrace{\cos x}_f \cdot \underbrace{(e^x)'}_{g'} dx = \underbrace{\cos x \cdot e^x}_{f \cdot g} - \int \underbrace{(\cos x)'}_{f'} \cdot \underbrace{e^x}_g dx = e^x \cdot \cos x - \int (-\sin x) \cdot e^x dx = e^x \cdot \cos x + \int \sin x \cdot e^x dx$$

(**)

și acum ne oprim pentru că am dat peste integrala de la care am plecat inițial. Înlocuind integrala obținută în (**) în relația (*) obținem

$$\int \sin x \cdot e^x dx = e^x \cdot \sin x - e^x \cdot \cos x - \int \sin x \cdot e^x dx \Rightarrow \int \sin x \cdot e^x dx + \int \sin x \cdot e^x dx = e^x \cdot \sin x - e^x \cdot \cos x + C,$$

adică $2 \int \sin x \cdot e^x dx = e^x \cdot (\sin x - \cos x) + C$ și deci $\int \sin x \cdot e^x dx = \frac{e^x \cdot (\sin x - \cos x)}{2} + C$.

$$6) \int x^2 \cdot e^x dx = \int x^2 (e^x)' dx = x^2 e^x - \int 2x \cdot e^x dx = x^2 e^x - 2 \int x \cdot (e^x)' dx = x^2 e^x - 2[x \cdot e^x - \int e^x dx] = x^2 e^x - 2x \cdot e^x + 2e^x + C = e^x(x^2 - 2x + 2) + C$$

Obs: La integralele unde apare funcția exponențială, se va scrie aceasta ca g' .

7) $\int \sin^2 x dx = ?$ În loc de $\sin^2 x$ vom scrie un produs: $\sin x \cdot \sin x$ și, dacă notăm cu $g'(x) = \sin x$,

atunci $g(x) = \int \sin x dx = -\cos x$ Putem scrie:

$$\int \sin^2 x dx = \int \sin x \cdot \sin x dx = \int \underbrace{\sin x}_f \cdot \underbrace{(-\cos x)'}_{g'} \cdot dx = \underbrace{\sin x \cdot (-\cos x)}_{f \cdot g} - \int \underbrace{(\sin x)'}_{f'} \cdot \underbrace{(-\cos x)}_g dx = -\sin x \cdot \cos x + \int \cos x \cdot \cos x dx \quad (*)$$

Acum însă, pentru a calcula $\int \cos x \cdot \cos x dx$ nu vom mai aplica încă o dată integrarea prin părți, cum am fi tentați (pt că altfel „ne învârtim în jurul cozii”) ci ținem cont de formula **$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$** , de unde rezultă **$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$** . Prin urmare $\int \cos x \cdot \cos x dx = \int (1 - \sin^2 x) dx = \int 1 dx - \int \sin^2 x dx = x - \int \sin^2 x dx$ și acum ne oprim pentru că am dat iarăși peste integrala de la care am plecat inițial. Înlocuind integrala obținută anterior în prima relație (*) obținem

$$\int \sin^2 x dx = -\sin x \cdot \cos x + x - \int \sin^2 x dx \Rightarrow \int \sin^2 x dx + \int \sin^2 x dx = -\sin x \cos x + x + C,$$

adică $2 \int \sin^2 x dx = -\sin x \cos x + x + C$ și deci $\int \sin^2 x dx = \frac{-\sin x \cos x + x}{2} + C$.

8) $\int x^2 \cdot \cos x dx = \int x^2 \cdot (\sin x)' dx = x^2 \sin x - \int 2x \cdot \sin x dx = x^2 \sin x - 2(-x \cos x + \sin x) + C$ (folosind rezultatul găsit la ex 1).

$$9) \int \frac{x}{\cos^2 x} dx = \int (tg x)' \cdot x dx = x \cdot tg x - \int tg x dx = x \cdot tg x - (-\ln|\cos x|) = x \cdot tg x + \ln|\cos x| + C.$$

Obs: La integralele care conțin funcții polinomiale și funcții trigonometrice nu se va umbla la funcțiile polinomiale ci doar la funcțiile trigonometrice care se vor scrie ca g' .

$$10) \int \sqrt{x^2 + a^2} dx = \int \frac{x^2 + a^2}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx = \int \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx + \int \frac{a^2}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx. \quad \text{Obținem}$$

$$I_1 = \int \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx = \int \frac{x \cdot x}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx = \int x \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx = x \cdot \sqrt{x^2 + a^2} - \int x' \cdot \sqrt{x^2 + a^2} dx = x \sqrt{x^2 + a^2} - \int \sqrt{x^2 + a^2} dx = x \sqrt{x^2 + a^2} - I_1$$

$$\text{În urma calculului, am dat din nou peste } I_1: I_1 = x \cdot \sqrt{x^2 + a^2} - I_1 \Rightarrow 2I_1 = x \cdot \sqrt{x^2 + a^2} + C \Rightarrow I_1 = \frac{x \cdot \sqrt{x^2 + a^2}}{2} + C.$$

Pe de altă parte $I_2 = \int \frac{a^2}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx = a^2 \int \frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx = a^2 \cdot \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2}) + C$. Punem laolaltă cele două integrale:

$$\int \sqrt{x^2 + a^2} dx = \int \frac{x^2 + a^2}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx = \int \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx + \int \frac{a^2}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx = \frac{x \cdot \sqrt{x^2 + a^2}}{2} + a^2 \cdot \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2}) + C$$

Exerciții propuse: Să se calculeze integralele:

$$(1) \int x^2 \cdot \ln x dx; \quad (2) \int \frac{1}{x^2} \ln x dx; \quad (3) \int \frac{\ln(\ln x)}{x} dx; \quad (4) \int \ln^2 x dx; \quad (5) \int (x^2 + 1) \cdot e^x dx; \quad (6) \int x \cdot e^{-x} dx;$$

$$(7) \int (x^2 + 2x) \cdot e^{3x} dx; \quad (8) \int x^2 \cdot e^{2x} dx; \quad (9) \int x^2 \cdot e^{-x} dx; \quad (10) \int e^x \cdot \cos x dx; \quad (11) \int e^x \cdot \sin 2x dx;$$

$$(12) \int e^x \cdot \cos 2x dx; \quad (13) \int \cos^2 x dx; \quad (14) \int x^2 \cdot \sin x dx; \quad (15) \int x \cdot \sin^2 x dx; \quad (16) \int x \cdot \cos^2 x dx; \quad (17)$$

$$\int \frac{x}{\sin^2 x} dx; \quad (18) \int \frac{x \cdot \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx; \quad (19) \int \frac{\arcsin x}{x^2} dx$$

B. Formula schimbării de variabilă (sau Metoda substituției)

Teoremă: Fie I, J intervale din \mathbb{R} și $\varphi: I \rightarrow J, f: J \rightarrow \mathbb{R}$ funcții cu proprietățile:

- 1) φ este derivabilă pe I ;
- 2) f admite primitive. (Fie F o primitivă a sa.)

Atunci funcția $(f \circ \varphi) \varphi'$ admite primitive, iar funcția $F \circ \varphi$ este o primitivă a lui $(f \circ \varphi) \varphi'$ adică:

$$\int f(\varphi(t)) \cdot \varphi'(t) dt = F \circ \varphi + C.$$

Exeriții rezolvate: Să se calculeze integralele:

$$1) \int (ax+b)^n dx = \int t^n \frac{dt}{a} = \frac{1}{a} \frac{t^{n+1}}{n+1} + C = \frac{(ax+b)^{n+1}}{a(n+1)} + C \quad \text{unde } ax+b = t \Rightarrow adx = dt \Rightarrow dx = \frac{dt}{a}$$

$$2) \int (2x-1)^9 dx = \int t^9 \frac{dt}{2} = \frac{t^{10}}{20} + C = \frac{(2x-1)^{10}}{20} + C \quad \text{unde } 2x-1=t \Rightarrow 2dx=dt \Rightarrow dx = \frac{1}{2} dt$$

$$3) \int x(2x-1)^9 dx = \int \frac{t+1}{2} \cdot t^9 dt = \frac{1}{2} \int (t^{10} + t^9) dt = \frac{t^{11}}{22} + \frac{t^{10}}{20} + C = \frac{(2x-1)^{11}}{22} + \frac{(2x-1)^{10}}{20} + C$$

$$4) \int x(5x^2-3)^7 dx = \int t^7 \cdot \frac{dt}{10} = \frac{1}{10} \cdot \frac{t^8}{8} + C = \frac{(5x^2-3)^8}{80} + C, \text{ unde } 5x^2-3=t \Rightarrow 10x dx = dt$$

$$5) \int x \cdot 7^{x^2} dx = \int 7^t \frac{dt}{2} = \frac{1}{2} \frac{7^t}{\ln 7} + C = \frac{1}{2} \frac{7^{x^2}}{\ln 7} + C, \text{ unde } x^2 = t, 2x dx = dt$$

$$6) \int \frac{e^x}{e^x+1} dx \quad \text{Notăm: } e^x+1=t \Rightarrow e^x dx = dt \Rightarrow \int \frac{e^x}{e^x+1} dx = \int \frac{1}{t} dt = \ln t + C = \ln(e^x+1) + C$$

$$7) \int \sqrt{2x+5} dx \quad \text{Notăm: } \sqrt{2x+5} = t \text{ sau } 2x+5 = t^2 \Rightarrow 2dx = 2t dt \Rightarrow dx = t dt. \text{ Deci}$$

$$\int \sqrt{2x+5} dx = \int t \cdot t dt = \frac{t^3}{3} + C = \frac{\sqrt{2x+5}^3}{3} + C.$$

$$8) \int \sqrt{x^2-6x-7} dx = \sqrt{(x-3)^2 - \left(\frac{8}{2}\right)^2} = \frac{x-3}{2} \sqrt{x^2-6x-7} - \frac{16}{2} \ln|x-3+\sqrt{x^2-6x-7}| + C, \text{ deoarece}$$

$$\boxed{\begin{aligned} ax^2+bx+c &= a \cdot \left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right)^2 \right], \text{ dacă } \Delta > 0 \text{ sau} \\ ax^2+bx+c &= a \cdot \left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{-\Delta}}{2a}\right)^2 \right], \text{ dacă } \Delta < 0 \end{aligned}}$$

$$9) \int \frac{\ln \sqrt{x}}{x} dx = \int \frac{\ln t}{t^2} \cdot 2t dt = 2 \int \frac{\ln t}{t} dt = 2 \int z dz, \text{ deoarece } x = t^2 \Rightarrow dx = 2t dt, \ln t = z \Rightarrow \frac{1}{t} dt = dz \Rightarrow \int \frac{\ln \sqrt{x}}{x} dx = 2 \frac{z^2}{2} = (\ln t)^2 = (\ln \sqrt{x})^2 + C$$

$$10) \int \frac{1}{\sqrt{-x^2+3x+4}} dx = \int \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{3}{2}\right)^2}} dx = \arcsin \frac{x - \frac{3}{2}}{\frac{5}{2}} + C = \arcsin \frac{2x-3}{5} + C, \text{ putem nota } \frac{2x-3}{5} \text{ cu } t$$

Justificați egalitățile:

$$11) \int (5x+1)' dx = 5x+1+C; \quad 12) \int (5x+2)^7 dx = \frac{(5x+2)^8}{40} + C; \quad 13) \int e^{2x+4} dx = \frac{e^{2x+4}}{2} + C; \quad 14) \int \frac{12}{12x+7} dx = \ln|12x+7| + C$$

$$15) \int \frac{1}{(2x-4)^6} dx = \frac{-1}{10} \cdot \frac{1}{(2x-4)^5} + C; \quad 16) \int \frac{4}{16x^2-9} dx = \frac{1}{6} \ln \left| \frac{4x-3}{4x+3} \right| + C; \quad 17) \int \frac{1}{25x^2+4} dx = \frac{1}{10} \operatorname{arctg} \frac{5x}{2} + C;$$

$$18) \int 4 \cdot \sin(4x-5) dx = -\cos(4x-5) + C; \quad 19) \int 6x \cdot \cos(3x^2+7) dx = \sin(3x^2+7) + C;$$

$$20) \int 5 \cdot \operatorname{tg}(5x-7) dx = -\ln |\cos(5x-7)| + C; \quad 21) \int \frac{6}{\cos^2 6x} dx = \operatorname{tg} 6x + C; \quad 22) \int \frac{2x \cdot 2}{\sqrt{9-4x^2}} dx = -\sqrt{9-4x^2} + C; \quad 23) \int \frac{5}{\sqrt{25x^2+7^2}} dx = \ln(5x + \sqrt{25x^2+7^2}) + C; \quad 24) \int \frac{2}{\sqrt{5^2-4x^2}} dx = \arcsin \frac{2x}{5} + C$$

Exerciții propuse:

$$(1) \int x^2(x^3+1)^6 dx; \quad (2) \int \frac{e^x}{e^{2x}+1} dx; \quad (3) \int x\sqrt{1+x^2} dx; \quad (4) \int x^3\sqrt{1-x^4} dx; \quad (5) \int \sqrt{-x^2-x+2} dx$$

$$(6) \int \sqrt{x} \ln x dx; \quad (7) \int \frac{1}{\sqrt{4x^2+2x-3}} dx; \quad (8) \int \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx; \quad (9) \int \frac{1}{x(2010+\ln x)^{2011}} dx; \quad (10) \int \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} dx$$

1.4. INTEGRAREA FUNCȚIILOR RAȚIONALE

Definiție: O funcție $f: I \rightarrow \mathbb{R}$, I interval, se numește **rațională** dacă $R(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, $g(x) \neq 0, x \in I$, unde f, g sunt funcții polinomiale. Dacă $\operatorname{grad} f \geq \operatorname{grad} g$, atunci se efectuează împărțirea lui f la $g \Rightarrow f = g \cdot q + r$, $0 \leq \operatorname{grad} r < \operatorname{grad} g$ și deci $R(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = q(x) + \frac{r(x)}{g(x)}$. Pentru $R(x)$ se face scrierea ca sumă de funcții raționale simple.

$$1) \int \frac{1}{2x-7} dx = \frac{1}{2} \ln |2x-7| + C; \quad 2.) \int \frac{1}{(3x+8)^7} dx = -\frac{1}{6(3x+8)^6} \cdot \frac{1}{3} + C \text{ (Metoda substituției)}$$

$$3)* \int \frac{1}{(x^2+a^2)^2} dx = \frac{1}{a^2} \int \frac{x^2+a^2-x^2}{(x^2+a^2)^2} dx + C = \frac{1}{a^2} \int \frac{1}{x^2+a^2} dx - \frac{1}{a^2} \int x \cdot \left(\frac{-1}{2(x^2+a^2)} \right) dx$$

$$4) \int \frac{1}{(x^2+16)^2} dx = \int \frac{x^2+16-x^2}{(x^2+16)^2} dx = \frac{1}{16} \int \frac{1}{x^2+16} dx - \frac{1}{16} \int x \cdot \left(\frac{-1}{2(x^2+16)} \right) dx =$$

$$= \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{4} \operatorname{arctg} \frac{x}{4} - \frac{1}{16} \left[-\frac{x}{2x^2+32} + \int \frac{1}{2(x^2+4^2)} dx \right] + C$$

$$5) \int \frac{1}{ax^2+bx+c} dx = \begin{cases} \int \frac{1}{a \left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right)^2 \right]} dx, & \Delta > 0 \\ \int \frac{1}{a \left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{-\Delta}}{2a}\right)^2 \right]} dx, & \Delta < 0 \end{cases}$$

$$6) \int \frac{1}{4x^2-5x+1} dx = \int \frac{1}{4 \left[\left(x - \frac{5}{8}\right)^2 - \left(\frac{3}{8}\right)^2 \right]} dx = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2 \cdot \frac{3}{8}} \ln \left| \frac{x - \frac{5}{8} - \frac{3}{8}}{x - \frac{5}{8} + \frac{3}{8}} \right| + C = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{8x-8}{8x-2} \right| + C$$

$$7) \int \frac{1}{x^2+4x+5} dx = \int \frac{1}{(x+2)^2+1} dx = \operatorname{arctg}(x+2) + C;$$

$$8) \int \frac{8x-6}{4x^2-6x+7} dx = \ln |4x^2-6x+7| + C \text{ (Metoda substituției)}$$

$$9)* \int \frac{Ax+B}{ax^2+bx+c} dx = \int \frac{m(2ax+b)+n}{ax^2+bx+c} dx = m \cdot \ln |ax^2+bx+c| + n \cdot \int \frac{1}{ax^2+bx+c} dx$$

$$\int \frac{3x+4}{2x^2+5x-4} dx = \int \frac{\frac{3}{4} \cdot (4x+5) + 4 - \frac{15}{4}}{2x^2+5x-4} dx = \frac{3}{4} \ln|2x^2+5x-4| + \frac{1}{4} \int \frac{1}{2x^2+5x-4} dx =$$

$$\frac{3}{4} \ln|2x^2+5x-4| + \frac{1}{4} \int \frac{1}{2 \left[\left(x + \frac{5}{4}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{57}}{4}\right)^2 \right]} dx = \frac{3}{4} \ln|2x^2+5x-4| + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2 \cdot \frac{\sqrt{57}}{4}} \ln \left| \frac{4x+5-\sqrt{57}}{4x+5+\sqrt{57}} \right| + C$$

Exerciții propuse și rezolvate:

Să se calculeze:

(1) $\int \frac{2x+3}{2x+1} dx$; (2) $\int \frac{x}{x+4} dx$; (3) $\int \frac{1}{(2x+3)^{2011}} dx$; (4) $\int \frac{x^2}{x^2-2} dx$; (5) $\int \frac{1}{(x-1)(x-2)} dx$; (6) $\int \frac{1}{(x+1)(x+2)} dx$; (7) $\int \frac{1}{x^2-3x+2} dx$;

(8) $\int \frac{1}{x^2-2x+5} dx$; (9); (10) $\int \frac{2x}{1+x^4} dx$;

(11) $\int \frac{x^2}{x^6-3} dx$. Notăm $x^3 = t \Rightarrow 3x^2 dx = dt \Rightarrow \int \frac{x^2}{x^6-3} dx = \int \frac{1}{t^2-3} \cdot \frac{dt}{3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2\sqrt{3}} \ln \left| \frac{t-\sqrt{3}}{t+\sqrt{3}} \right| + C = \frac{1}{6\sqrt{3}} \ln \left| \frac{x^3-\sqrt{3}}{x^3+\sqrt{3}} \right| + C$

(12) $\int \frac{x^3}{1+x^8} dx$. Notăm $x^4 = t \Rightarrow 4x^3 dx = dt \Rightarrow \int \frac{x^3}{1+x^8} dx = \int \frac{1}{t^2+1} \cdot \frac{dt}{4} = \frac{1}{4} \cdot \arctg t + C = \frac{1}{4} \arctg x^4 + C$

(13) $\int \frac{x^3}{(x-1)^{12}} dx$. Notăm $x-1 = t \Rightarrow x=t+1 \Rightarrow dx=dt \Rightarrow$

$$\int \frac{x^3}{(x-1)^{12}} dx = \int \frac{(t+1)^3}{t^{12}} dt = \int \frac{t^3+3t^2+3t+1}{t^{12}} dt = \int (t^{-9}+3t^{-10}+3t^{-11}+t^{-12}) dt =$$

$$= \frac{t^{-8}}{-8} + 3 \frac{t^{-9}}{-9} + 3 \frac{t^{-10}}{-10} + \frac{t^{-11}}{-11} + C = -\frac{1}{8(x-1)^8} - \frac{1}{3(x-1)^9} - \frac{3}{10(x-1)^{10}} - \frac{1}{11(x-1)^{11}} + C$$

(14) $\int \frac{x}{(x-1)^{10}} dx$. Notăm $x-1 = t \Rightarrow \int \frac{x}{(x-1)^{10}} dx = \int \frac{t+1}{t^{10}} dt = \int t^{-9} dt + \int t^{-10} dt = \frac{t^{-8}}{-8} + \frac{t^{-9}}{-9} + C = -\frac{1}{8(x-1)^8} - \frac{1}{9(x-1)^9} + C$

2. INTEGRALA DEFINITĂ

2.1. Integrala unei funcții continue. FORMULA LUI LEIBNIZ-NEWTON

Definiție: Fie $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, o funcție care admite primitive pe $[a, b]$ și F o primitivă a lui f . Numim **integrala definită de la a la b a lui f**, expresia $F(b) - F(a)$ și notăm

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a) \stackrel{\text{not}}{=} F(x) \Big|_a^b \quad (\text{formula lui Leibniz-Newton}).$$

Reamintim că: Orice funcție continuă admite primitive.

Observații:

- Variabila de integrare nu joacă nici un rol în definiția integralei:

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt = \int_a^b f(u) du = \int_a^b f(y) dy.$$

- $\int_a^a f(x) dx = F(x) \Big|_a^a = F(a) - F(a) = 0.$

- $\int_b^a f(x) dx = F(x) \Big|_b^a = F(a) - F(b) = -[F(b) - F(a)] = -\int_a^b f(x) dx.$

- $\int_a^t f(x) dx = F(x) \Big|_a^t$ este o primitivă a lui f care se anulează în $t=a$.

2.2. PROPRIETĂȚI ALE INTEGRALEI DEFINITE

1) Proprietatea de liniaritate: Fie funcțiile $f, g : [a; b] \rightarrow \mathbb{R}$ continue pe $[a; b]$ și fie $\alpha \in \mathbb{R}$. Atunci avem:

$$\int_a^b (f(x) + g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx \quad \text{și} \quad \int_a^b \alpha \cdot f(x) dx = \alpha \cdot \int_a^b f(x) dx.$$

2) Proprietatea de pozitivitate: Dacă $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, este o funcție pozitivă și continuă, atunci $\int_a^b f(x) dx \geq 0$.

3) Proprietatea de monotonicie: Dacă $f, g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ sunt funcții continue

cu proprietatea: $f(x) \leq g(x), \forall x \in [a, b]$, atunci $\int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx$.

4) Proprietatea de aditivitate la interval: Fie $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ și $c \in (a, b)$.

Dacă restricțiile lui f sunt continue pe $[a, c]$ și $[c, b]$, atunci $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

5) Proprietatea de medie: $\exists c \in (a, b)$, astfel încât $\int_a^b f(x) dx = f(c) \cdot (b - a)$.

2.3. METODE DE CALCUL AL INTEGRALELOR DEFINITE

A. Integrarea prin părți

Teoremă: Dacă $f, g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ sunt funcții derivabile cu derivate continue, atunci

$$\int_a^b f(x)g'(x) dx = f(x)g(x) \Big|_a^b - \int_a^b f'(x)g(x) dx \quad (\text{formula de integrare prin părți})$$

Aplicație: $\int_1^2 xe^x dx = xe^x \Big|_1^2 - \int_1^2 e^x dx = xe^x \Big|_1^2 - e^x \Big|_1^2 = (2e^2 - e) - (e^2 - e) = e^2$.

$$\begin{cases} f = x \\ g' = e^x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f' = 1 \\ g = e^x \end{cases}$$

B. Schimbarea de variabilă

Teoremă. Fie $u : [a, b] \rightarrow I, f : I \rightarrow \mathbb{R}$, (I interval $\subseteq \mathbb{R}$) funcții cu proprietățile:

(1) f continuă pe I și

(2) u este derivabilă, cu derivata continuă pe $[a, b]$,

atunci $x = \int_{u(a)}^{u(b)} f(t) dt$ (formula de schimbare de variabilă)

Aplicație: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cdot \cos x dx$

Considerăm funcția $u : \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow [0, 1]$, $u(x) = \sin x \Rightarrow u'(x) = \cos x$, u' continuă.

Calculăm noile limite (capete) de integrare: $u(0) = 0$, $u\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$.

$f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(t) = t^3$. Deci: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cos x dx = \int_0^1 u^3(x) u'(x) dx = \int_{u(0)}^{u\left(\frac{\pi}{2}\right)} f(t) dt = \int_0^1 t^3 dt = \frac{t^4}{4} \Big|_0^1 = \frac{1}{4}$

Exerciții propuse:

I Să se calculeze, folosind metoda de integrare prin părți:

1) $\int_0^1 xe^{2x} dx$; 2) $\int_1^e x \ln x dx$; 3) $\int_1^e x^2 \ln x dx$; 4) $\int_1^{e^2} \ln^2 x dx$

II Să se calculeze, folosind metoda de schimbare de variabilă:

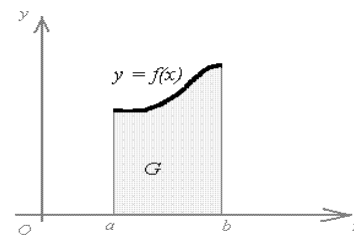
$$5) \int_1^2 (x-3)^6 dx; \quad 6) \int_{-1}^1 6x^2(2x^3+1)^4 dx; \quad 7) \int_1^2 \frac{1}{(2x+1)^3} dx; \quad 8) \int_{-1}^0 \sqrt[3]{(x-2)} dx; \quad 9) \int_{-1}^0 4x^3 \cdot \sqrt[3]{x^4+1} dx.$$

3. APLICAȚII ALE INTEGRALEI DEFINITE

3.1. ARIA UNEI SUPRAFETE PLANE

1. **Aria subgraficului lui f** (Γ_f = mulțimea din plan, mărginită de dreptele $x = a$, $x = b$, axa Ox și graficul funcției continue și pozitive $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$) se calculează prin formula:

$$\text{aria}(\Gamma_f) = \int_a^b f(x) dx.$$



2. În cazul $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ continuă și de semn oarecare, avem: $\text{aria}(\Gamma_f) = \int_a^b |f(x)| dx$.

3. **Aria suprafeței** din plan mărginită de dreptele $x = a$, $x = b$ și graficele funcțiilor continue $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ este

calculată prin formula:
$$\text{aria}(\Gamma_{f,g}) = \int_a^b |g(x) - f(x)| dx.$$

Probleme rezolvate / cu indicații: Să se calculeze aria subgraficului următoarelor funcții:

1. $f: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -3x^2 + 2x + 1;$ 2. $f: [1,2] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x(x+1)};$ 3.

$f: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x \cdot e^x.$

Rezolvări/Indicații: 1. Se stabilește semnul funcției f și se observă că între 0 și 1 funcția este pozitivă, deci:

$$\begin{aligned} \text{aria}(\Gamma_f) &= \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (-3x^2 + 2x + 1) dx = -\int_0^1 3x^2 dx + \int_0^1 2x dx + \int_0^1 1 dx = -3 \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 + 2 \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 + x \Big|_0^1 = -x^3 \Big|_0^1 + x^2 \Big|_0^1 + x \Big|_0^1 = \\ &= -(1^3 - 0^3) + (1^2 - 0^2) + (1 - 0) = -1 + 1 + 1 = 1. \end{aligned}$$

2. După ce observăm că funcția ia doar valori pozitive între 1 și 2 (intervalul cerut), calculăm aria cu formula:

$$\text{aria}(\Gamma_f) = \int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 \frac{1}{x(x+1)} dx = \int_1^2 \frac{(x+1) - x}{x(x+1)} dx = \int_1^2 \frac{(x+1)}{x(x+1)} dx - \int_1^2 \frac{x}{x(x+1)} dx = \int_1^2 \frac{1}{x} dx - \int_1^2 \frac{1}{x+1} dx = \dots$$

3. $\text{aria}(\Gamma_f) = \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 x \cdot e^x dx = \dots$ (se integrează prin părți).

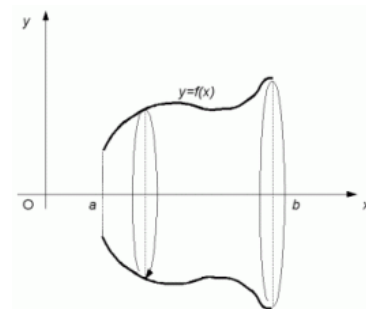
3.2. VOLUMUL UNUI CORP DE ROTAȚIE

Fie funcția $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ($a < b$) o funcție continuă și pozitivă.

Corpul obținut prin rotirea subgraficului funcției f în jurul axei Ox se numește **corpul de rotație** determinat de funcția f și se notează cu

$$C_f = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid \sqrt{y^2 + z^2} \leq f(x), a \leq x \leq b \right\} \quad \text{și are volumul}$$

$$V(C_f) = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$$



Probleme rezolvate:

1. Se consideră funcția $f: [0;1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x\sqrt{2-x^2}$. Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei Ox , a graficului funcției f .

Rezolvări/Indicații:

$$\begin{aligned} \text{vol}(C_f) &= \pi \int_0^1 f^2(x) dx = \pi \int_0^1 (x\sqrt{2-x^2})^2 dx = \pi \int_0^1 x^2(2-x^2) dx = \pi \left(\int_0^1 2x^2 dx - \int_0^1 x^4 dx \right) = \\ &= \pi \left(2 \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 - \frac{x^5}{5} \Big|_0^1 \right) = \pi \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{5} \right) = \frac{7\pi}{15}. \end{aligned}$$

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{-x} - x$. Să se determine volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei Ox a graficului funcției $g: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x) + f(-x)$.

Rezolvări/Indicații:

În primul rând să găsim funcția g : $g(x) = e^{-x} - x + e^x + x = e^{-x} + e^x$.

$$\begin{aligned} \text{vol}(C_f) &= \pi \int_0^1 f^2(x) dx = \pi \int_0^1 (e^{-x} + e^x)^2 dx = \pi \int_0^1 (e^{-2x} + 2e^{-x} \cdot e^x + e^{2x}) dx = \pi \left(\int_0^1 e^{-2x} dx + \int_0^1 2 dx + \int_0^1 e^{2x} dx \right) = \\ &= \pi \cdot \left(\frac{e^{-2x}}{\ln e^{-2}} \Big|_0^1 + 2 \cdot x \Big|_0^1 + \frac{e^{2x}}{\ln e^2} \Big|_0^1 \right) = \pi \cdot \left(\frac{e^{-2}}{-2} + 2 \cdot x \Big|_0^1 + \frac{e^{2x}}{2} \Big|_0^1 \right) = \pi \cdot \left(\frac{e^{-2}}{-2} - \frac{e^0}{-2} + 2 \cdot 1 - 2 \cdot 0 + \frac{e^2}{2} - \frac{e^0}{2} \right) = \\ &= \pi \cdot \left(-\frac{e^{-2}}{2} + \frac{1}{2} + 2 + \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2} \right) = \pi \cdot \left(-\frac{e^{-2}}{2} + 2 + \frac{e^2}{2} \right) = \pi \cdot \frac{e^2 - e^{-2} + 4}{2}. \end{aligned}$$

Probleme propuse:

1. Se consideră funcția $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{1-x}$. (a) Să se calculeze aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$; (b) Să se determine volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei Ox a graficului funcției f .

2. Se consideră funcția $f: [0; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x+3}{x^2+3x+2}$.

a) Să se demonstreze că $f(x) = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2}$, $\forall x \in [0; +\infty)$.

b) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.

c) Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei Ox , a graficului funcției

$$h: [0; 1] \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = f(x) - f(x+1) - \frac{1}{x+1}.$$

3. Se consideră funcția $f: [0; 1] \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = \sqrt{x}$.

a) Să se determine $\int f(x) dx$, unde $x \in [0; 1]$.

b) Să se calculeze aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției $g: [0; 1] \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin

$$g(x) = \frac{f^2(x)}{x^2+1}, \text{ axa } Ox \text{ și dreptele de ecuații } x=0 \text{ și } x=1.$$

c) Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei Ox , a graficului funcției

$$h: [0; 1] \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = e^{\frac{x}{2}} \cdot f(x), \text{ unde } x \in [0; 1].$$

APLICAȚII – CLASA A XII-A
STRUCTURI ALGEBRICE

1. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x * y = x + y - 1$.

- a) Arătați că $x * 1 = x, \forall x \in \mathbb{R}$.
- b) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x * x * x = 4$.
- c) Determinați $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$, pentru care $C_n^1 * C_n^2 = 14$.

2. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x * y = (x - 4)(y - 4) + 4$.

- a) Demonstrați că legea „ $*$ ” este asociativă.
- b) Demonstrați că $x * y \in (4, +\infty), \forall x, y \in (4, +\infty)$.
- c) Calculați $1 * 2 * 3 * \dots * 2010$.

3. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x * y = 2xy - 6x - 6y + 21$.

- a) Arătați că $x * y = 2(x - 3)(y - 3) + 3, \forall x, y \in \mathbb{R}$.
- b) Arătați că legea „ $*$ ” este asociativă pe \mathbb{R} .
- c) Calculați $1 * 2 * 3 * \dots * 2011$.

4. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x * y = xy + x + y$.

- a) Arătați că legea „ $*$ ” este asociativă.
- b) Determinați elementul neutru al legii „ $*$ ”.
- c) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x^2 * 2 = x * 4$.

5. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x * y = 2xy - x - y + 1$.

- a) Arătați că $x * y = xy + (1 - x)(1 - y), \forall x, y \in \mathbb{R}$.
- b) Arătați că legea „ $*$ ” este asociativă.
- c) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x * (1 - x) = 0$.

6. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = xy + 2x + 2y + 2$.

- a) Calculați $0 \circ (-2)$.
- b) Arătați că $x \circ y = (x + 2)(y + 2) - 2, \forall x, y \in \mathbb{R}$.
- c) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x \circ x \circ x = 6$.

7. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = xy - 2x - 2y + 6$.

- a) Verificați dacă $x \circ y = (x - 2)(y - 2) + 2, \forall x, y \in \mathbb{R}$.
- b) Arătați că $x \circ 2 = 2 \circ x, \forall x \in \mathbb{R}$.
- c) Calculați $1 \circ 2 \circ 3 \circ \dots \circ 2013$.

8. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 3xy + 3x + 3y + 2$.

- a) Arătați că $x \circ y = 3(x + 1)(y + 1) - 1, \forall x, y \in \mathbb{R}$.
- b) Determinați $a, b \in \mathbb{Z}$, știind că $a \circ b = 2$.
- c) Calculați $(-1) \circ 0 \circ 1 \circ \dots \circ 2015$.

9. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy - 7x - 7y + 56$.

- a) Calculați $(-7) * 7$.
- b) Arătați că $x * y = (x - 7)(y - 7) + 7, \forall x, y \in \mathbb{R}$.
- c) Calculați $1 * 2 * 3 * \dots * 2015$.

10. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = \frac{1}{2}(x - 3)(y - 3) + 3$.

- a) Calculați $(-3) \circ 3$.
- b) Determinați $n \in \mathbb{N}$, știind că $n \circ n = 11$.
- c) Calculați $1 \circ 2 \circ 3 \circ \dots \circ 2015$.

11. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 2xy - 6x - 6y + 21$.

a) Calculați $(-3) \circ 3$.

b) Arătați că $x \circ y = 2(x-3)(y-3) + 3, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

c) Calculați $1 \circ \sqrt{2} \circ \sqrt{3} \circ \dots \circ \sqrt{2015}$.

12. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x * y = -xy - x - y - 2$.

a) Calculați $(-1) * 1$.

b) Arătați că $x * y = -(x+1)(y+1) - 1, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

c) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $(x+2) * (2x-3) = 5$.

13. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x * y = 3xy + 6x + 6y + 10$.

a) Calculați $2 * (-2)$.

b) Arătați că $x * y = 3(x+2)(y+2) - 2, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

c) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x * x * x = x$.

14. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x \circ y = 3xy + 3x + 3y + 2$.

a) Calculați $(-1) \circ 1$.

b) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x \circ x = x$.

c) Determinați $(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, știind că $a \circ b = 8$.

15. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy - 4(x + y - 5)$.

a) Calculați $4 * 5$.

b) Arătați că $x * y = (x-4)(y-4) + 4, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

c) Calculați $1 * 2 * 3 * \dots * 2014$.

16. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x * y = 4(x + y - 3) - xy$.

a) Calculați $2 * 4$.

b) Arătați că $x * y = 4 - (x-4)(y-4), \forall x, y \in \mathbb{R}$.

c) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x * x * x = x$.

17. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = xy - 4x - 4y + 20$.

a) Calculați $3 \circ 4$.

b) Arătați că $x \circ y = (x-4)(y-4) + 4, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

c) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $\underbrace{x \circ x \circ x \circ \dots \circ x}_{\text{de } 2013 \text{ ori}} = 5$.

18. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x * y = 3x + 3y - xy - 6$.

a) Calculați $1 * 3$.

b) Arătați că $x * y = 3 - (x-3)(y-3), \forall x, y \in \mathbb{R}$.

c) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $\underbrace{x * x * x * \dots * x}_{\text{de } 2014 \text{ ori}} = x$.

19. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x * y = 3xy + 3x + 3y + 2$.

a) Arătați că $x * y = 3(x+1)(y+1) - 1, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

b) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $(x^2 - 2) * 5 = -1$.

c) Calculați $(-2009) * (-2008) * \dots * 2008 * 2009$.

20. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x * y = -3xy + 9x + 9y - 24$.

a) Arătați că $x * y = -3(x-3)(y-3) + 3, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

b) Demonstrați că legea „ $*$ ” este asociativă.

c) Determinați $x \in \mathbb{R}$, știind că $(x * x) * x = 12$.

21. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x \circ y = xy + 6x + 6y + 30$.

a) Arătați că $x \circ y = (x+6)(y+1) - 6, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

b) Arătați că $e = -5$ este elementul neutru al legii de compoziție „ \circ ”.

c) Determinați $x \in \mathbb{R}$, pentru care $x \circ (-2017) = 2017 \circ (-6)$.

22. Pe mulțimea \mathbb{Z} se definește legea de compoziție $x * y = x + y + 11$.

a) Demonstrați că legea „ $*$ ” este asociativă.

b) Rezolvați în \mathbb{Z} ecuația $\underbrace{x * x * x * \dots * x}_{\text{de } 6 \text{ ori}} = 1$.

c) Demonstrați că $(\mathbb{Z}, *)$ este grup comutativ.

23. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy + 3x + 3y + 6$.

a) Arătați că $x * y = (x + 3)(y + 3) - 3, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

b) Determinați elementul neutru al legii „ $*$ ”.

c) Determinați $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$, pentru care $C_n^2 * C_n^2 = 13$.

24. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy - 6x - 6y + 42$.

a) Arătați că $x * y = (x - 6)(y - 6) + 6, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

b) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x * x * x * x = x$.

c) Calculați $1 * 2 * 3 * \dots * 2009$.

25. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy - 10(x + y) + 110$.

a) Arătați că $x * y = (x - 10)(y - 10) + 10, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

b) Calculați $C_{10}^1 * C_{20}^1$.

c) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x * (x - 1) = 10$.

26. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy + 7(x + y) + 42$.

a) Calculați $\sqrt{2} * (-\sqrt{2})$.

b) Arătați că $x * y = (x + 7)(y + 7) - 7, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

c) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x * x * x = x$.

27. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție

$$x * y = (x - \sqrt{2})(y - \sqrt{2}) + \sqrt{2}.$$

a) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x * x = x$.

b) Demonstrați că legea „ $*$ ” este asociativă.

c) Determinați elementul neutru al legii „ $*$ ”.

28. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă

$$x * y = xy - \sqrt{2009}(x + y) + 2009 + \sqrt{2009}.$$

a) Arătați că $x * y = (x - \sqrt{2009})(y - \sqrt{2009}) + \sqrt{2009}, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

b) Determinați elementul neutru al legii „ $*$ ”.

c) Calculați $(-\sqrt{2009}) * (-\sqrt{2008}) * \dots * \sqrt{2008} * \sqrt{2009}$.

29. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x * y = xy + x + y$ și funcția

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + 1.$$

a) Demonstrați că legea „ $*$ ” este asociativă.

b) Arătați că $f(x * y) = f(x) \cdot f(y), \forall x, y \in \mathbb{R}$.

c) Calculați $1 * \frac{1}{2} * \frac{1}{3} * \dots * \frac{1}{2009}$.

30. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x * y = 2xy - 8x - 8y + 36$.

a) Arătați că $x * y = 2(x - 4)(y - 4) + 4, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

b) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x * x = 36$.

c) Calculați $\sqrt{1} * \sqrt{2} * \sqrt{3} * \dots * \sqrt{2009}$.

31. Pe mulțimea $G = (-1, 1)$ se definește legea de compoziție $x * y = \frac{x+y}{1+xy}$.

a) Demonstrați că $x * y \in G, \forall x, y \in G$.

b) Demonstrați că legea „ $*$ ” este asociativă.

c) Rezolvați în G ecuația $x * x = \frac{4}{5}$.

32. Pe mulțimea \mathbb{Z} se definesc legile de compoziție $x * y = x + y + 2$ și $x \circ y = xy + 2x + 2y + 2$.

a) Arătați că $x \circ y = (x+2)(y+2) - 2, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

b) Determinați simetricul elementului $x = -3$ în raport cu legea „ \circ ”.

c) Rezolvați în \mathbb{N} sistemul de ecuații $\begin{cases} x^2 * y^2 = 7 \\ x^2 \circ y^2 = 16 \end{cases}$.

33. Pe mulțimea \mathbb{Z} se definesc legile de compoziție $x * y = x + y - 3$ și $x \circ y = xy - 3(x+y) + 12$.

a) Rezolvați în \mathbb{Z} ecuația $x \circ x = 12$.

b) Arătați că $1 \circ (2 * 3) = (1 \circ 2) * (1 \circ 3)$.

c) Rezolvați în \mathbb{Z} sistemul de ecuații $\begin{cases} (x-3) * y = 2 \\ (x-y) \circ 4 = 10 \end{cases}$.

34. Fie mulțimea $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & 10b \\ b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Q}, a^2 - 10b^2 = 1 \right\}$.

a) Arătați că $A = \begin{pmatrix} 19 & 60 \\ 6 & 19 \end{pmatrix} \in G$.

b) Demonstrați că $X \cdot Y \in G, \forall X, Y \in G$.

c) Demonstrați că mulțimea G este infinită.

35. Fie mulțimea $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & -9 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R})$ și mulțimea

$G = \{ X(a) = I_2 + aA \mid a \in \mathbb{R} \}$.

a) Arătați că $X(a) \cdot X(b) = X(a+b-10ab), \forall a, b \in \mathbb{R}$.

b) Arătați că mulțimea $H = \{ X(a) \mid a \in \mathbb{R} \setminus \{ \frac{1}{10} \} \}$ este parte stabilă a lui $M_2(\mathbb{R})$ în raport cu înmulțirea matricelor.

c) Rezolvați ecuația $X^2 = I_2, X \in G$.

36. Fie mulțimea $G = \left\{ A_x = \begin{pmatrix} 2009^x & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & x & 1 \end{pmatrix} \mid x \in \mathbb{R} \right\}$.

a) Arătați că $I_3 \in G$.

b) Arătați că $A_x \cdot A_y = A_{x+y}, \forall x, y \in \mathbb{R}$

c) Arătați că $G = \{ A_x \mid x \in \mathbb{R} \}$ este grup în raport cu înmulțirea matricelor.

37. Pe mulțimea \mathbb{Z} se definesc legile de compoziție

$x * y = x + y - 3$ și $x \circ y = (x-3)(y-3) + 3$.

a) Rezolvați în \mathbb{Z} ecuația $x \circ x = x * x$.

b) Determinați $a \in \mathbb{Z}$ cu proprietatea $x \circ a = 3, \forall x \in \mathbb{Z}$.

c) Rezolvați sistemul de ecuații $\begin{cases} x * (y+1) = 4 \\ (x-y) \circ 1 = 5 \end{cases}, x, y \in \mathbb{Z}$.

38. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x * y = xy - 3x - 3y + 12$.

- Demonstrați că $x * y = (x - 3)(y - 3) + 3, \forall x, y \in \mathbb{R}$.
- Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x * x = 19$.
- Calculați $\sqrt[3]{1} * \sqrt[3]{2} * \sqrt[3]{3} * \dots * \sqrt[3]{2011}$.

39. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x * y = \frac{1}{2}(x + y - xy + 1), \forall x, y \in \mathbb{R}$.

- Verificați dacă legea „ $*$ ” este asociativă.
- Arătați că legea „ $*$ ” admite element neutru.
- Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x * x * x = 3$.

40. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x \circ y = x + ay + 1, \forall a \in \mathbb{R}$.

- Pentru $a = 1$ calculați $2011 \circ 2012$.
- Determinați $a \in \mathbb{R}$ pentru care legea „ \circ ” este asociativă.
- Pentru $a = -1$ rezolvați în \mathbb{R} ecuația $4^x \circ 2^x = 1$.

41. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x * y = \sqrt{x^2 + y^2 + 4}$.

- Calculați $2 * 2$.
- Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x * x = \sqrt{12}$.
- Arătați că numărul $\underbrace{1 * 1 * 1 * \dots * 1}_{de\ 8\ ori} \in \mathbb{Z}$.

42. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x \circ y = 2xy - 3x - 3y + 6$.

- Calculați $1 \circ 2$.
- Arătați că $x \circ y = 2\left(x - \frac{3}{2}\right)\left(y - \frac{3}{2}\right) + \frac{3}{2}, \forall x, y \in \mathbb{R}$.
- Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x \circ x = 2$.

43. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 6xy - 2x - 2y + 1$.

- Calculați $1 \circ \frac{1}{3}$.
- Determinați elementul neutru al legii „ \circ ”.
- Calculați $\frac{1}{1008} \circ \frac{2}{1008} \circ \frac{3}{1008} \circ \dots \circ \frac{2016}{1008}$

44. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy - 4x - 4y + 20$.

- Arătați că $x * y = (x - 4)(y - 4) + 4, \forall x, y \in \mathbb{R}$.
- Calculați $1 * 2 * 3 * \dots * 2016$.
- Determinați $a, b, c \in \mathbb{N}, a < b < c$, știind că $a * b * c = 66$.

45. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x * y = -2xy + 10x + 10y - 45$.

- Arătați că $x * y = -2(x - 5)(y - 5) + 5, \forall x, y \in \mathbb{R}$.
- Arătați că $1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8 * 9 * 10 = 5$.
- Determinați $m, n \in \mathbb{N}$, știind că $m * n = 27$.

46. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x * y = -xy + 2x + 2y - 2$.

- Arătați că $x * y = 2 - (x - 2)(y - 2), \forall x, y \in \mathbb{R}$.
- Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x * x = 1$.
- Demonstrați că, dacă $m, n, p \in \mathbb{Z}$, astfel încât $m * n * p = 2$, atunci produsul numerelor m, n și p este divizibil cu 2.

47. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 2xy - 6x - 6y + 21$.

- Arătați că $x \circ y = 2(x - 3)(y - 3) + 3, \forall x, y \in \mathbb{R}$.
- Arătați că $1 \circ 2 \circ 3 \circ 4 = 3$.
- Determinați $x \in \mathbb{R}$, pentru care $x \circ x \circ x = x$.

48. Pe mulțimea $M = (0, +\infty)$ se definește legea de compoziție $x \circ y = x^{2 \log_3 y}$.

- Calculați $2 \circ 9$.
- Determinați numărul real $x, x \in M$, știind că $x \circ 3 = 25$.
- Demonstrați că legea de compoziție „ \circ ” este comutativă

49. Pe mulțimea \mathbb{Z}_7 se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy + \hat{6}x + \hat{6}y + 2$.

- Arătați că $x * y = (x + \hat{6})(y + \hat{6}) + \hat{1}, \forall x, y \in \mathbb{Z}_7$.
- Demonstrați că $x * \hat{1} = \hat{1} * x = \hat{1}, \forall x \in \mathbb{Z}_7$.
- Calculați $\hat{0} * \hat{1} * 2 * \hat{3} * 4 * \hat{5} * \hat{6}$.

50. Pe mulțimea $\mathbb{Z}_{20} = \{\hat{0}, \hat{1}, 2, \dots, 19\}$ se definește legea de compoziție $x \circ y = xy + \hat{3}x + \hat{3}y + \hat{9}$.

- Arătați că $x \circ y = (x + \hat{3})(y + \hat{3}), \forall x, y \in \mathbb{Z}_{20}$.
- Determinați $a \in \mathbb{Z}_{20}$, știind că $a \circ x = \hat{0}, \forall x \in \mathbb{Z}_{20}$
- Dați exemplul de $a, b \in \mathbb{Z}_{20} \setminus \{17\}$ pentru care $a \circ b = \hat{0}$.

51. Se consideră inelul $(\mathbb{Z}_6, +, \cdot)$, unde $\mathbb{Z}_6 = \{\hat{0}, \hat{1}, 2, \hat{3}, 4, \hat{5}\}$.

- Rezolvați în \mathbb{Z}_6 ecuația $2x + \hat{5} = \hat{1}$.

- Calculați în \mathbb{Z}_6 determinantul $\Delta = \begin{vmatrix} \hat{1} & 2 & \hat{3} \\ 2 & \hat{3} & \hat{1} \\ \hat{3} & \hat{1} & 2 \end{vmatrix}$.

- Rezolvați în \mathbb{Z}_6 sistemul de ecuații $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x + 2y = \hat{5} \end{cases}$.

POLINOAME

46. Fie polinomul $f \in \mathbb{R}[X], f = X^3 - X - 5$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

- Calculați $f\left(-\frac{1}{2}\right)$.
- Determinați $\alpha \in \mathbb{R}$, știind că restul împărțirii polinomului f la $X - \alpha$ este egal cu -5 .

- Calculați determinantul $D = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}$.

47. Fie polinomul $f \in \mathbb{R}[X], f = X^3 - 9X^2 - X + 9$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

- Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la $X^2 - 1$.
- Arătați că $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 9(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) - 18$.
- Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $f(3^x) = 0$.

48. Fie polinomul $f \in \mathbb{R}[X], f = X^3 - 3X^2 + 5X + 1$, cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$.

- Calculați $(1 - x_1)(1 - x_2)(1 - x_3)$.
- Arătați că polinomul f nu are nici o rădăcină întreagă.
- Calculați $x_1^2 x_2 + x_1^2 x_3 + x_2^2 x_1 + x_2^2 x_3 + x_3^2 x_1 + x_3^2 x_2$.

49. Fie polinomul $f \in \mathbb{R}[X], f = X^3 + mX^2 - mX - 4, m \in \mathbb{R}$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

- Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că $x_1 + x_2 + x_3 = -2$.
- Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că polinomul f este divizibil cu polinomul $X^2 - 2$.

c) Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că polinomul f are o rădăcină rațională pozitivă.

50. Fie polinomul $f \in \mathbb{R}[X]$, $f = X^3 + pX^2 + 1$, $p \in \mathbb{R}$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

a) Calculați $f(-p)$.

b) Determinați $p \in \mathbb{R}$, știind că polinomul f este divizibil cu $X - 1$.

c) Calculați în funcție de p suma $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4$.

51. Fie polinomul $f \in \mathbb{R}[X]$, $f = X^3 - 2X^2 + aX + b$, $a, b \in \mathbb{R}$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

a) Pentru $a = 1, b = 0$, calculați rădăcinile polinomului f .

b) Determinați $a \in \mathbb{R}$, știind că $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 2$.

c) Determinați $a, b \in \mathbb{R}$, știind că $f = (X - x_1^2)(X - x_2^2)(X - x_3^2)$.

52. Fie polinomul $f \in \mathbb{R}[X]$, $f = 4X^3 - 12X^2 + aX + b$, cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$.

a) Determinați $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât polinomul f să se dividă cu $X^2 - 1$.

b) Determinați $a, b \in \mathbb{R}$, știind că polinomul f are rădăcina i .

c) Determinați $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât polinomul f să aibă rădăcinile în progresie aritmetică și $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 11$.

53. Fie polinomul $f \in \mathbb{Z}[X]$, $f = X^3 + aX^2 + X + b$, $a, b \in \mathbb{Z}$, cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$.

a) Pentru $a = b = 1$, aflați rădăcinile polinomului f .

b) Determinați $a, b \in \mathbb{Z}$, știind că polinomul f are rădăcina dublă 1.

c) Pentru $b = 1$, determinați $a \in \mathbb{Z}$, știind că polinomul f are o rădăcină rațională.

54. Fie polinomul $f \in \mathbb{R}[X]$, $f = X^3 + 4aX^2 + 20X + b$, cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$.

a) Pentru $a = 2, b = 0$, calculați rădăcinile polinomului f .

b) Calculați $(x_1 - x_2)^2 + (x_1 - x_3)^2 + (x_2 - x_3)^2$.

c) Determinați $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât polinomul f să aibă o rădăcină dublă egală cu $-a$.

55. Fie ecuația $x^3 - x + a = 0$, $a \in \mathbb{R}$, cu soluțiile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$.

a) Calculați $(x_1 + 1)(x_2 + 1)(x_3 + 1)$.

b) Determinați x_2 și x_3 , știind că $x_1 = 2$.

c) Determinați $a \in \mathbb{R}$, pentru care x_1, x_2, x_3 sunt numere întregi.

56. Fie ecuația $x^3 - 2x^2 + 2x - a = 0$, $a \in \mathbb{C}$, cu soluțiile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$.

a) Pentru $a = 1$ calculați x_1, x_2 și x_3 .

b) Arătați că $\forall a \in \mathbb{R}$, ecuația are o singură rădăcină reală.

c) Arătați că valoarea determinantului $\Delta = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_3 & x_1 & x_2 \\ x_2 & x_3 & x_1 \end{vmatrix}$ nu depinde de a .

57. Fie polinomul $f \in \mathbb{Z}_3[X]$, $f = X^3 + 2X^2 + m$, $m \in \mathbb{Z}_3$.

a) Calculați $f(\hat{0}) + f(\hat{1}) + f(\hat{2})$.

b) Pentru $m = 2$, determinați rădăcinile din \mathbb{Z}_3 ale polinomului f .

c) Determinați $m \in \mathbb{Z}_3$ pentru care polinomul f este ireductibil în $\mathbb{Z}_3[X]$.

58. Fie polinoamele $f, g \in \mathbb{Z}_5[X]$, $f = \hat{3}X^5 + \hat{3}X^3 + \hat{3}X + 4$ și $g = \hat{3}X^3 + \hat{3}X^2 + 2X + \hat{3}$.

a) Calculați $f(\hat{0}) + f(\hat{1})$.

b) Rezolvați în \mathbb{Z}_5 ecuația $f(x) = \hat{0}$.

c) Determinați câtul împărțirii polinomului f la polinomul g .

59. Fie polinoamele $f, g \in \mathbb{Z}_5[X], f = X^3 + mX^2 + X + \hat{1}$ și $g = X + \hat{3}$.

a) Determinați $m \in \mathbb{Z}_5$ astfel încât polinomul f să fie divizibil cu polinomul g .

b) Pentru $m = \hat{1}$, arătați că $f = (X + \hat{1})(X^2 + \hat{1})$.

c) Pentru $m = \hat{1}$, rezolvați în \mathbb{Z}_5 ecuația $f(x) = \hat{0}$.

60. Fie polinomul $f \in \mathbb{R}[X], f = X^3 - 2X^2 + mX - 8$.

a) Determinați $m \in \mathbb{R}$, astfel încât o rădăcină a polinomului f să fie egală cu 2.

b) Pentru $m = 4$, determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $g = X^2 - 2X + 4$.

c) Demonstrați că, dacă $m \in (2, +\infty)$, atunci f nu are toate rădăcinile reale.

61. Se consideră ecuația $x^3 + 2x^2 + 4 = 0$, cu soluțiile x_1, x_2, x_3 .

a) Calculați $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$.

b) Calculați $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}$.

c) Calculați valoarea determinantului $\Delta = \begin{vmatrix} x_1 & 1 : x_2 & 1 : x_3 \\ x_2 & 1 : x_3 & 1 : x_1 \\ x_3 & 1 : x_1 & 1 : x_2 \end{vmatrix}$.

62. Fie polinoamele $f, g \in \mathbb{Z}_3[X], f = X^2 + X$ și $g = X^2 + 2X + a$, cu $a \in \mathbb{Z}_3$.

a) Calculați $f(\hat{0}) + f(\hat{1})$.

b) Determinați rădăcinile polinomului f .

c) Demonstrați că $f(\hat{0}) + f(\hat{1}) + f(2) = g(\hat{0}) + g(\hat{1}) + g(2), \forall a \in \mathbb{Z}_3$.

63. Fie polinomul $f = X^3 + 2X^2, f \in \mathbb{Z}_3[X]$ și $G = \{g = aX^3 + bX^2 + cX + d \mid a, b, c, d \in \mathbb{Z}_3\}$.

a) Calculați $f(\hat{1})$.

b) Determinați rădăcinile polinomului f .

c) Determinați numărul elementelor mulțimii G .

64. Polinomul $f = X^3 + 2X^2 - 5X + m, m \in \mathbb{R}$ are rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

a) Calculați $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$.

b) Determinați $m \in \mathbb{R}^*$, pentru care $x_1 + x_2 + x_3 = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}$.

c) Arătați că determinantului $\Delta = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix} \in \mathbb{N}, \forall m \in \mathbb{R}$.

65. Fie polinomul $f = X^3 + (m-3)X^2 - 17X + (2m+7), m \in \mathbb{R}$.

a) Pentru $m = 4$, calculați restul împărțirii polinomului f la $X - 3$.

b) Determinați $m \in \mathbb{R}$, pentru care polinomul f este divizibil cu $X - 1$.

c) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $27^x + 9^x - 17 \cdot 3^x + 15 = 0$.

66. Fie polinomul $f = X^3 + 3X^2 - 3X - 1 \in \mathbb{R}[X]$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

a) Arătați că polinomul f se divide cu $X - 1$.

b) Calculați $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$.

c) Verificați dacă $(2 - x_1)(2 - x_2)(2 - x_3) = 13$.

67. Fie polinomul $f = X^3 + mX^2 + mX + 1, m \in \mathbb{R}$.

a) Pentru $m = 0$, calculați restul împărțirii polinomului f la $X - 1$.

- b) Arătați că polinomul f este divizibil cu $X + 1, \forall m \in \mathbb{R}$.
- c) Determinați $m \in \mathbb{R}$, pentru care polinomul f are trei rădăcini reale.

68. Fie polinomul $f \in \mathbb{Z}_5[X], f = mX^5 + nX, m, n \in \mathbb{Z}_5$.

- a) Determinați $n \in \mathbb{Z}_5$, pentru care $f(\hat{1}) = m$.
- b) Pentru $m = \hat{1}$ și $n = 4$, determinați rădăcinile din \mathbb{Z}_5 ale polinomului f .
- c) Arătați că, dacă $f(\hat{1}) = f(\hat{2})$, atunci $f(\hat{3}) = f(\hat{4})$.

69. Fie polinomul $f = X^3 - 2X^2 - 2X + m, m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

- a) Pentru $m = 3$, calculați $f(1)$.
- b) Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că restul împărțirii polinomului f la $X - 2$ să fie egal cu 2.
- c) Pentru $m = 4$, calculați $(x_1 + x_2 + x_3) \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} \right)$.

70. Fie polinomul $f = X^3 - mX^2 + 3X - 1, m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

- a) Calculați $f(2) - f(-2)$.
- b) Determinați restul împărțirii polinomului f la $X + 2$, știind că restul împărțirii polinomului f la $X - 2$ este egal cu 9.
- c) Determinați $m \in \mathbb{R}$, pentru care $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 3$.

71. Fie polinomul $f = X^3 - 4X^2 + 3X - m, m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$.

- a) Pentru $m = 4$, calculați $f(4)$.
- b) Determinați $m \in \mathbb{R}$, pentru care rădăcinile polinomului f verifică relația $x_1 + x_2 = x_3$.
- c) Dacă $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 7(x_1 + x_2 + x_3)$, arătați că polinomul f se divide cu $X - 3$.

72. Fie polinomul $f = X^3 - X + m, m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

- a) Pentru $m = -2$, calculați $f(2)$.
- b) Calculați $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$.
- c) Arătați că, dacă polinomul f are o rădăcină întreagă, atunci m este multiplu de 6.

73. Fie polinomul $f = X^3 + X^2 + mX + m, m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$.

- a) Arătați că polinomul f este divizibil cu $X + 1, \forall m \in \mathbb{R}$.
- b) Determinați $m \in \mathbb{R}$, pentru care $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 11$.
- c) Determinați $m \in \mathbb{R}$ știind că $|x_1| = |x_2| = |x_3|$.

74. Fie polinomul $f = X^3 + X + m, m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$.

- a) Pentru $m = -2$, calculați $f(1)$.
- b) Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că $(2 - x_1)(2 - x_2)(2 - x_3) = 2$.
- c) Pentru $m \neq 0$, determinați un polinom de grad trei, având coeficienți reali, care are rădăcinile $\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}$ și $\frac{1}{x_3}$.

75. Fie polinomul $f = X^3 + mX^2 + mX + 1, m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$.

- a) Calculați $f(-1)$.
- b) Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = -1$.
- c) Determinați $m \in \mathbb{R}$, pentru care toate rădăcinile polinomului f sunt reale.

76. Fie polinomul $f = X^3 + X^2 - 3X + 2$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

- a) Calculați $f(0)$.

b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la $X^2 - 4$.

c) Calculați $(x_1 - x_2)^2 + (x_2 - x_3)^2 + (x_3 - x_1)^2$.

77. Fie polinomul $f = X^3 - 2X^2 + 3X + m, m \in \mathbb{R}$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

a) Calculați $f(1)$.

b) Calculați $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$.

c) Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 8$.

78. Se consideră polinomul $f = X^3 - 6X^2 + mX - 6, m \in \mathbb{R}$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

a) Calculați $f(0)$.

b) Calculați $\frac{1}{x_1 x_2} + \frac{1}{x_1 x_3} + \frac{1}{x_2 x_3}$.

c) Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că rădăcinile polinomului f sunt trei numere întregi consecutive.

79. Fie polinomul $f = X^3 + X^2 - 4X + 2m, m \in \mathbb{R}$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

a) Calculați $f(0)$.

b) Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că $1+i$ este rădăcină a polinomului f .

c) Pentru $m=3$, calculați $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$.

80. Fie polinomul $f = X^3 - 3X^2 + mX - 2, m \in \mathbb{R}$.

a) Calculați $f(2)$.

b) Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că polinomul f este divizibil prin $X^2 - X + 1$.

c) Pentru $m=3$, rezolvați în \mathbb{R} ecuația $f(2^x) = 0$.

81. Fie polinomul $f \in \mathbb{Z}_5[X], f = X^3 + aX, a \in \mathbb{Z}_5$.

a) Calculați $f(\hat{0})$.

b) Determinați $a \in \mathbb{Z}_5$, știind că $f(\hat{3}) = \hat{3}$.

c) Arătați că, dacă $f(\hat{1}) = f(\hat{2})$, atunci $f(\hat{3}) = f(\hat{4})$.

82. Fie polinomul $f = X^3 + mX - 3, m \in \mathbb{R}$.

a) Pentru $m=2$, calculați $f(1)$.

b) Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că polinomul f este divizibil cu $X+1$.

c) Arătați că, pentru $\forall m \in \mathbb{R}, m > 0$, polinomul f are două rădăcini de module egale.

83. Fie polinomul $f = X^3 - 2X^2 + 2X + m, m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

a) Calculați $f(0)$.

b) Pentru $m=-1$, calculați $(x_1 + x_2 + x_3) \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} \right)$.

c) Arătați că polinomul f nu are toate rădăcinile reale.

84. Fie polinomul $f = X^3 - mX + 2, m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

a) Calculați $f(0)$.

b) Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că restul împărțirii polinomului f la polinomul $g = X^2 + X - 2$ este egal cu 0.

c) Calculați $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$.

85. Fie polinomul $f = X^3 + 2X^2 + X + m, m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

a) Calculați $f(0)$.

b) Pentru $m=1$, arătați că $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 5x_1 x_2 x_3$.

c) Determinați numărul natural prim m , știind că polinomul f are o rădăcină întregă.

86. Fie polinomul $f = X^3 - 4X^2 + mX + 2, m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

a) Calculați $f(0)$.

b) Determinați $m \in \mathbb{R}$, pentru care $x_1 = x_2 + x_3$.

c) Pentru $m = 8$, arătați că polinomul f nu are toate rădăcinile reale.

87. Fie polinomul $f = X^3 - 5X + m, m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

a) Calculați $f(0)$.

b) Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 2016 - 4m$.

c) Demonstrați că polinomul f are o cel mult o rădăcină întregă.

88. Fie polinomul $f = X^3 - X^2 + mX + 2, m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

a) Calculați $f(-1) + f(1)$.

b) Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că polinomul f este divizibil cu polinomul $X^2 - 2X + 2$.

c) Calculați $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + 3x_1x_2 + 3x_2x_3 + 3x_1x_3$.

89. Fie polinomul $f = X^4 + mX^2 + 2, m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3, x_4 .

a) Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că $f(1) = 0$.

b) Calculați $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + 2(x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4)$.

c) Pentru $m = 3$, descompuneți polinomul f în factori ireductibili în $\mathbb{R}[X]$.

90. Fie polinomul $f = X^3 - 4X^2 + mX + 4, m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

a) Arătați că $f(-1) + f(1) = 0, \forall m \in \mathbb{R}$.

b) Pentru $m = -1$, arătați că polinomul f se divide cu $X^2 - 1$.

c) Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 4\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}\right) = 0$.

91. Fie polinomul $f = X^3 + mX^2 + X - 1, m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

a) Arătați că $f(1) - f(-1) = 4, \forall m \in \mathbb{R}$.

b) Pentru $m = 2$, determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $X^2 + X + 1$.

c) Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că $x_1 + x_2 + x_3 + x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = x_1x_2x_3 - 1$.

92. Fie polinomul $f = X^3 + mX^2 + 2X - 4, m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

a) Pentru $m = 1$, arătați că $f(1) = 0$.

b) Arătați că, dacă polinomul f se divide cu $X + 2$, atunci restul împărțirii lui f la $X + 3$ este egal cu -1 .

c) Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + x_1 + x_2 + x_3 = \frac{1}{2}$.

93. Fie polinomul $f = X^3 - (m + 2)X^2 + (m^2 + 2)X - 1, m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

a) Arătați că $f(0) = -1, \forall m \in \mathbb{R}$.

b) Arătați că $(x_1 - x_2)^2 + (x_2 - x_3)^2 + (x_3 - x_1)^2 = -4(m - 1)^2, \forall m \in \mathbb{R}$.

c) Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că toate rădăcinile polinomului f sunt numere reale.

94. Fie polinomul $f = X^3 - 2X^2 - X + m, m \in \mathbb{R}$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

a) Pentru $m = 2$, arătați $f(2) = 0$.

b) Arătați că, dacă polinomul f se divide cu $X + 1$, atunci polinomul f se divide cu $X^2 - 3X + 2$.

c) Determinați $m \in \mathbb{R}^*$, știind că $\frac{x_1}{x_2 x_3} + \frac{x_2}{x_3 x_1} + \frac{x_3}{x_1 x_2} = 6$.

95. Fie polinomul $f = X^3 - 4X^2 + 5X + m, m \in \mathbb{R}$.

a) Arătați că $f(1) - f(-1) = 12, \forall m \in \mathbb{R}$.

b) Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că polinomul f este divizibil cu polinomul $X - 2$.

c) Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că toate rădăcinile polinomului f sunt numere întregi.

APLICAȚII – CLASA A XII-A
ANALIZĂ MATEMATICĂ - PRIMITIVE

Calculați:

$$\int (3x - 1)dx = \int \left(6x^2 + \frac{1}{2}\right)dx = \int (3x^2 + 10x)dx =$$

$$\int (2x^3 - 4x^2 - 5x + 9)dx = \int (12x - 4)dx = \int (2x^3 - 3x^2 - 5)dx =$$

$$\int (8x^7 + 1)dx = \int (5x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 6x + 1)dx = \int (x + 5)(x - 3)dx =$$

$$\int (1 - x)(2 + x^2)dx = \int 2(x - 1)(x + 1)dx = \int (1 - 2x)(1 + 2x)dx =$$

$$\int (2 - 3x)^2 dx = \int (x - 5)^2 dx = \int (2x + 1)^2 dx =$$

$$\int (4x + 3)^2 dx = \int (x - 1)^3 dx = \int (2 + x)^3 dx =$$

$$\int (x - 2)^3 dx = \int (2x - 1)^3 dx = \int (x^2 - 2x)^3 dx =$$

$$\int \frac{3x^5 + x^2 + x - 1}{x^3} dx = \int \frac{x^4 - 2x^2 + 1}{x^2} dx = \int \frac{1}{x^3} dx =$$

$$\int \frac{5}{x^2} dx = \int \sqrt{x} dx = \int x \cdot \sqrt{x} dx =$$

1. Să se calculeze primitivele următoarelor funcții:

a) $f(x) = x^3 + 4x^2 - 5x + 8; x \in \mathbb{R}$

b) $f(x) = 2x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 4x - 3; x \in \mathbb{R}$

c) $f(x) = x + \frac{1}{x}; x \in (0, \infty)$

d) $f(x) = a \cdot \sin x + b \cdot \cos x; x \in \mathbb{R}$

e) $f(x) = \frac{2}{\sqrt{1-4x^2}}; x \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

f) $f(x) = \frac{4}{\sqrt{4-x^2}}; x \in (-2, 2)$

g) $f(x) = \frac{8}{x^2+4}; x \in \mathbb{R}$

h) $f(x) = \frac{2}{x^2+16}; x \in \mathbb{R}$

i) $f(x) = 2^x + e^x; x \in \mathbb{R}$

j) $f(x) = \frac{7}{x^2-1}; x \in (-1, 1)$

k) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}; x \in (0, \infty)$

l) $f(x) = x\sqrt{x} + x\sqrt[3]{x^2}; x \in (0, \infty)$.

2. Să se determine primitivele următoarelor funcții:

a) $f(x) = x \cdot \ln x; x > 0$

b) $f(x) = \frac{1}{x} \cdot \ln x; x > 0$

c) $f(x) = x \cdot e^x; x \in \mathbb{R}$

d) $f(x) = e^x \cdot \sin x; x \in \mathbb{R}$

e) $f(x) = e^x \cdot \cos x; x \in \mathbb{R}$

f) $f(x) = \sin^2 x; x \in \mathbb{R}$

3. Să se calculeze primitivele următoarelor funcții:

a) $f(x) = \frac{4x+2}{x^2+x+3}; x \in \mathbb{R}$

- b) $f(x) = \frac{8x^3+6x}{2x^4+3x^2+5}; x \in \mathbb{R}$
 c) $f(x) = \frac{\sin x}{1+\cos^2 x}; x \in \mathbb{R}$
 d) $f(x) = \frac{x^2}{1+x^6}; x \in \mathbb{R}$
 e) $f(x) = \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}}; x \in (-\infty, 0)$
 f) $f(x) = \frac{e^{2x}}{1+e^x}; x \in \mathbb{R}$

EXERSATI

- Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$. Să se arate că funcția $F: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, F(x) = x + \frac{1}{x}$ este o primitivă a funcției f .
- Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 2, & x \leq 1 \\ \ln x, & x > 1 \end{cases}$
 - Să se arate că funcția f admite primitive.
 - Să se demonstreze că orice primitivă a funcției f este convexă pe $(1, \infty)$.
- Se consideră funcția $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 1 - \sqrt{x}$. Să se determine mulțimea primitivelor funcției f .
- Se consideră funcția $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x+2}$. Să se calculeze $\int f^2(x) dx$.
- Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x^2 + x - 2, & x < 1 \\ (x+1)\ln x, & x \geq 1 \end{cases}$. Să se arate că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .
- Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^{2009} + x + 1$. Să se determine primitiva F a funcției f care are proprietatea $F(0) = 1$.
- Se consideră funcția $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2}$. Să se arate că $\int (x+1)(x+2)f(x) dx = x^2 + 3x + C, x \geq 0$.
- Se consideră funcțiile $f, g: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^3}{(x+1)}$ și $g = f'(x)$. Să se determine primitiva funcției g a cărei asimptotă spre ∞ este dreapta de ecuație $y = 2x$.
- Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^{x^2}$. Să se determine $\int f(\sqrt{x}) dx, x \in [0, \infty)$.
- Se consideră funcția $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 1 - x$. Să se determine mulțimea primitivelor funcției f .
- Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 1}$. Să se determine $\int (x^2 + 1)f(x) dx$.
- Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^{1004} + 2009^x$.
 - Să se determine $\int f(x) dx$.
 - Să se demonstreze că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe \mathbb{R} .
- Se consideră funcția $f: [1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \ln x + \frac{1}{x}$. Să se arate că funcția $F: [1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, F(x) = (x+1)\ln x - x + 1$ este o primitivă a funcției f .
- Se consideră funcția $f: [2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1}$. Să se demonstreze că orice primitivă a funcției f este concavă pe $[2, \infty)$.
- Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^x + \ln x$. Știind că $g: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = f(x) - \ln x$, să se arate că $\int g(x) dx = g(x) + C, x > 0$.

16. Se consideră funcțiile $f, g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{e^{2x} + 1}{e^x}$ și $g(x) = \frac{e^{2x} - 1}{e^x}$. Să se arate că funcția g este o primitivă a funcției f .
17. Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 + e^x + 1$. Să se demonstreze că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe \mathbf{R} .
18. Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \begin{cases} e \cdot e^x, & x \leq -1 \\ 2 + x, & x > -1 \end{cases}$. Să se arate că funcția f admite primitive pe \mathbf{R} .
19. Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \begin{cases} x_2 + e^x, & x \leq 0 \\ \sqrt{x} + 1, & x > 0 \end{cases}$. Să se arate că funcția f admite primitive pe \mathbf{R} .
20. Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = (x-1)^{2007}$. Să se calculeze $\int f(x) dx$.
21. Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = xe^x$. Să se arate că funcția $F: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $F(x) = (x-1)e^x$ este o primitivă a funcției f .
22. Se consideră funcția $f: [1, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{x(1 + \ln x)}$. Să se demonstreze că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe $[1, \infty)$.
23. Se consideră funcțiile $f, g: (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = e^x$ și $g = \frac{1}{x}$. Să se calculeze primitivele funcției $f+g$.
24. Se consideră funcțiile $f_m: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ definite prin $f_m(x) = m^2 x^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$, unde $m \in \mathbf{R}$. Să se calculeze $\int f_1(x) dx$.
25. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \ln x - x$. Să se demonstreze că orice primitivă a funcției f este concavă pe $(0, \infty)$.
26. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x+1)^2}$. Să se demonstreze că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe $(0, \infty)$.
27. Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 3^x + 3^{-x}$. Să se demonstreze că orice primitivă a funcției f este concavă pe $(-\infty, 0]$ și convexă pe $[0, \infty)$.
28. Se consideră funcția $f: [1, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \ln x + \frac{1}{x}$. Să se arate că funcția $F: [1, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $F(x) = (x+1)\ln x - x + 1$, este o primitivă a funcției f care se anulează în $x=1$.
29. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 1 + \ln x$. Să se arate că funcția $g: (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $g(x) = x \ln x$ este o primitivă a funcției f .
30. Se consideră funcțiile $f, g: (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, date prin $f(x) = x^2 + x \ln x$ și $g(x) = 2x + \ln x + 1$. Să se arate că f este o primitivă a funcției g .
31. Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = e^x + 3x^2 + 2$. Să se arate că funcția $F: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $F(x) = e^x + x^3 + 2x - 1$ este o primitivă a funcției f .
32. Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \begin{cases} x + 2, & x < 0 \\ e^x + 1, & x \geq 0 \end{cases}$. Să se arate că funcția f admite primitive.
33. Se consideră funcțiile $f, g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definite prin $f(x) = \ln(x^2 + 1)$ și $g(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$. Să se arate că $\int g(x) dx = f(x) + C$.
34. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$. Să se arate că funcția $F: (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $F(x) = x - \ln x$ este o primitivă a funcției f .

35. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - \frac{1}{x}$. Să se demonstreze că orice primitivă a funcției f este convexă pe intervalul $(0, \infty)$.
36. Se consideră funcția $f: [1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{x}$. Să se arate că funcția $g: [1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$ este o primitivă a funcției f .
37. Se consideră funcția $f: \left(\frac{1}{2}, \infty\right) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{2x - 1}$. Să se calculeze $\int f^2(x) dx$.
38. Se consideră funcțiile $f, g: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, date prin $f(x) = \sqrt{x} + \ln x$ și $g(x) = \frac{\sqrt{x} + 2}{2x}$. Să se arate că f este o primitivă a funcției g .
39. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + x^2 + 2x$. Să se arate că funcția $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = e^x + \frac{x^3}{3} + x^2 + 1$ este o primitivă a funcției f .
40. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x + 1, & x < 0 \\ \frac{1}{x + 1} - \sqrt{x}, & x \geq 0 \end{cases}$. Să se arate că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .
41. Se consideră funcțiile $f_m: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definite prin $f_m(x) = m^2 x^2 + mx + 1$, unde $m \in \mathbb{R}^*$. Să se demonstreze că funcțiile $f_m: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sunt crescătoare pentru orice $m \in \mathbb{R}^*$.
42. Se consideră funcția $F: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \frac{1}{x + 1} - \frac{1}{x + 2}$. Să se determine funcția $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, astfel încât F să fie o primitivă a funcției f .
43. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^3, & x \leq 0 \\ x + \sqrt{x}, & x > 0 \end{cases}$. Să se arate că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .
44. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^2}$. Să se determine primitiva $F: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ a funcției f , care verifică relația $F(1) = 0$.
45. Se consideră funcțiile $f_m: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ definite prin $f_m(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x + 1} + \frac{1}{x + 2} + \dots + \frac{1}{x + m}$ unde $m \in \mathbb{R}$. Știind că F este o primitivă a funcției f_1 , să se arate că funcția $G: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, definită prin $G(x) = F(x) - \frac{5}{6}x$ este crescătoare.
46. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x + 5, & x < -1 \\ 3x^2 + 1, & x \geq -1 \end{cases}$. Să se arate că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .
47. Se consideră funcțiile $f, F: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + \frac{x - 1}{x}$ și $F(x) = e^x + x - \ln x$. Să se arate că funcția F este o primitivă a funcției f .
48. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{x + 1}{x - 2}, & x \leq 1 \\ \ln x - 2, & x > 1 \end{cases}$. Să se arate că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .
49. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x}{1 + x^2}$. Să se arate că orice primitivă a funcției f , este crescătoare pe $(0, \infty)$.

50. Se consideră funcțiile $f_m : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definite prin $f_m(x) = \frac{1}{(x^2 + 1)^n}$. Să se determine primitive G a funcției $g(x) = \frac{1}{f_2(x)}$, care verifică relația $G(1) = \frac{13}{15}$.
51. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \frac{1}{x}$. Să se determine $\int f(x) dx$.
52. Se consideră funcția $f: (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x+2}$. Să se calculeze $\int f^2(x) dx$.
53. Se consideră funcțiile $f_m : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definite prin $f_m = x^m + 1$. Să se determine $\int f_1(x) dx$.
54. Se consideră funcțiile $f_m : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ definite prin $f_m = x^m + (1-x)^m$. Să se determine $\int f_2(x) dx$.
55. Se consideră funcțiile $f_m : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ definite prin $f_m = (2-x)^n$. Să se determine $\int f_1(x) dx$.
56. Se consideră funcția $f: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \frac{2}{x}$. Să se determine $\int f(x) dx$.
57. Să se determine $\int (x + \sqrt{x}) dx$.
58. Să se determine $\int \left(\frac{1}{x} - 3\sqrt{x} \right) dx$.
59. Se consideră funcția $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1-x$. Să se determine $\int f(x) dx$.
60. Se consideră funcțiile $f_m : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ definite prin $f_m = (x^{m+1} + 1) \cdot e^x$. Să se determine $\int f_0(x) \cdot e^{-x} dx$.
61. Se consideră funcțiile $f_m : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ definite prin $f_n(x) = e^{x^n}$, $n \in \mathbb{N}^*$. Să se determine $\int f_1(x) dx$.

INTEGRALA DEFINITA - APLICATII

1. Folosind formula lui Leibniz-Newton, să se calculeze integralele:

- a) $\int_{-2}^1 (12x^2 + 4x - 3) dx$;
- b) $\int_0^2 (2x\sqrt{x} - 3) dx$;
- c) $\int_0^1 \frac{1}{x^3} dx$;
- d) $\int_{-2}^0 \frac{1}{x^2-9} dx$;
- e) $\int_2^7 \left(x^{\frac{2}{5}} - 3x^{\frac{1}{3}} \right) dx$;
- f) $\int_1^{12} \left(\frac{1}{\sqrt[5]{x}} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right) dx$;
- g) $\int_1^3 \frac{1}{16-x^2} dx$.

2. Să se calculeze următoarele integrale:

- a) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x dx$;
- b) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \sin x dx$;
- c) $\int_{-\frac{\pi}{6}}^0 2 \sin x \cos x dx$;
- d) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{2\pi} (\cos^2 x - 1) dx$;
- e) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{4\pi}{3}} (\sin^2 5x + \cos^2 5x) dx$;
- f) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{3\pi}{6}} \frac{1}{1-\cos^2 2x} dx$;
- g) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^0 \frac{1-\cos^2 2x}{1-\sin^2 2x} dx$.

3. Să se calculeze integralele definite:

- a) $\int_0^3 \frac{1}{\sqrt{4+x^2}} dx$;
- b) $\int_0^2 3^x dx$;
- c) $\int_0^1 2^x \ln 2 dx$;
- d) $\int_{\frac{4}{\sqrt{5}}}^{\frac{7}{3}} \frac{1}{\sqrt{1-9x^2}} dx$.

4. Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât:

$$\int_2^a (4x + 2) dx = 48$$

Să se calculeze integralele:

- a) $\int_0^2 |x^2 - 1| dx$;
- b) $\int_0^2 \max(2x^2 - 3, x^2 - 2x) dx$.

5. Să se calculeze integralele următoare aplicând proprietatea de liniaritate a integralei:

- a) $\int_{-2}^2 (2x^2 - 5x + 3) dx$;
- b) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} (2 \sin x - 3 \cos x) dx$;
- c) $\int_2^3 \frac{1+x^3}{x^4} dx$;
- d) $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{x^2-5}{1+x^2} dx$.

6. Să se calculeze integralele aplicând proprietatea de aditivitate a integralei în raport cu intervalul:

- a) $\int_1^2 |2x - 3| dx$;
- b) $\int_{\frac{5\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} |\sin x| dx$;
- c) $\int_3^6 |25 - x^2| dx$.

7. se arate că funcțiile $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ sunt continue și să se calculeze integralele acestora:

- a) $f(x) = \begin{cases} 5x - 7, & \text{dacă } x \in [-1, 2] \\ x^2 - 1, & \text{dacă } x \in (2, 4] \end{cases}$,
- b) $f(x) = \begin{cases} \frac{1+x}{x^3}, & \text{dacă } x \in [0, 1] \\ x^3 + 1, & \text{dacă } x \in (1, 2] \end{cases}$.

8. Fără a calcula integrala, să se verifice că:

$$-16 \leq \int_{-2}^2 (2 - 3x) dx \leq 32$$

9. Să se calculeze următoarele integrale, utilizând metoda de integrare prin părți:

- a) $\int_0^1 x e^x dx$;
- b) $\int_e^3 \ln x dx$;
- c) $\int_0^{\pi} x \sin x dx$;
- d) $\int_2^3 \sqrt{x^2 - 3} dx$.

EXERCITII RECAPITULATIVE

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x-1, & x \geq 1 \\ -x+1, & x < 1 \end{cases}$.

a) Calculați $\int_1^2 f(x) dx$.

b) Determinați $a \in (0, 1)$, astfel încât $\int_{-a}^a f(x) dx = 1$.

c) Calculați $\int_0^1 x \cdot f(e^x) dx$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x+5, & x < -1 \\ 3x^2+1, & x \geq -1 \end{cases}$.

a) Demonstrați că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .

b) Calculați $\int_{-3}^{-2} f(x) dx$.

c) Arătați că $\forall m \in [-1, +\infty)$ aria suprafeței determinate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = m$ și $x = m + 1$ este cel puțin $\frac{5}{4}$.

3. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x + 2, & x < 0 \\ e^x + 1, & x \geq 0 \end{cases}$.

a) Demonstrați că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .

b) Calculați $\int_{-1}^1 f(x) dx$.

c) Calculați $\int_0^1 x \cdot f(x^2) dx$.

4. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x^2 + e^x, & x \leq 0 \\ \sqrt{x} + 1, & x > 0 \end{cases}$.

a) Demonstrați că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .

b) Calculați $\int_{-1}^0 x \cdot f(x) dx$.

c) Calculați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox , a graficului funcției $g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = f(x)$.

5. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x + 1, & x < 0 \\ \frac{1}{x + 1} - \sqrt{x}, & x \geq 0 \end{cases}$.

a) Demonstrați că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .

b) Calculați $\int_0^1 f(x) dx$.

c) Calculați aria suprafeței determinate de graficul funcției $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = -x \cdot f(x^2)$, axa Ox și dreptele de ecuații $x = 1$ și $x = 2$.

6. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} e^{x+1}, & x \leq -1 \\ x + 2, & x > -1 \end{cases}$.

a) Demonstrați că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .

b) Calculați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox , a graficului funcției $g : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = f(x)$.

c) Calculați $\int_{-2}^0 \frac{xf(x)}{e} dx$.

7. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x^2 + x - 2, & x < 1 \\ (x + 1) \ln x, & x \geq 1 \end{cases}$.

a) Demonstrați că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .

b) Calculați $\int_0^1 f(x) dx$.

c) Calculați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox , a graficului funcției $g : [1, e] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \frac{f(x)}{x + 1}$.

8. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + e^x + 1$.

a) Arătați că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe \mathbb{R} .

b) Calculați $\int_0^1 x \cdot f(x) dx$.

c) Calculați $\int_1^e \frac{f(\ln x)}{x} dx$.

9. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \ln x - x$.

a) Calculați $\int_1^2 (x - f(x) + \ln x)^2 dx$.

b) Arătați că orice primitivă a funcției f este concavă pe intervalul $(1, +\infty)$.

c) Calculați aria suprafeței determinate de graficul funcției $g : [1, e] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = f(x) + x$, axa Ox și dreptele de ecuații $x = 1$ și $x = e$.

10. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3^x + 3^{-x}$.

a) Calculați $\int_{-1}^1 f(x) dx$.

b) Calculați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox , a graficului funcției $g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 3^{-x}$.

c) Arătați că orice primitivă a funcției f este concavă pe intervalul $(-\infty, 0]$ și convexă pe intervalul $[0, +\infty)$.

11. Se consideră funcția $f : [2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1}$.

a) Calculați $\int_2^e \left(f(x) - \frac{1}{x-1} \right) dx$.

b) Arătați că orice primitivă a funcției f este concavă pe intervalul $[2, +\infty)$.

c) Determinați $a \in \mathbb{R}, a > 2$, știind că suprafața plană delimitată de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 2$ și $x = a$, are aria egală cu $\ln 3$.

12. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x+1)^2}$.

a) Calculați $\int_1^e x \left(f(x) + \frac{1}{(x+1)^2} \right) dx$.

b) Arătați că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe intervalul $(0, +\infty)$.

c) Calculați $\int_1^2 f'(x) \cdot f(x) dx$.

13. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 1}$.

a) Calculați $\int (x^2 + 1) f(x) dx$.

b) Calculați $\int_0^1 f(x) dx$.

c) Calculați $\int_0^1 f'(x) \cdot e^{f(x)} dx$.

14. Se consideră funcțiile $f, F : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{\ln x + 2}{\sqrt{x}}$

și $F(x) = 2\sqrt{x} \ln x$.

a) Demonstrați că funcția F este o primitivă a funcției f .

b) Calculați $\int_1^e f(x) dx$.

c) Calculați $\int_1^e f(x) \cdot F(x) dx$.

15. Se consideră funcțiile $f, g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^x \cdot \ln x$

și $g(x) = \frac{e^x}{x}$.

a) Calculați $\int_1^2 x \cdot g(x) dx$.

b) Calculați $\int_e^{e^2} \frac{f(x)}{x \cdot e^x} dx$.

c) Demonstrați că $\int_1^e (f(x) + g(x)) dx = e^e$.

16. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^{2012} + x^{2011} + x^2 + x$.

a) Determinați primitiva $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a funcției f , care verifică relația $F(0) = 1$.

b) Calculați $\int_0^1 \frac{f(x)}{x+1} dx$.

c) Calculați volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei Ox , a graficului funcției $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = f(x) - x^{2012} - x^{2011}$.

17. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = xe^x$.

a) Arătați că funcția $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, F(x) = xe^x - e^x + 2012$ este o primitivă a funcției f .

b) Calculați $\int_1^e f(\ln x) dx$.

c) Calculați volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei

Ox , a graficului funcției $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \frac{f(x)}{x}$.

18. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$.

a) Calculați $\int_0^1 x \cdot f(x) dx$.

b) Calculați $\int_0^1 x \cdot f'(x) dx$.

c) Calculați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției

$g: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \frac{1}{f(x)}$.

19. Se consideră funcția $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x}{x+1}$.

a) Calculați $\int_0^1 (x+1) \cdot f(x) dx$.

b) Calculați $\int_0^1 x^2 \cdot f(x) dx + \int_0^1 x^3 \cdot f(x) dx$.

c) Calculați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției

$h: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = f(x)$.

20. Se consideră funcția $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$.

a) Calculați $\int_2^4 (x-1) \cdot f(x) dx$.

b) Calculați $\int_2^3 (x^3 - 1) \cdot f(x) dx$.

c) Calculați aria suprafeței delimitate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 2$ și $x = 3$.

21. Se consideră funcțiile $f, F: (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$,

$f(x) = x + 2 + \frac{1}{x+2}$ și $F(x) = \frac{x^2}{2} + 2x + \ln(x+2)$.

a) Calculați $\int_0^1 (x+2) \cdot f(x) dx$.

b) Verificați dacă funcția F este o primitivă a funcției f .

c) Calculați $\int_{-1}^0 F(x) \cdot f(x) dx$.

22. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x(x+1)(x-1)$.

a) Calculați $\int_2^3 \frac{f(x)}{x(x-1)} dx$.

b) Determinați primitiva F a funcției f , știind că $F(1) = -1$.

c) Calculați $\int_2^e \frac{f(x) \ln x}{x^2 - 1} dx$.

23. Se consideră funcția $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2}{x+1}$.

a) Calculați $\int_0^1 (x+1) \cdot f(x) dx$.

b) Calculați $\int_1^e (x+1) f(x) \ln x dx$.

c) Arătați că $F(e-1) = \frac{e^2 - 4e + 7}{2}$, unde $F : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ este o primitivă a funcției f pentru care $F(0) = 1$.

24. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^x - 2x$.

a) Calculați $\int_0^1 (f(x) + 2x) dx$.

b) Determinați primitiva F a funcției f , știind că $F(1) = e - 3$.

c) Calculați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = f(x)$.

25. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + \frac{1}{x}$.

a) Calculați $\int_1^3 \left(f(x) - \frac{1}{x} \right) dx$.

b) Calculați $\int_1^2 \left(f(x) - \frac{1}{x} \right) e^x dx$.

c) Determinați $a \in \mathbb{R}, a > 1$, știind că suprafața plană delimitată de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 1$ și $x = a$, are aria egală cu $4 + \ln a$.

26. Se consideră funcția $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x+1}$.

a) Calculați $\int_0^1 \frac{1}{f(x)} dx$.

b) Calculați $\int_0^1 x^2 \cdot f(x) dx$.

c) Calculați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = f(x)$.

27. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x+2}{x}$.

a) Calculați $\int_1^2 x \cdot f(x) dx$.

b) Demonstrați că funcția $F : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, F(x) = x + 2 \ln x + 2015$ este o primitivă a funcției f .

c) Calculați aria suprafeței determinate de graficul funcției $g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = (f(x) - 1) \ln x$, axa Ox și dreptele de ecuații $x = 1$ și $x = e$.



Capitolul 3. Biologie

PROGRAMĂ BACALAUREAT BIOLOGIE VEGETALĂ ȘI ANIMALĂ CLASELE IX-X

- Diversitatea lumii vii
 - Noțiuni introductive
 - Conservarea biodiversității în România
- Celula - Unitatea structurală și funcțională a vieții
 - Structura, ultrastructura și rolul componentelor celulei
 - Diziunea celulară
- Ereditatea și variabilitatea lumii vii
 - Concepte: ereditate, variabilitate
 - Mecanismele transmiterii caracterelor ereditare
 - Recombinare genetică prin schimb reciproc de gene
 - Determinism cromozomal al sexelor (fără subtipuri)
 - Influența mediului asupra eredității (mutații, clasificare, factori mutageni)
- Țesuturi vegetale
- Țesuturi animale
- Funcțiile organismelor vii
 - Funcții de nutriție (nutriția autotrofă, nutriția heterotrofă, respirația, circulația, excreția)
 - Funcții de relație (sensibilitatea, sistemul nervos, locomoția la animale)
 - Funcția de reproducere (reproducerea la plante, reproducerea la om)



MODEL SUBIECT BACALAUREAT - REZOLVAT

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

A

4 puncte

Scrieți, pe foaia de examen, noțiunile cu care trebuie să completați spațiile libere din afirmația următoare, astfel încât aceasta să fie corectă.

Urechea externă a mamiferelor este alcătuită din și auditiv.

Răspuns: Urechea externă a mamiferelor este alcătuită din pavilion și conduct auditiv.

B

6 puncte

Dați două exemple de grupe de amfibieni; scrieți în dreptul fiecărei grupe câte un exemplu reprezentativ.

Răspuns:

- urodele: salamandra
- anure: broasca

C

10 puncte

Scrieți, pe foaia de examen, litera corespunzătoare răspunsului corect. Este corectă o singură variantă de răspuns.

1. Scleroza în plăci este boală a sistemului:

- a) digestiv
- b) excretor
- c) nervos central
- d) reproducător masculin

2. La eucariote, sediul respirației aerobe este:

- a) aparatul Golgi
- b) cloroplastul
- c) mitocondria
- d) reticulul endoplasmatic

3. Din regnul Fungi fac parte:

- a) Ascomicetele
- b) Angiospermele

Răspuns: 1. C, 2. C, 3. A, 4. A, 5. D

D

10 puncte

c) Celenteratele

d) Gimnospermele

4. Rinichii:

- a) au în structura lor nefroni
- b) realizează funcția de relație
- c) sunt localizați în cavitatea toracică
- d) sunt lipsiți de vascularizație

5. Celulele cu conuri sunt:

- a) absente în pata galbenă
- b) componentele nervului optic
- c) localizate în coroidă
- d) receptori vizuali

Citiți, cu atenție, afirmațiile următoare. Dacă apreciați că afirmația este adevărată, scrieți, pe foaia de examen, în dreptul cifrei corespunzătoare afirmației, litera A. Dacă apreciați că afirmația este falsă, scrieți, pe foaia de examen, în dreptul cifrei corespunzătoare afirmației, litera F și modificați parțial afirmația pentru ca aceasta să devină adevărată. Folosiți, în acest scop, informația științifică adecvată. Nu se acceptă folosirea negației.

1. Bronșita este o boală cu transmitere sexuală.
2. Organul comun sistemelor digestiv și respirator este laringele.
3. Una dintre căile de realizare a recombinării genetice este schimbul reciproc de gene între cromozomii pereche.

Răspuns:

1. F Bronșita este o boală a sistemului respirator.
2. F Organul comun sistemelor digestiv și respirator este faringele.
3. A

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

A

18 puncte

Ateroscleroza este una dintre bolile sistemului circulator al omului, alcătuit din inimă și vase de sânge (artere, vene, capilare).

a) Caracterizați varicele, precizând: o cauză, o manifestare, două măsuri de prevenire.

Răspuns:

Cauză: Ortostatismul

Manifestare: Disconfort la nivelul gambelor, vene dureroase și inestetice

Prevenire: Purtarea unor ciorapi speciali și mersul în ritm alert.

b) Explicați motivul pentru care capilarele au pereții subțiri, foarte permeabili.

Răspuns:

Capilarele sunt cele mai mici vase de sânge, sunt alcătuite dintr-un singur strat de celule (endoteliu), ele realizează schimbul de substanțe dintre sânge și țesuturi.

c) Calculați masa apei din plasma sângelui unui sportiv, știind următoarele:

- sângele reprezintă 7% din masa corpului;
- plasma sangvină reprezintă 55% din masa sângelui;
- apa reprezintă 90% din masa plasmii sangvine;
- masa corpului sportivului este de 74 Kg.

Scrieți toate etapele parcurse pentru rezolvarea cerinței.

d) Completați această problemă cu o altă cerință pe care o formulați voi; rezolvați cerința pe care ați propus-o.

Răspuns:

- Se calculează cantitatea de sânge:

$$7/100 \times 74 = 5,18 \text{ litri sânge}$$

- Se calculează cantitatea de plasmă:

$$55/100 \times 5,18 = 2,849 \text{ litri plasma}$$

- Se calculează cantitatea de apă:

$$90/100 \times 2,849 = 2,5641 \text{ litri apă}$$

d)Calculați cantitatea de elemente figurate din sânge.

$$45/100 \times 5.18 = 2.331$$

B

12 puncte

În urma încrucișării dintre două soiuri de viță de vie, unul cu fructe alb-gălbui și mari (AAMM) și altul cu fructe albăstrui-violet și mici (aamm), se obțin în prima generație, F1, organisme hibride. Prin încrucișarea între ei a hibridilor din F1, se obțin, în F2, 16 combinații de factori ereditari. Stabiliți următoarele:

a) fenotipul organismelor din F1; **Răspuns:** viță de vie cu fructe alb-gălbui și mari

b) tipurile de gameți formați de organismele din F1; **Răspuns:** AM, Am, aM, am

c) numărul combinațiilor din F2 dublu homozigote; genotipurile organismelor din F2 care au fructe alb-gălbui și mici. **Răspuns:** 4 combinații dublu homozigote în F2; Aamm, AAmm.

d) Completați această problemă cu o altă cerință pe care o formulați voi; rezolvați cerința pe care ați propus-o.

Scrieți toate etapele rezolvării problemei.

Răspuns:

Enunțați cele două legi ale lui Mendel.

1. **Legea I sau Legea purității gameților:** Gameții sunt puri din punct de vedere genetic, deoarece conțin un singur factor ereditar din pereche.
2. **Legea II sau Legea segregării independente a perechilor de caractere:** Fiecare pereche de factori ereditari segregă independent de alte perechi.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.

14 puncte

Profaza și telofaza sunt faze ale diviziunii celulare mitotice.

a) Enumerați alte două faze ale diviziunii celulare mitotice. **Răspuns:** metafaza și anafaza

b) Comparați profaza cu telofaza, precizând două deosebiri între aceste faze.

Răspuns: în profază se dezorganizează membrana nucleară, în telofază se reorganizează membrana nucleară; în profază se formează fusul de diviziune, în telofază dispare fusul de diviziune.

c) Construiți patru enunțuri afirmative, câte două pentru fiecare conținut, utilizând limbajul științific adecvat.

Folosiți, în acest scop, informații referitoare la următoarele conținuturi:

- Meioza.

- Importanța mitozei.

Răspuns:

Meioza are loc în celulele reproducătoare.

Etapele meiozei sunt reduțională și ecvațională.

Mitoza asigură diviziunea celulelor somatice.

Mitoza are rol în creșterea și dezvoltarea organismelor.

2.

16 puncte

Pentru a supraviețui, toate viețuitoarele trebuie să se hrănească. Nutriția se poate realiza autotrof sau heterotrof.

a) Enumerați glandele anexe ale sistemului digestiv al mamiferelor. **Răspuns:** glande salivare, ficat, pancreas.

b) Prezentați rolul pepsinei în digestie.

Răspuns: Pepsina gastrică este o enzimă din sucul gastric care are rol în digestia proteinelor până la stadiul de albumoze și peptone.

c) Alcătuiți un minieseu intitulat „Nutriția parazită”, folosind informația științifică adecvată. În acest scop, respectați următoarele etape:

- enumerarea a șase noțiuni specifice acestei teme;

- construirea, cu ajutorul acestora, a unui text coerent, format din maximum trei-patru fraze, folosind corect și în corelație noțiunile enumerate.

Răspuns:

Noțiuni specifice temei: heterotrofă, substanțe organice, boli, viroze, bacterioze, micoze.

Minieseu: “Nutriția parazită” este un tip de nutriție heterotrofă, în care organismele se hrănesc cu substanțe organice din corpul plantelor și animalelor vii. Paraziții au reprezentanți în toate cele cinci regnuri ale lumii vii. Bolile produse de virusuri se numesc viroze, cele produse de bacterii se numesc bacterioze, iar cele produse de ciuperci se numesc micoze.



CLASA a IX- a

I. CELULA-UNITATEA STRUCTURALĂ ȘI FUNCȚIONALĂ A VIEȚII

Definiție: Celula este unitatea morfo-funcțională și genetică a organismelor.

Tipuri de celule:

-**celula procariotă** – materialul genetic nu prezintă înveliș;

-**celula eucariotă** – prezintă material genetic delimitat de membrană nucleară (nucleu individualizat).

CELULA PROCARIOTĂ

Caracteristici

- are organizare simplă, iar materialul său nuclear nu este delimitat de o membrană nucleară (numit *nucleoid*);
- este caracteristică organismelor din *Regnul Monera*: bacterii și cianobacterii.

Structură

1. Perete celular

- este rigid;
- prezintă o substanță specifică numită *mureina*.

2. Membrana celulară (plasmalema)

- este lipoproteică;
- prin invaginare se formează *mezozomul* (rol: respirația celulară și ancorarea cromozomului bacterian).

3. Citoplasma

- este un gel fluid, este omogenă;
- nu prezintă citoschelet, curenți citoplasmatici și nici organite celulare, cu excepția *ribozomilor* (rol în sinteza proteinelor).

4. Nucleoidul

- nu are înveliș nuclear, se află în contact cu citoplasma;
- este reprezentat de o macromoleculă de ADN circular care formează cromozomul bacterian;
- pe lângă cromozom, există și un mic segment de ADN circular separat numit *plasmid*.

Procariotele se înmulțesc prin diviziune directă sau spori.

CELULA EUCARIOTĂ

Caracteristici

- au forme diverse (fusiforme, stelate, sferice, globuloase etc.) și structură complexă;
- este caracteristică organismelor din *Regnurile: Protista, Fungi, Plante și Animale*.

Structură

1. Învelișuri celulare

A. Perete celular

- prezent la fungi, alge și plante, lipsește la celula animală;

B. Membrana celulară (Plasmalema, Membrana plasmatică)

- este organizată conform modelului „mozaicului fluid” (proteinele sunt dispersate neuniform în dublul strat fosfolipidic);
- rol: protecție, delimitarea celulei, asigură schimburile de materie și energie dintre celulă și mediul extracelular.

2. Citoplasma

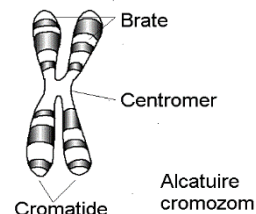
- este un sistem coloidal în care mediul de dispersie este apa, este omogenă
- este formată din:
 - citoplasma nestructurată numită *hialoplasmă/citosol* – substanță vâscoasă, semitransparentă, incoloră; conține citoscheletul cu rol în asigurarea formei tridimensionale a celulei și ancorarea organitelor celulare
 - citoplasma structurată reprezentată de *organite celulare* :
 - *comune*: ribozomi, reticul endoplasmatic, dictiozomi, lizozomi, vacuole, mitocondrii
 - *specifice*: centrozom, neurofibrile, corpusculii Nissl (corpii tigroizi), miofibrile

Clasificarea organitelor celulare în funcție de absența/prezența membranei

- **fără membrană**: ribozomi
- **cu membrană simplă**: reticul endoplasmatic, lizozomi, vacuole
- **cu membrană dublă**: mitocondrie, cloroplast

Organite celulare	Caracteristici	Rol
Ribozomi/ Corpusculii lui Palade	-conțin ARN și proteine	- în sinteza proteinelor

- **cromozomi de tip procariot** – sunt specifici bacteriilor și cianobacteriilor, sunt reprezentați de o moleculă circulară și bicatenară de ADN
- **cromozomi de tip eucariot** – sunt structuri permanente în nucleu, dar pot fi vizualizați la microscop doar în timpul diviziunii celulare;
 - totalitatea lor formează cariotipul
 - sunt alcătuiți din două cromatide surori, centromer (unește cromatidele și le delimitează în brațe egale sau inegale)
 - la eucariote pot fi: autozomi (cromozomi somatici) sau heterozomi



(diferiți după sex: X și Y)

Ciclul celular

-reprezintă o succesiune ciclică de procese, pornind de la o celulă până la încheierea diviziunii celulare;
-etape:

- **interfaza** – este etapa dintre două diviziuni succesive;
- reprezintă aproximativ 90% din ciclul celular;
-are loc dublarea cantității de ADN
- **diviziunea propriu-zisă** – reprezintă diviziunea nucleului (cariochineza) și a citoplasmei (citochineza)
 - se finalizează cu formarea a două sau patru celule

MITOZA

- se produce în celulele somatice (diploide= $2n$) din care vor rezulta două celule-fiice cu același număr de cromozomi ($2n$);
- **rol:** creșterea și dezvoltarea organismelor, regenerarea țesuturilor lezate, uzate sau îmbătrânite, menține constant numărul de cromozomi;
- cuprinde 4 faze:

1. Profaza – se realizează condensarea cromatinei, se individualizează cromozomii bicromatidici;

- dezorganizarea membranei nucleare și a nucleolilor;

- asamblarea fusului de diviziune;

2. Metafaza – se finalizează formarea fusului de diviziune

- cromozomii bicromatidici sunt condensați la maxim și se dispun în plan ecuatorial, în placa metafazică;

- spre sfârșitul fazei cromozomii devin monocromatidici;

3. Anafaza – cromozomii monocromatidici migrează spre cei doi poli;

4. Telofaza – cromozomii monocromatidici ajung la poli;

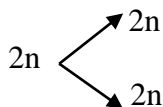
- se dezorganizează fusul de diviziune;

- reapar nucleolii și se reorganizează membrana nucleară;

-cromozomii se decondensează treptat.

Dupa diviziunea nucleului, are loc diviziunea citoplasmei, a tuturor organelor celulare și a membranei celulare, celula își încheie diviziunea rezultând două celule-fiice.

Schema mitozei



MEIOZA

-are loc la organisme cu reproducere sexuată pornindu-se de la celule diploide și se formează celule haploide (n);

-**rol:** formează celulele reproducătoare și asigură variabilitatea organismelor datorită crossing-over-ului

-se desfășoară în două etape:

1. Etapa reduțională – dintr-o celulă diploidă rezultă două celule haploide

Profaza I - se realizează condensarea cromatinei, se individualizează cromozomii bicromatidici;

- are loc *crossing-overul*, schimbul reciproc de segmente cromatidice între cromozomii omologi, rezultând cromozomii recombinati genetic;

- dezorganizarea membranei nucleare și a nucleolilor;

- asamblarea fusului de diviziune;

Metafaza I – cromozomii tetracromatidici se aliniaza în placa ecuatorială și apoi are loc separarea omologilor;

Anafaza I – cromozomii bicromatidici migrează către poli;

Telofaza I – cromozomii bicromatidici ajunși la poli se despiralizează;

- reapar membrana nucleară și nucleolii;
- dispare fusul de diviziune;

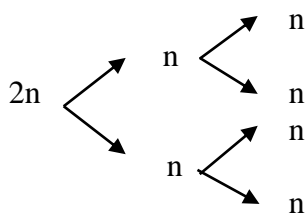
Are loc diviziunea citoplasmei și se formează două celule-fiice haploide.

2. Etapa ecvațională – are loc după o scurtă interfază în care nu se produce dublarea cantității de ADN;

- cele două celule-fiice intră într-o diviziune mitotică cu cele patru faze caracteristice acestea: **profaza II, metafaza II, anafaza II și telofaza II;**

-se formează patru celule-fiice haploide (cu cromozomi monocromatidici): gameții.

Schema meiozei



II. EREDITATEA ȘI VARIABILITATEA LUMII VII

Genetica este știința care are ca obiect de studiu **ereditatea** (însușirea organismelor de a transmite caractere ereditare la descendenți) și **variabilitatea** (însușirea organismelor de a se deosebi între ele prin caractere ereditare sau neereditare).

MECANISMELE TRANSMITERII CARACTERELOR EREDITARE

Legile mendeliene ale eredității

Gregor Mendel a elaborat cele două legi în urma **hibridării** (încrucișării indivizilor deosebiți din punct de vedere genetic) la mazăre (*Pisum sativum*).

Genotip - totalitatea genelor unui individ.

Fenotip – totalitatea caracterelor rezultate din interacțiunea genotip – mediu.

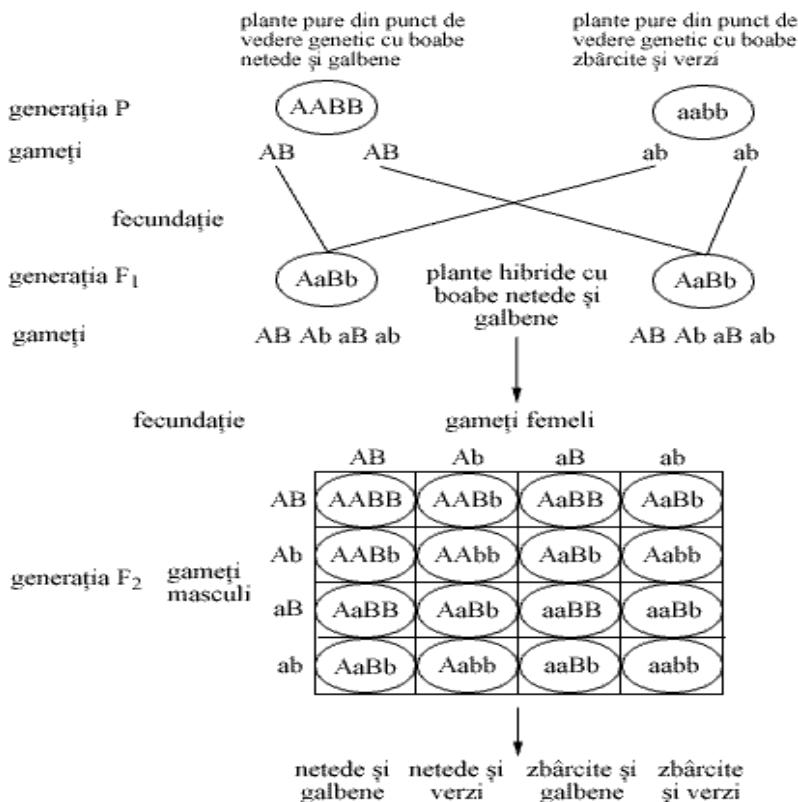
Gene dominante – se manifestă fenotipic.

Gene recesive – nu se manifestă fenotipic.

Organism homozigot (AA,aa).

Organism heterozigot (Aa).

- 3. Legea purității gameților** – gameții sunt puri din punct de vedere genetic, deoarece au unul dintre factorii ereditari pereche.
- 4. Legea segregării independente a perechilor de caractere** – fiecare pereche de factori ereditari segregă (se separă) independent de altă pereche.



Abateri de la legile mendeliene

Codominanța – interacțiunea dintre două gene alele distincte, dominante care determină un fenotip nou.
Ex. În cazul grupelor sanguine genele L^A și L^B determină un fenotip nou, grupa de sânge AB IV.

RECOMBINAREA GENETICĂ PRIN SCHIMBUL RECIPROC DE GENE

Th.Morgan a făcut experiențe de încrucișare pe muscuța de oțet (*Drosophila melanogaster*).

- recombinație genetică intracromozomială – crossing-over
- recombinație genetică intercromozomială – „dansul cromozomilor”

DETERMINISMUL CROMOZOMAL AL SEXULUI

1. **Tipul Drosophila** – femela este homogametică XX și masculul heterogametic XY
 - la muscuța de oțet, om, mamifere.
2. **Tipul Abraxas** – femela este heterogametică XY, iar masculul homogametic XX
 - la păsări, reptile, amfibieni, insecte.

INFLUENȚA MEDIULUI ASUPRA EREDITĂȚII

Mutația reprezintă modificarea în structura și funcția materialului genetic care nu este consecința recombinării genetice.

Mutagenza este procesul de apariție a mutațiilor sub acțiunea *factorilor mutageni*, aceștia fiind:

- *fizici*: radiații ionizante și neionizante, schimbări bruște de temperatură;
- *chimici*: medicamente, coloranți, acid nitros;
- *biologici*: virusuri, microorganisme.

Clasificarea mutațiilor

a) după mecanismul de producere

- naturale
- artificiale

b) după modul de transmitere la descendenți

- dominante
- recesive
- semidominante
- letale

c) după efectele asupra organismului

- utile
- neutre
- dăunătoare
- letale

d) după celulele afectate

- gametice
- somatice

e) după cromozomii afectați

- heterozomale
- autozomale

f) după cantitatea de material genetic afectat

- genice – afectează structura unei gene
- cromozomiale – afectează structura cromozomului
- genomice – afectează genomul în totalitate-poliploidii, aneuploidii (trisomii, monosomii)

GENETICA UMANĂ

Genetica umană studiază cariotipul uman normal și patologic.

Cariotipul uman normal este format din 46 de cromozomi dintre care 44 sunt autozomi și 2 sunt heterozomi. Orice modificare în materialul genetic poate produce o boală genetică. Poliploidii au efecte letale, iar aneuploidii produc sindroame.

Bolile ereditare sunt produse de mutații genomice, cromozomiale sau genice.

1. Boli produse de mutații genomice

a) Aneuploidii autozomale

Trisomia 21 (Sindromul Down)- $2n=47$, indivizi cu ochi oblici, gât scurt, nas turtit, buze groase, înapoiere mintală.

b) Aneuploidii heterozomale

Sindromul Klinefelter- (XXY) $2n=47$, indivizii masculini prezintă dezvoltarea glandelor mamare (ginecomastie), spermatozoizi imobili (azoospermie), atrofi testiculară, infertilitate.

Sindromul Turner- (XO) $2n=45$, indivizii feminini prezintă talie redusă, față bătrâncioasă, gât scurt, atrofia ovarelor, sterilitate.

Sindromul Triplu X- (XXX) $2n=47$, indivizii feminini prezintă fertilitate și inteligență redusă.

2. Boli produse de mutații cromozomiale

Maladia „cri du chat” (țipătul pisicii) – indivizi cu modificări ale laringelui și corzilor vocale determinând țipătul asemănător pisicii, microcefalie, înapoiere mintală, întârzieri mintale.

3. Boli produse de mutații genice

a) Mutații la nivelul genelor autozomale

Dominante – *Sindactilia* (degete unite)

- *Polidactilia* (degete suplimentare)

- *Prognatism* (mărire buzei inferioare și deformarea maxilarului)

Semidominante – *Anemia falciformă* (hematii în formă de seceră)

Recesive – *Albinismul* (lipsa pigmentului din piele, păr, ochi)

b) Mutații la nivelul genelor heterozomale su sex-linkate

Hemofilia – indivizii prezintă incapacitatea de coagulare a sângelui

Daltonismul – indivizii prezintă incapacitatea de a distinge culorile, în special roșu de verde

Miopatia Duchenne- distrofie musculară – se manifestă prin degradarea progresivă a musculaturii

III. DIVERSITATEA LUMII VII

Noțiuni introductive

Sistematica/Taxonomia este știința care studiază clasificarea viețuitoarelor.

Categoriile sistematice/taxonii sunt: specia, genul, familia, ordinul, clasa, încrângătura și regnul.

Nomenclatura binară reprezintă denumirea unui organism prin două cuvinte care desemnează genul și specia.



VIRUSURI

-sunt entități infecțioase, submicroscopice, acelulare, fără metabolism propriu;

-alcătuire: *capsida* (formată din capsomere, de natură proteică) și *genom viral* (ADN sau ARN);

-clasificare: *adenovirusuri* (ADN)- herpetic și *ribovirusuri* (ARN)- gripal, HIV;

-bolile produse de virusuri se numesc **viroze**.

1. REGNUL PROCARIOTA (MONERA)

-organisme unicelulare, cu nucleoid;

-clasificare: bacterii și alge albastre-verzi.

Bacteriile

-nutriție: autotrofă (fotosinteză și chemosinteză) și heterotrofă (saprofită sau parazită);

-reproducere: asexuată prin diviziune directă sau prin spori;

-bolile produse se numesc **bacterioze**.

2. REGNUL PROTISTA

-organisme uni- și pluricelulare, solitare sau coloniale, talofite (corp nediferențiat în organe vegetative);

-nutriție autotrofă prin fotosinteză sau heterotrofă-saprofită sau parazită;

-respirația anaerobă sau aerobă;

-locomoție prin flageli, cili sau pseudopode;

-reproducere asexuată sau sexuată;

-clasificare: -asemănătoare plantelor, autotrofe –alge verzi, unicelulare-verzeala zidurilor;

-euglene-Euglena verde;

-asemănătoare animalelor-sporozoaie-Plasmodium malarie.

3. REGNUL FUNGI

-eucariote uni- și pluricelulare, imobile, lipsite de clorofilă, talofite;

-corpul este format din hife care alcătuiesc miceliu;

-nutriția este heterotofă saprofită, parazită sau simbiotică (licheni);

-reproducere asexuată (fragmentare, spori) și sexuată prin gameți;

-clasificare - **Ascomicete**-saprofite (drojdia de bere, mucegai verde-albăstrui) -parazite –Candida;

- **Bazidiomicete**-ciuperci superioare- saprofite (ciuperci cu pălărie); -parazite-rugina grâului;

-bolile produse de ciuperci se numesc **micoze**.

4. REGNUL PLANTE

-eucariote pluricelulare, fotoautotrofe, cu reproducere asexuată și sexuată;

Clasificare

1. *PLANTE AVASCULARE*-talofie, fără vase conducătoare;

-alge pluricelulare-ex. mătasea broaștei;

- Încrângătura Briofite** (mușchi)-ex. mușchi de pământ, mușchi de turbă;
- 2. **PLANTE VASCULARE**-cormofite (corpul prezintă organe vegetative), au vase conducătoare;
 - Încrângătura Pteridofite** (ferigi)-ex. feriga comună;
 - Încrângătura Spermatofite**-plante cu sămânță, cuprinde două subîncrângături:
 - Gimnosperme**-ex. conifere brad, molid, pin;
 - plante cu sămânța liberă, neînchisă în fruct;
 - flori organizate în conuri (bărbătească-simplă, femeiască –inflorescență);
 - Angiosperme**-plante cu ovulul închis în ovar, sămânța închisă în fruct;
- Clasa Monocotiledonate**-sămânța cu un cotiledon, ex. graminee;
- Clasa Dicotilidonate**-sămânța cu două cotiledoane, ex. căpșun, măr. caisă, leguminoase, cartof, floarea soarelui etc.

5.REGNUL ANIMAL

-sunt organisme eucariote, pluricelulare, mobile, heterotrofe.

NEVERTEBRATE

1.Încrângătura CELENERATE

- animale acvatic, libere sau fixate, au un orificiu buco-anal înconjurat de tentacule;
- formele fixate se numesc polipi-ex. hidra de apă dulce;
- formele libere se numesc meduze-ex. meduza comună;

2.Încrângătura PLATELMINȚI (viermi lați)

-sunt paraziți, au corp turtit dorso-ventral, sistem reproducător dezvoltat, prezintă organe pentru fixare (cârlige, ventuze);

- ex. vierme de gălbează, tenia;

3.Încrângătura NEMATELMINȚI (viermi cilindrici)

-sunt paraziți, au corp cilindric cu capete ascuțite, sistem reproducător dezvoltat, prezintă organe pentru fixare (cârlige, ventuze);

- ex. limbricul, oxiurul;

4.Încrângătura ANELIDE (viermi inelați)

- corp alcătuit din inele, libere sau ectoparazite;

- ex. râma, lipitoarea;

5.Încrângătura MOLUȘTE

-corpul este acoperit de manta (are rol de plămân) care secretă cochilia, corpul este moale alcătuit din cap, masă viscerală și picior;

- clasa: **Gasteropode**-melci; **Lamelibranhiate**-scoici; **Cefalopode**-sepie,caracatiță;

6.Încrângătura ARTROPODE

- corp protejat de exoschelet chitinos și picioare formate din segmente

- clasa **Arahnide**-păianjen, scorpion; **Crustacee**-rac, crab; **Insecte**-căbuș, albina, fluturi, muște.

VERTEBRATE (CORDATE)

Supraclasa PEȘTI

- animale acvatic cu respirație branhială și fecundație externă, prezintă înotătoare;

-clasa: **pești osoși**-crap, somn; **pești osoși-cartilaginoși**-cega, morun, păstruga, nisetru; **pești cartilaginoși**-rechin;

Supraclasa TETRAPODE

1.CLASA AMFIBIENI

-animale adaptate la mediul terestru (respirație pulmonară și tegumentară) și acvatic (respirație branhială), tegument subțire, umed și vascularizat, fecundație externă, sunt animale poikiloterme

- Ordinul: **Anure**-brotăcei, broasca de lac; **Urodele**-salamandra, triton, proteul;

2.CLASA REPTILE

-animale terestre, se deplasează prin târâre, prezintă tegument îngroșat, respirație pulmonară, au cloacă, fecundație internă, sunt poikiloterme;

-Ordinul: **Ofidieni**-șerpi; **Lacertilieni**-șopârle; **Chelonieni**-broaște țestoase; **Crocodilieni**-crocodili;

3.CLASA PĂSĂRI

-corp acoperit cu penaj, membrele anterioare transformate în aripi, inima tetracamerală, respirație pulmonară, oasele sunt pneumatice, au cloacă, fecundație internă, prezintă dimorfism sexual, sunt homeoterme;

-ordinul: **Acarenate**-struț; **Carenate**:

- **paseriforme**: rândunica, porumbelul;
- **granivore**: găina;
- **insectivore**: ciocânitoarea;
- **scurmătoare**: cocoș, păun;
- **picioroange**: barză, egreta;
- **acvatice**: rața, gâsca;
- **răpitoare de zi**: ului, șoim;
- **răpitoare de noapte**: bufnița, cucuvea;

4. CLASA MAMIFERE (PLACENTARE)

-corp acoperit cu păr, respirație pulmonară, sunt vivipare, nasc pui vii pe care îi hrănesc cu lapte produs de glande mamare, fecundația este internă, prezintă dimorfism sexual, embrionul se dezvoltă în uter, sunt homeoterme

- **insectivore**: arici, liliac;
- **rozătoare**: șoarece, iepure;
- **carnivore**: leu, lup;
- **copitate**: vaca, oaia (paricopitate), calul, zebra (imparicopitate);
- **pinipede**: foca, morsa;
- **cetacee**: balena, delfin;
- **primate**: maimuțe, om.



CLASA a X- a ȚESUTURI

Țesutul este o grupare de celule interdependente care au aceeași structură, origine, formă și funcție.

Țesuturile se grupează la rândul lor, formând organe. Țesuturile sunt de două feluri:

(-) Țesuturi vegetale

(-) Țesuturi animale

Țesuturi vegetale

Țesuturile embrionare sunt formate din celule care se divid. Se formează astfel celule noi, care se diferențiază ulterior, specializându-se generând țesuturi definitive.

Celulele meristemice sunt mici, rotunjite, cu pereți subțiri, fără spații libere între ele. Sintetizează intens substanțe organice. *Meristemele* sunt singurele țesuturi în care pot fi observate celule aflate în diferite faze ale mitozei.

Meristeme primarele asigură creșterea în lungime. La unele familii (graminee) există meristeme primare intercalare, deasupra nodurilor tulpinii. În unele cazuri, celulele țesuturilor definitive redobândesc capacitatea de diviziune și astfel apar *meristeme secundare*. Acestea sunt situate în afara axului organelor, pe două cercuri concentrice și asigură îngroșarea secundară a rădăcinii și tulpinii.

Țesuturi definitive conțin celule specializate care nu se mai divid. Ele pot fi:

a) *Țesuturi de apărare*, formate din unul sau mai multe straturi de celule care acoperă organele. Organele tinere sunt acoperite cu epidermă, formată de regulă dintr-un singur strat de celule.

b) *Țesuturi fundamentale* produc sau depozitează substanțe. Unele țesuturi fundamentale depozitează apă - țesuturi acvifere (la plante din zone secetoase) sau aer - țesuturi aerifere (la plante acvatice).

c) *Țesuturi conducătoare* transportă seva.

Vasele lemnoase ale angiospermelor se numesc *trahee*. Prin ele circulă seva brută. Celulele cilindrice, dispuse cap la cap, își pierd citoplasma și rămân pereții celulari formând tuburi.

Vasele liberiene sunt formate din celule vii. Prin ele circulă seva elaborată.

Vasele se grupează, formând fascicule și sunt însoțite de celule cu rol de hrănire și de susținere.

d) *Țesuturi mecanice* (de susținere) dau organelor rezistența necesară pentru a susține greutatea propriului corp, în condițiile acțiunii unor forțe externe. Ele sunt formate din celule cu pereți îngroșați. Țesutul

mecanic la care celulele au pereții îngroșați neuniform se numește *colenchim*, iar la cel care îngroșarea este uniformă se numește *sclerenchim*.

e) *Țesuturile secretoare* sunt formate din celule care produc și elimină diferite substanțe: rășină, nectar, latex, mucilagii.

Țesuturi animale

1. Țesutul epitelial

Ele formează epiderma și căptușesc cavitățile: tubul digestiv, căile respiratorii, inima, vasele.

Epiteliile pluristratificate de la nivelul epidermei, din cavitatea bucală, faringe și esofag au funcție de protecție. Cele unistratificate, cu grosimi diferite, mai au adesea și funcția de a fi traversate de unele substanțe.

Epiteliul unistratificat care mărginește vilozitățile intestinale este cilindric. Are celule înalte care preiau substanțe din intestine (la polul apical) și le trec în mediul intern (în polul bazal) realizând absorbția.

Mucoasa traheală are celule așezate pe un singur strat dar cu nucleii la înălțimi diferite, dând impresia că este stratificată (*epiteliu pseudostratificat*).

Epiteliile secretoare produc și elimină substanțe. Ele sunt deci principalele componente ale glandelor. Celulele au capacitatea de a secreta anumiți compuși.

Glanda = epiteliu glandulat + vase de sânge + țesut conjunctiv + nervi

Glandele: exocrine, endocrine, mixte

Glandele exocrine au canal excretor; produsul de secreție se varsă la suprafața pielii fie într-o cavitate (ex glandele sudoripare, glandele sebacee, ficat)

Glandele endocrine nu au canal excretor; produsul se numește hormon și se varsă direct în sânge (ex tiroida, hipofiza, glandele suprarenale)

Glandele mixte (pancreasul, testiculele și ovarul)

Epiteliile senzoriale conțin celule specializate în recepționarea unor stimuli și transmiterea semnalelor către sistemul nervos central. Ele intră în alcătuirea unor organe de simț.

2. Țesut conjunctiv

Țesuturile conjunctive moi au structuri diferite și îndeplinesc o mare varietate de funcții: leagă între ele diferite părți ale organelor, hrănesc alte țesuturi, oferă protecție mecanică, depozitează grăsimi, produc elemente figurate ale sângelui, au rol în imunitate.

Clasificare:

- *țesutul lax* conține nervi și multe vase, hrănind și însoțind alte țesuturi cum ar fi epitelial.
- *țesutul adipos* are celule care acumulează grăsimi de rezervă
- *țesutul reticulat* are o rețea de fibre fine între celule care, prin nenumărate diviziuni, produc elemente figurate ale sângelui.
- *țesutul fibros*, datorită multor fibre de collagen, are o deosebită rezistență mecanică.
- *țesutul elastic* are multe fibre elastice

Țesutul conjunctiv semidur (cartilagos) formează cartilaje. Acestea sunt lipsite de vase de sânge. Celulele se numesc condrocite. Substanța fundamentală este condrina (este impregnată cu săruri de calciu și sodiu).

Clasificare:

- *țesut cartilagos hialin* este situat la suprafețele articulare ale oaselor, peretele laringelui și traheei și cartilajele costale.
- *țesut cartilagos elastic* este bogat în fibre elastice. Este prezent în pavilionul urechii.
- *țesut cartilagos fibros* are celule puține și este bogat în fibre care îi dau o rezistență deosebită. Îl întâlnim în discurile dintre vertebre și articulații)

Țesutul conjunctiv dur (osos) are în substanța fundamentală o proteină numită oseină (impregnată cu săruri de calciu și fosfor)

3. Țesutul muscular

Este format din celule alungite care se pot contracta, producând la capete o forță de tracțiune.

Celulele musculare conțin organite specifice numite miofibrile.

a) *Țesut muscular striat* se află în mușchii scheletici, mai puțin în musculatura unor organe interne (limbă, faringe)

b) *Țesut muscular neted* este situat în pereții organelor interne. Fibrele musculare sunt celule în formă de fus, cu nucleu central.

c) *Țesut muscular cardiac* este format din celule striate și cu un singur nucleu central.

4. *Țesutul nervos*

Este format din neuroni și celule gliale.

Neuronii sunt celule specializate în generarea și conducerea impulsurilor nervoase. Ei primesc, prelucrează, memorează și transmit informații. Un neuron este format din *corp celular* și două feluri de prelungiri: una sau mai multe *dendrite* și un singur *axon*.

Corpii neuronilor formează substanța cenușie a sistemului nervos, iar prelungirile - fibre nervoase - intră în alcătuirea nervilor și a substanței albe. Dendritele conduc impulsul nervos spre corpul celular, iar axonii de la corpul celular spre terminațiile dilatate ale acestora (butoni terminali).

Neuronii comunică atât între ei cât și cu celule efectoare (musculare sau glandulare) prin structuri numite *sinapse*.

Celulele gliale, mult mai numeroase decât neuronii, au forme și mărimi variate; ele au diferite funcții, în sprijinul activității neuronilor: de susținere și de hrănire a neuronilor, de sinteză a mielinei (teacă protectoare a fibrei nervoase), de a fagocita neuronii distruși.

1. FUNCȚIILE DE NUTRIȚIE NUTRIȚIA



Nutriția este o funcție principală a organismului prin care acesta își asigură substanțele necesare dezvoltării, oxigenul și elimină substanțele nefolositoare.

Nutriția sau hrănirea este de trei tipuri: **autotrofă** (în cazul organismelor care își obțin substanțele organice sintetizându-le din substanțe anorganice), **heterotrofă** (în cazul organismelor care se hrănesc cu substanțe organice gata sintetizate) și **mixotrofă**, care

combină celelalte două tipuri de hrănire.

Nutriția autotrofă

Există două tipuri de nutriție autotrofă: **fotosintetizantă** și **chemosintetizantă**.

Nutriția fotosintetizantă se realizează prin *fotosinteză*. Fotosinteza este specifică plantelor verzi și algelor. Organismele care se hrănesc prin fotosinteză prezintă **pigmenți** care absorb lumina. Cel mai cunoscut pigment este **clorofila** (de culoare verde), specifică plantelor și algelor verzi.

Lumina este absorbită de către clorofila prezentă în frunze. Toate părțile verzi ale plantelor conțin celule cu clorofilă: tulpina, frunzele, uneori chiar și rădăcina - la plantele a căror rădăcină este supraterană. Procesul fotosintezei are loc în organite celulare specializate denumite **cloroplaste**.

Există **două faze ale fotosintezei**:

- *faza de lumină*, în care are loc absorbția luminii și fotoliza apei și
- *faza de întuneric* în care se sintetizează substanțele organice.

Fotoliza apei reprezintă reacția de descompunere a apei în atomi componenți, oxigenul este eliberat în atmosferă, iar hidrogenul este folosit la sintetizarea substanțelor organice.

Reacția fotosintezei: $6 \text{CO}_2 + 6 \text{H}_2\text{O} + \text{lumină solară} \rightarrow \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 + 6 \text{O}_2$.

$\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$ reprezintă glucoza, o glucidă foarte răspândită. Astfel planta extrage din sol săruri minerale și apă, din atmosferă CO_2 și le transformă în substanțe organice folosind energia luminii.

Fotosinteza este procesul invers respirației, ea eliberează oxigen și preia CO_2 , iar respirația preia oxigen și eliberează CO_2 .

Al doilea tip de hrănire autotrofă este **chemosinteza**. Chemosinteza presupune sinteza substanțelor organice prin reacții de oxido-reducere ale unor substanțe anorganice. Prin chemosinteză se hrănesc unele bacterii și ciuperci microscopice.

Nutriția heterotrofă

Nutriția heterotrofă este specifică animalelor, ciupercilor și unor plante. Acest tip de hrănire este de două tipuri: **parazită** și **saprofită**. **Nutriția parazită** este specifică organismelor care se hrănesc cu substanțe organice obținute din organismele vii. Organismele care utilizează acest tip de hrănire sunt majoritatea animalelor, ciupercile parazite, precum și unele plante parazite (torțelul, lupoaia).

Nutriția saprofită este specifică organismelor care se hrănesc cu substanțe organice obținute din cadavre. Organisme saprofite sunt râma (se hrănește cu humus format din resturi de plante și organisme), precum și alți viermi, ciupercile cu pălărie, mucegaiurile, precum și unele insecte. Ele au o mare importanță deoarece descompun cadavrele și asigură circuitul elementelor în natură.

Nutriția mixotrofă este un tip de hrănire care combină hrănirea autotrofă cu cea heterotrofă. Tipurile de hrănire mixotrofă sunt **semiparazitismul**, hrănirea specifică plantelor carnivore și **simbiozele**. **Lichenii** se formează din simbioza unei alge verzi unicelulare sau algă albastră-verde și o ciupercă. Ciuperca furnizează apa cu săruri minerale, iar alga face fotosinteza furnizând substanțe organice.



Sistemul digestiv la mamifere

DIGESTIA reprezintă totalitatea transformărilor fizice, chimice și mecanice pe care le suferă alimentele de-a lungul tubului digestiv.

I.TUBUL DIGESTIV

1. Cavitatea bucală;
2. Faringele;
3. Esofagul;
4. Stomacul;
5. Intestinul subțire;
6. Intestinul gros;

II.GLANDELE ANEXE

1. Glandele salivare;
2. Ficatul;
3. Pancreasul;

I.TUBUL DIGESTIV

1.Cavitatea bucală - sectorul de recepție al hranei, unde are loc amestecarea și mărunțirea hranei, formarea bolului alimentar cu ajutorul dinților, al limbii și al glandelor salivare.

- a) Dinții ajută la mărunțirea hranei și sunt: incisivii, caninii, molarii și premolarii
- b) Limba este structură musculoasă având rol în mestecarea și degluția hranei
- c) Saliva conține apă, mucus, ioni minerali, enzime digestive, amiliza digestivă care transformă amidonul preparat până la glucide.

Digestia bucală suferă transformări fizice, chimice și mecanice.

2.Faringele locul în care întâlnim caile digestive și cele respiratorii.

3.Esofagul locul unde face legătura faringele cu stomacul.

4. Stomacul este un organ musculos, situat în partea superioară a cavității abdominale.

Digestia începe cu acumularea bolului alimentar. prin contracția peretelui muscular al stomacului, bolul alimentar este amestecat cu suctul gastric. Pe măsura desfășurării digestiei gastrice prin mișcările puternice ale musculaturii peretelui gastric conținutul acestuia trece în intestinul subțire în proporții mici prin *orificiul pilor*.

Digestia chimică din stomac:

- a) Pepsina secretată sub formă inactivă și activă de HCL descompune proteinele până la aminoacizi
- b) Labfermentul coagulează laptele în prezența ionilor de calciu
- c) Lipaza gastrică descompune grăsimile emulsionate în acizi grași și colesterol

HCL activează pepsina și omoară bacteriile ajunse în stomac prin bolul alimentar.

5. Intestinul subțire este segmental cel mai lung al tubului digestive. Este format din duoden, jejun, ileon. Mucoasa intestinală este adaptată pentru funcția de absorbție, este formată din denivelări numite *vilozități* care au funcții de absorbție.

6. Intestinul gros este ultima parte a tubului digestiv. Este format din cecum, rect și colon.

II.GLANDELE ANEXE

1. Glandele salivare se găsesc în cavitatea bucală și sunt în număr de trei perechi: parotide, sublinguale, submaxilare; au rol în secreția salivei.

2. Ficatul este cea mai mare glandă din organism. Este o glandă exocrină. Este localizat sub mușchiul diafragm în partea dreaptă. Ficatul produce non-stop bilă, aceasta fiind depozitată în vezica biliară, iar când ajung alimente în duoden, atunci este evacuată în duoden.

3. Pancreasul este situat în partea abdominală sub stomac cu capul în curbura duodenului. Este o glandă MIXTĂ: partea *endocrină* secretă insulina, iar partea *exocrină* secretă suctul pancreatic.

Digestia și absorbția intestinală

Conținutul alimentar este diluat cu ajutorul a trei sucuri: bila, sucul intestinal, sucul pancreatic.

- a) Bila conține: săruri biliare care emulsionează grăsimile transformându-le în picături fine și activează lipazele și absorb acizii grași
- b) Sucul pancreatic conține :
 - enzimele proteice hidrolizează proteinele care ajung în stare inactivă în intestine
 - tripsina
 - elastaza
 - lipaza pancreatică hidrolizează grăsimile în acizi grași + colesterol amiliza
 - amiliza pancreatică transformă amidonul în maltoză
- c) sucul intestinal conține enzime care acționează la suprafața mucoasei intestinale
 - oligopeptidazele aminoacizi
 - lipaza intestinală: acizi grași + glucoză
 - dizaharidazele: monozaharidele fructoză glucoză

Produșii finali ai digestiei sunt:

- aminoacizii din proteine
- monozaharidele din glucide
- acizii grași și glicerolul din grăsimi

Boli ale sistemului digestiv la om:

- Gastrita**: apare din cauza iritațiilor produse de alcool, tutun, mâncăruri fierbinți, alimente alterate. Apare brusc cu indispoziții, greață, vărsături, dureri gastrice și de cap. Se previne prin evitarea consumului de alimente prea iuți, alterate sau foarte fierbinți, arse sau insuficient mestecate.
- Ulcerul gastro-duodenal** este produs de Helicobacter pylori, de acțiunea corozivă a HCl, de alimente nespălate producând ulcerații. Se recomandă evitarea consumului de alcool, păstrarea alimentelor departe de insecte, rozătoare, căldură excesivă.
- Hepatita** este produsă de virusurile hepatice, producând tulburări digestive, icter, oboseală, urină închisă la culoare.
- Toxiinfecții alimentare** se pot produce dacă se consumă: ouă de rață fără a fi fierte 10 minute, lapte nefiert, ciuperci neavizate. Se previn prin spălarea pe mâini înaintea meselor și după folosirea toaletelor, menținerea igienei dinților și a gurii.



RESPIRAȚIA

Respirația = procesul prin care este mobilizată energia stocată în substanțele organice

Tipuri de respirație - aerobă - în prezența O₂

- anaerobă - în absența O₂

Respirația aerobă

-are loc la nivelul mitocondriilor

substanțe organice + O₂ → CO₂ + H₂O + energie (ATP)

Respirația anaerobă

la bacteriile fermentative

Fermentația:

a) alcoolică –la drojdia de bere, drojdia vinului.

glucoza → alcool etilic + CO₂

Importanță: panificație, obținerea berii și a vinului

b) lactică

glucoza → acid lactic (bun conservant)

Importanță: conservarea legumelor, obținerea brânzeturilor

c) acetică

glucoză → alcool etilic + CO₂

alcool etilic + O₂ → acid acetic

La mamifere, **sistemul respirator** este format din *căi respiratorii extrapulmonare și plămâni*

1. Căi respiratorii extrapulmonare:

-> **cavitatea nazală** are rolul de a încălzi și de a purifica aerul (este foarte bine vascularizată și prevăzută cu peri și mucus)

-> **faringele** permite respirația bucală, are rol în audiere asigurând în urechea medie o presiune egală cu presiunea atmosferică.

-> **laringele** prezintă mai multe cartilaje (epiglota, cartilajul tiroid) ce conțin coardele vocale (au rol în fonație).

-> **traheea** are aspectul unui duct pe traseul căruia se găsesc 15-20 de inele cartilaginoase incomplete.

-> **mucoasa traheală** conține mucus și cili având rolul de a purifica aerul.

-> **2 bronhii** câte una pentru fiecare plămân conțin inele cartilaginoase la fel ca traheea; fiecare dintre ele se ramifică în interiorul plămânului formând astfel arborele bronșic.

2. **Plămânii** se găsesc în cavitatea toracică ocupând cea mai mare parte din volumul acesteia; acoperiți cu două membrane subțiri numite *pleure*.

Alcătuirea plămânilor:

-> plămânul drept este alcătuit din 3 lobi, fiind mai mare;

-> plămânul stâng este alcătuit din 2 lobi, fiind mai mic;

plămânii-> lobi-> segmente-> lobuli-> alveole pulmonare (sunt grupate sub formă de saci alveolari)

La nivelul alveolelor pulmonare are loc schimbul gazoasă dintre organism și mediul înconjurător (intră O₂ și iese CO₂).

Ventilația pulmonară- inspirația și expirația

Pe măsură ce volumul plămânilor crește, presiunea aerului din ei scade sub valoarea presiunii atmosferice și de aceea aerul este aspirat în plămâni - *inspirație*.

În timpul *expirației*, mușchii inspiratori se relaxează și, ca urmare, peretele toracic revine la loc. Presiunea aerului din plămâni crește peste cea atmosferică și, ca urmare, aerul este evacuat.

Boli ale sistemului respirator la om:

- **Laringita** este o infecție la nivelul laringelui.

Cauze:

- temperaturi scăzute ale aerului,
- vorbirea prelungită.

Manifestări:

- senzația de arsură în gât,
- raguseala,
- tuse.
- **Bronșita** - inflamarea mucoasei arborelui bronșic.

Manifestări:

- tuse uscată și umedă,
- disconfort.
- **Astmul bronșic** - alergii la praf, polen, păr, lână, spori ai unor ciuperci superioare.

Manifestări:

- senzația de sufocare,
- tuse.
- **Pneumonie** - inflamare la nivelul plămânilor.

Cauze:

- bacterii,

- temperaturi scăzute.

Manifestări:

- dureri toracice,
- senzația unui junghi în spate,
- lipsa poftei de mâncare.
- **TBC**

Cauze:

- bacilul Koch.

Manifestări:

- lipsa poftei de mâncare,
- organismul slăbește, obosește foarte repede.

Prevenire:

- pastrarea igienei corporale,
- vaccinări,
- practicarea sportului în aer liber.



CIRCULAȚIA

Circulația este procesul prin care se asigură transportul substanțelor în corpul organismelor vii.

Circulația la plante:

Absorbția apei și a sărurilor minerale

- se realizează la nivelul rădăcinii cu ajutorul perilor absorbanți, care sunt celule rizodermice modificate.

Circulația sevelor

Seva brută

- este o soluție de săruri minerale, absorbită din sol de rădăcini la nivelul regiunii ei pilifere
- circulă de jos în sus, ascendent până la țesuturile asimilatoare, prin intermediul țesutului conducător lemnos.

Seva elaborată

- este o soluție de substanțe organice, îndeosebi glucide, formată în urma procesului de fotosinteză;
- ea circulă în general, de sus în jos, descendent, prin intermediul țesutului conducător liberian.

CIRCULAȚIA LA ANIMALE

La mamifere, **sistemul circulator** este format din *inimă și vasele de sânge*.

SÂNGELE

Are numeroase funcții:

-> transportă gazele respiratorii, substanțele nutritive, substanțele rezultate din activitatea celulelor, mesagerii chimici, căldură etc.
-> participă la apărarea imunitară și asigură condiții fizico-chimice relativ constante (homeostazie) pentru celulele organismului;

Componentele sângelui sunt:

->> 55-60% plasmă
->> 40-45% elemente figurate

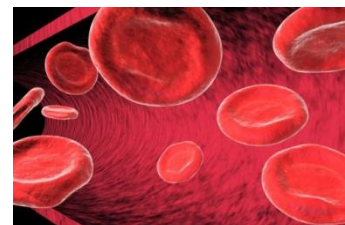
Plasma conține:

->> 90% apă
->> 9% substanțe organice (proteine, lipide, glucide și derivați ai acestora)
->> 1% săruri minerale

Elementele figurate sunt:

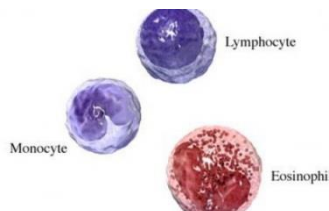
1) HEMATILE (Globulele roșii)

- sunt celule fără nucleu;
- au forma de lentilă biconcavă
- au rolul de a transporta gazele respiratorii (O₂ și CO₂) cu ajutorul hemoglobinei care cîntine fier;
- hemoglobina preia O₂ de la nivelul plămânilor și îl cedează în țesuturi, de unde preia numa o parte din CO₂.



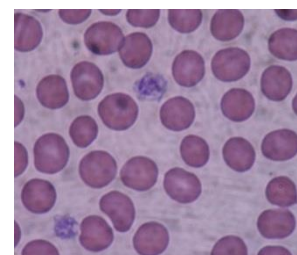
2) LEUCOCITELE (Globulele albe)

- sunt celule cu nucleu;
- au rol în imunitate;
- anumite leucocite acționează prin fagocitoză;
- alte leucocite produc anticorpi.



3) TROMBOCITELE (Plachetele sangvine)

- sunt cele mai mici elemente figurate;
- au citoplasmă și membrană dar nu au nucleu;
- conțin substanțe ce au rol în coagularea sângelui;
- se formează altele noi în măduva hematogenă.



Inima și sistemul circulator:

Inima este localizată în cutia toracică între cei doi plămâni cu vârful orientat spre stânga.

Este acoperită de *pericard*.

Peretele este alcătuit din:

- *Epicard*-foița viscerală a pericardului
- *Endocard*-foița internă se continuă la nivelul vaselor cu endoteliul
- *Miocardul* alcătuit din țesut muscular striat de tip cardiac <mușchiul inimii>

Inima este organ cavitătar alcătuit din patru camere: 2 atrii și 2 ventricule

Atriile:

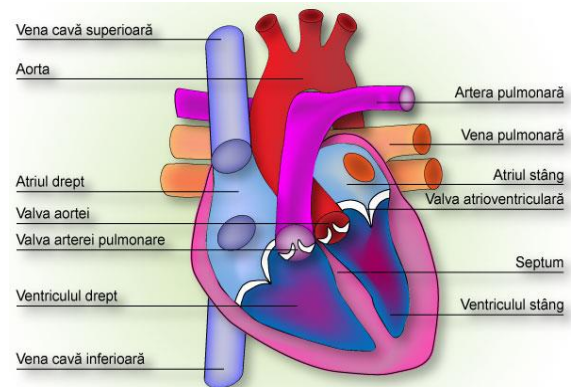
- sunt situate la baza inimii, au formă ovală, pereții subțiri, nu comunică între ele
- în atrium stâng se deschid venele pulmonare care aduc sânge oxigenat de la plămâni
- în atrium drept se deschid venele cave cu sânge neoxigenat de la țesuturi

Ventriculele:

- sunt situate la vârful inimii, au formă alungită, pereții mai îngroșați, nu comunică între ele
- din cel drept pleacă artera pulmonară cu sânge neoxigenat la plămâni
- din cel stâng pleacă artera aorta cu sânge oxigenat la țesuturi
- la locul de plecare din ventricule cele două artere prezintă valvule semilunare, care împiedică reîntoarcerea sângelui în inimă

Atrium și ventriculul de aceeași parte comunică prin orificiile arioventriculare, care prezintă câte un aparat valvular:

- în *atrium stâng* se deschid *venele pulmonare* care aduc *sânge oxigenat* de la *plămâni*
- în *atrium drept* se deschid *venele cave* cu *sânge neoxigenat* de la *țesuturi*



Sistemul vascular cuprinde totalitatea vaselor de sânge: artere, vene, capilare

- **Arterele :**
 - vase prin care sângele pleacă de la inimă
 - artera aortă comunică cu ventriculul stâng, transportă sânge cu oxigen în organism
 - artera pulmonară comunică cu ventriculul drept, transportă sânge neoxigenat la plămâni
- **Capilarele**
 - sunt cele mai mici vase de sânge
 - au peretele subțire, endoteliul, care este un epiteliu unistratificat pavimentos, se continuă cu venele, la nivelul lor are loc schimbul de substanțe dintre sânge și celule
- **Venele**
 - vase prin care sângele se întoarce la inimă
 - vena cavă superioară: aduce sânge de la torace, gât, membre superioare și se deschide în atrium drept
 - vena cavă inferioară aduce sângele de la abdomen, pelvis, membre inferioare și se deschide în atrium drept, are pe traseul ei valvule semilunare
 - venele pulmonare câte două de la fiecare plămân, aduc sângele oxigenat de la plămâni la inimă și se deschid în atrium stâng.

Circulația sângelui

Este de 3 feluri :

- *dublă*: există 2 circuite funcționale
- *completă*: sângele oxigenat nu se amestecă cu cel neoxigenat
- *inchisă*: sângele nu iese din vase

Sângele parcurge două circuite separat structurate, dar corelate funcțional:

- circulația sistemică*: *marea circulație de nutriție*, începe din ventriculul stâng prin artera aortă care formează o cârjă aortă cariană spre stânga și dă ramificații prin care sângele ajunge la țesuturi, unde au loc schimburile de gaze. De aici sângele încărcat cu CO₂ se întoarce la inimă în atrium drept prin venele cave.
- circulația pulmonară*: *mica circulație de oxigenare* începe din ventriculul drept prin artera pulmonară care se ramifică la cei doi plămâni unde au loc schimburile de gaze. De aici sângele încărcat cu O₂ se întoarce la inimă în atrium stâng prin vene pulmonare.

Boli ale sistemului circulator:

1.Varicele

Cauze:

-perioade lungi de stat în picioare

Manifestări:

-dilatarea venelor superficiale la membrele inferioare, atrofii musculare, ulceratii ale gambelor

Prevenire:

-purtarea unor bandaje sau ciorapi speciali care comprimă dilatațiile

-mersul pe bicicletă sau pe jos în ritm alert

2.Arterioscleroza

Cauze:

-infiltrarea pereților artrelor mari cu lipide <grăsimi>, colesterol, excesul alimentar cu grăsimi animale, sedentarismul, fumatul

Manifestări:

-scăderea elasticității vaselor, micșorarea calibrului vaselor de sânge, hipertensiune

3.Hipertensiunea arterială

Cauze:

-creșterea presiunii sanguine asupra pereților arteriali, excesul de tutun, alcool, cafea, obezitatea, sedentarismul, stres, alimentația bogată în lipide, glucide, sarea alimentară

Manifestări:

-depășirea valorilor normale ale tensiunii arteriale, amețeli, dureri de cap, insomnie, oboseală, palpitații, dureri în dreptul pieptului, tulburări de vedere, accident vascular, paralizii de member, infarct miocardic.

4.Infarctul miocardic

Cauze:

-excesul de tutun, alcool, cafea

-efortul fizic îndelungat și necontrolat

-enervări emoționale

5.Accidentul vascular cerebral

Cauze:

-hipertensiunea arterial

Manifestări

-pareze și paralizii, tulburări senzoriale și tulburări de vorbire, memorie, vedere, coma

Prevenire:

-evitarea tensiunii psihice și a ritmului neregulat și încordat de viață și de muncă.



EXCREȚIA

Excreția reprezintă un proces complex care constă în eliminarea de către organisme a unor substanțe

Excreția la plante

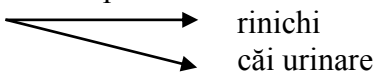
Transpirația ("un rău necesar,,)	Gutația
<ul style="list-style-type: none">➤ Se elimină vapori de apă, la transpirație, pe suprafața frunzelor➤ Se desfășoară predominant ziua (când stomatele sunt deschise)➤ Se realizează cu participarea stomatelor <p><u>Rol:</u></p> <ul style="list-style-type: none">➤ Asigură ascensiunea sevei brute, astfel ionii minerali ajung la frunze➤ Împiedică supraîncălzirea plantei➤ Menține ostiolele deschise asigurând schimbul de gaze necesar fotosintezei și respirației	<ul style="list-style-type: none">➤ Se elimină picături de apă, la marginea frunzelor➤ Poate avea loc oricând, dar mai ales noaptea➤ Completează respirația <p><u>Rol:</u></p> <ul style="list-style-type: none">➤ Favorizarea absorbției și conducerea sărurilor minerale în corpul plantei➤ Eliminarea excesului de apă și săruri minerale

EXCREȚIA LA ANIMALE

Din activitatea celulelor rezultă produși nefolositori și toxici pe care organismul îi elimină în mediul extern prin funcția de excreție.

Rinichii sunt principalele organe ale excreției. Ei elimină prin urină substanțe toxice nefolositoare și o parte din sărurile din sânge, împreună cu o cantitate de apă.

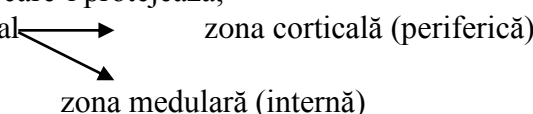
Sistemul excretor este alcătuit din



1. Rinichii sunt situați în cavitatea abdominală.

- sunt în număr de 2, așezați în regiunea lombară de o parte și de alta a coloanei vertebrale în lojele renale;
- au forma unui bob de fasole, culoare brună-roșiatică și suprafața lucioasă;
- dimensiunile rinichiului variază în raport cu vârsta și cu starea lui funcțională;
- la adult are greutatea de 120 – 150 g, lungimea de 10 – 12 cm, lățimea de 5 – 6 cm, iar grosimea de 3 cm;
- rinichiul prezintă o față anterioară și una posterioară, două margini și doi poli. La polul superior se găsește glanda suprarenală;
- marginea laterală este convexă iar marginea medială este concavă și prezintă o despicătură numită hilul renal pe unde pătrunde în rinichi artera renală, ram al aortei și iese vena renală care se varsă în vena cavă inferioară.

Pe o secțiune longitudinală prin rinichi observăm:

- ❖ capsula fibroasă care-l protejează;
 - ❖ parenchimul renal
- 

formată din 7 – 14 piramide Malpighi cu baza spre zona corticală și vârful spre pelvisul renal. O piramidă renală împreună cu țesutul înconjurător din corticală alcătuiesc un lob renal.

Nefronul este unitatea structurală și funcțională a rinichiului.

- **Corpusculul renal Malpighi** - *glomerul vascular, capsula Bowman*
- **Tubul urinifer** – *tub contort proximal, ansa Henle, tub contort distal*

Funcția nefronului este de a forma urina.

2. Căile urinare

Pelvisul renal - este o cavitate în formă de pâlnie, ai cărui pereți se continuă cu ureterul.

Ureterul – este un conduct lung de 25 – 30 cm, cu calibru neuniform prin care se scurge urina din pelvisul renal în vezica urinară.

Vezița urinară – este un organ cavitătar, situat în partea inferioară a cavității abdominale, în loja vezicală. Capacitatea sa este de 250 – 300 ml. În ea se strânge urina înainte de a fi evacuată prin actul micțiunii. Peretele său muscular este foarte extensibil. La locul de trecere în uretră prezintă două sfinctere.

Uretra - este segmentul terminal al căilor excretoare.

Boli ale sistemului excretor:

Boala	Cauze	Manifestări	Prevenire
<u>Litiaza urinară</u>	-tulburări în metabolismul apei și al mineralelor -avitaminoza -alimentație dezechilibrată – cu multă carne - acidifică urina și favorizează precipitarea acidului uric	-formarea de calculi care provoacă leziuni ale căilor urinare -hemoragii -greață -vărsături	-alimentație echilibrată -menținerea igienei organelor excretoare -evitarea abuzului de medicamente -evitarea consumului de ciuperci neavizate
<u>Insuficiența renală acută</u>	-intoxicații -infecții	-încetarea activității rinichiului -lipsa producerii urinii	



2. FUNCȚIILE DE RELAȚIE SENSIBILITATEA

Mișcarea și sensibilitatea la plante

- Sensibilitatea este proprietatea organismelor de a reacționa la informațiile primite din mediu. Este dezvoltată mai mult la animale decât la plante.
- Plantele răspund la stimuli prin mai multe tipuri de mișcări: tactisme, tropisme și nastii.

A. TACTISME

- Mișcări orientate ale celulelor libere (bacterii, euglene, spori, gameți);
- Se clasifică în: *chimiotactisme*, *fototactisme*, *hidrotactisme*;
- Pot fi pozitive (deplasarea spre excitant, exemplu-mișcarea gameților bărbătești - grăuncior de polen- prin tubul polinic) și negative (mișcarea în sens invers acțiunii excitantului);

B. TROPISME

- Sunt mișcări orientate ale plantelor superioare sau organelor plantelor superioare determinate de direcția și sensul de acțiune al unor excitanți (lumina, apa, gravitație, substanțe chimice).
- *Clasificare:*
- A. În funcție de natura excitantului:
 1. -lumina-fototropisme;
 2. -forța de gravitație-geotropisme;
 3. -apa-hidrotropisme;
 4. -substanțe chimice-chimiotropisme.
- B. După direcția în care se realizează mișcarea: pozitive sau negative.
 1. *fototropism pozitiv*- orientarea inflorescenței la floarea soarelui;
 2. *geotropism pozitiv*- creșterea rădăcinii vertical în jos;
 3. *geotropism negativ*-creșterea tulpinii în sens invers gravitației

C. NASTII

- Sunt mișcări neorientate, determinate de variațiile de intensitate ale unor excitanți:
 1. *fotonastii* (la lumina)-zorelele, regina nopții, păpădia;
 2. *termonastii* (la temperatura)-deschiderea florii de lalea la caldura;
 3. *seismonastii*, *mecanonastii* (factori mecanici)-mimosa, macrisul iepurelui.

ORGANE DE SIMȚ

OCHIUL este format din globul ocular și organele anexe.

Organele anexe de apărare: glandele lacrimale, pleoape cu gene, sprâncene, conjunctiva; de mișcare: mușchii extrinseci.

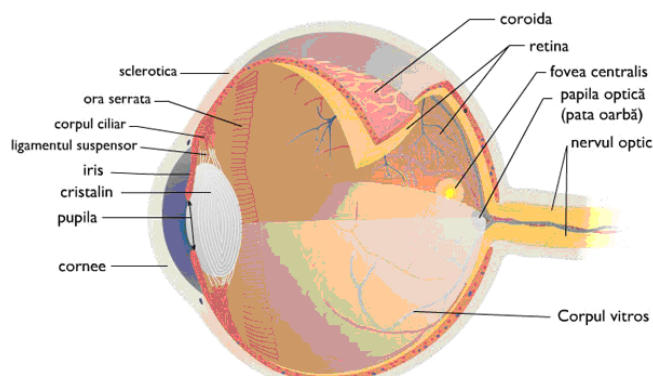
Globul ocular este alcătuit din: învelișuri, aparatul optic, receptorul.

1. **Învelișurile** sunt reprezentate de trei tunici:

a. sclerotica - de natură conjunctivă, alb-sidefie, cu rol protector. Pe ea se inseră musculatura extrinsecă a globului ocular; prezintă anterior corneea transparentă – nevascularizată;

b. coroida - pigmentată și vascularizată, cu rol trofic și de cameră obscură; irisul - străbătut central de un orificiu: pupila care reglează cantitatea de lumină ce pătrunde în globul ocular;

c. retina de natură nervoasă, reprezintă receptorul și conține celulele fotoreceptoare, care sunt de două tipuri: celulele cu con asigură vederea diurnă, cromatică, perceperea formelor; celulele cu bastonaș asigură vederea nocturnă, acromatică.



2. Aparatul optic cuprinde mediile transparente: corneea nevascularizată, bogat inervată; umoarea apoasă situată în camera anterioară; cristalinul, lentilă biconvexă, transparent, nevascularizat și neinervat; corpul vitros situat în camera posterioară; este un gel transparent.

Formarea imaginii: -la ochiul normal (ochi emetrop) imaginea obiectelor privite se formează pe retină și este reală, mai mică și răsturnată.

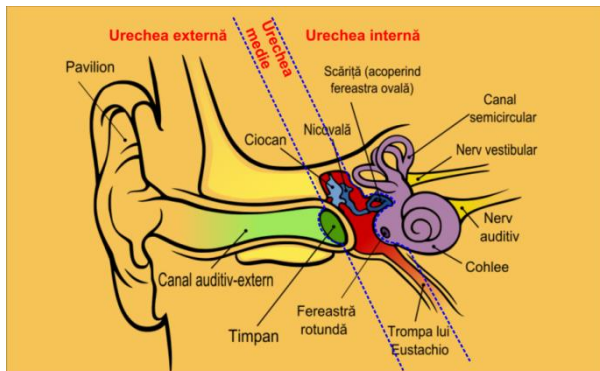
URECHEA este constituită din trei componente:

a. urechea externă - este formată din: pavilionul urechii cu rol în captarea sunetelor; conductul auditiv extern, la capătul căruia se află timpanul;

b. urechea medie (camera timpanică) situată în stanca osului temporal, este plină cu aer; comunică cu faringele prin trompa lui Eustachio, cu urechea externă prin fereastra timpanică și cu urechea internă prin fereastra ovală și fereastra rotundă; conține trei piese osoase : - ciocanul, nicovala și scărița, ce stabilesc contact cu timpanul și membrana ferestrei ovale, asigurând transmiterea sunetului spre urechea internă;

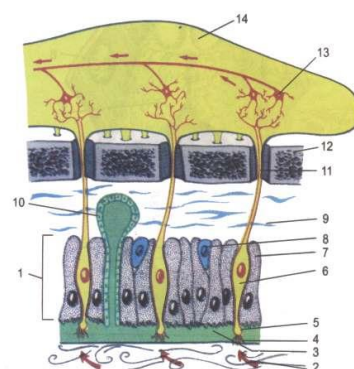
c. urechea internă este formată din: *labirintul osos* (vestibul osos; trei canale semicirculare; melcul osos); conține un lichid numit perilimfă și *labirintul membranos*, situat în interiorul celui osos; conține un lichid numit endolimfă și este format din: vestibul membranos, ce conține (două vezicule sacula și utricula); trei canale semicirculare, care se deschid în utriculă; melcul membranos.

În melcul membranos este situat organul Corti – receptor pentru auz. Receptorii pentru echilibru sunt localizați la baza canalelor semicirculare (creste ampulare) și în saculă și utriculă (macule).



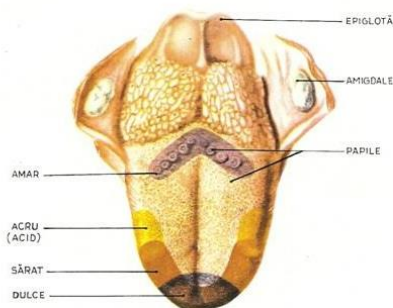
NASUL asigură recepționarea și prelucrarea informațiilor referitoare la proprietățile chimice ale substanțelor odorante, aflate la o anumită distanță. Fosele nazale sunt captușite cu o mucoasă nazală cu funcție respiratorie în partea inferioară și funcție olfactivă în partea superioară; **mucoasa nazală olfactivă** este receptorul pentru olfacție și are o suprafață de 2-3 cm²; este situată în regiunea superioară a foselor nazale și este formată din: celule de susținere și celule receptoare (neuroni bipolari).

Are rol în aprecierea calității aerului; evitarea pătrunderii în organism a unor substanțe nocive; aprecierea calității alimentelor; declanșarea secreției salivare. Stimulii specifici sunt reprezentați de substanțele volatile. Acestea pot fi recepționate doar dacă sunt dizolvate în mucusul din fose și au o concentrație egală sau superioară pragului de excitabilitate.



Structura mucoasei olfactive și căile olfactive: 1. epiteliu olfactiv; 2. substanță odorantă; 3. mucus; 4. cili olfactivi; 5. buton olfactiv; 6. neuron bipolar olfactiv; 7. celulă de susținere; 8. celulă bazală; 9. țesut conjunctiv; 10. glandă mucoasă; 11. nerv olfactiv; 12. lamă ciuruită a etmoidului; 13. celule mitrale; 14. bulbul olfactiv.

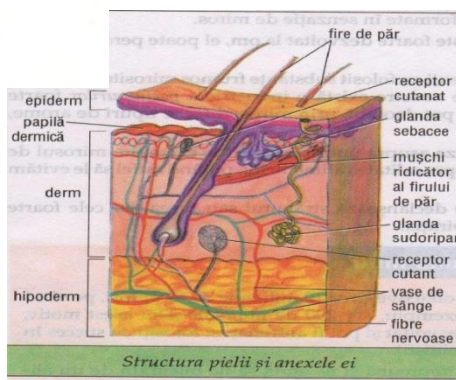
ANALIZATORUL GUSTATIV (LIMBA)



LIMBA asigură recepționarea și prelucrarea informațiilor referitoare la proprietățile chimice ale substanțelor sapide, solubile, care intră în contact cu mucoasa bucală. Receptorii sunt reprezentați de **mugurii gustativi** situați în mucoasa gustativă linguală și buco-faringiană. Are rol în aprecierea calității alimentelor; evitarea pătrunderii în organism a unor substanțe

nocive; declanșarea secreției salivare și gastrice. Senzațiile gustative primare sunt: acru, amar, dulce, sărat.

PIELEA conține receptorii de presiune și vibrație; stimulilor din mediul extern nerveose la ariile corticale formarea senzațiilor tactile, alcătuită din trei straturi: 1.



pentru simțul tactil, termic, dureros, aceștia recepționează acțiunea și o transmit sub formă de impulsuri corespunzătoare, contribuind la termice, dureroase, de presiune. Este Epidermul: acoperă corpul la exterior

sau căpтуșește la interior organele cavitare, formând mucoase; este nevascularizat; 2. Dermul: vascularizat; în grosimea sa se găsesc: glandele sebacee, sudoripare și rădăcina firelor de păr (foliculii piloși); 3. Hipodermul: stratul profund; bogat în celule adipoase (cu grăsime); este vascularizat. Pielea îndeplinește următoarele funcții: organ de simț – pentru sensibilitatea exteroceptivă: tactilă, vibratorie și presională; termică și dureroasă; rol de protecție a organismului; rol în termoreglare – menținerea constantă a temperaturii corpului; cale de excreție -prin glandele sudoripare, sebacee și prin anexele cornose (părul, unghiile).

DEFICIENȚE SENZORIALE LA OM

MIOPIA determinată de următoarele: glob ocular alungit; creșterea puterii de refracție a cristalinului; privitul de aproape la calculator, TV; cititul la lumină slabă. Imaginea se formează în fața retinei; corecția: cu lentile divergente, biconcave.

HIPERMETROPIA determinată de următoarele: glob ocular mai turtit; scăderea puterii de refracție a cristalinului. Imaginea se formează în spatele retinei; corecția: cu lentile convergente, biconvexe.

ASTIGMATISMUL provocat de curbura neuniformă a cristalinului sau a corneei. Se manifestă prin focalizarea razelor de lumină în puncte diferite; corecția: cu lentile cilindrice.

STRABISMUL provocat de slăbire a unuia dintre mușchii externi ai globului ocular. Axele optice ale celor doi globi oculari nu sunt paralele (privire în cruciș); corecția: chirurgical sau exerciții medicale.

SURDITATEA provocată de leziuni ale urechii externe sau medii, care împiedică sau diminuează transmiterea sunetelor, obturarea canalului auditiv prin dopuri de ceară, îngroșarea timpanului după inflamații repetate, spargerea timpanului, leziuni ale nervului acustic.



SISTEMUL NERVOS

- **Sistemul nervos al vieții de relație (somatic** - are rol în integrarea organismelor în mediu); este alcătuit din două componente: **a. sistemul nervos central** – format din: măduva spinării și encefal; **b. sistemul nervos periferic**- format din: nervi spinali și cranieni; ganglioni nervoși;
- **Sistemul nervos vegetativ** - coordonează activitatea organelor interne.

Din punct de vedere funcțional :

- sistemul nervos somatic : asigură integrarea organismului în mediu
- sistemul nervos vegetativ: coordonează activitatea organelor interne.

Sistemul nervos este format din neuroni uniți între ei prin sinapse-la baza funcționării sistemului nervos stau reflexele.

Arcul reflex este alcătuit din : -**receptori** : preia informația (pielea) - cale senzitivă : transmite informația spre centrul nervos-centru nervos preia și analizează informația și emite comanda - cale motorie : transmite comanda spre efectori-efectorii execută comanda (muschi).

Maduva spinării este protejată de -peretele osos al colanei - 3 membrane ce formează meningele - lichidul cefalorahidian.

Alcătuirea măduvei : -substanța cenușie: este situată în centrul măduvei - este formată din corpul neuronilor conține centrul nervos

-substanța albă : este situată periferic. Este formată din prelungirile neuronilor

-are rol de a transmite influxul nervos spre creier și de la creier. Nervii care privesc din măduva spinării se numesc *nervi spinali*.

Creierul (Encefalul)

Este alcătuit din trunchi cerebral-cerebel-diencefal-emisfere cerebrale.

Trunchiul cerebral: -se continuă cu măduva spinării - are formă unui trunchi de piramidă cu baza mare în sus - este alcătuit din: bulbul rahidian-puntea lui Varolio-mezencefal.

Cerebelul (creierul mic) - este situat dorsal față de trunchiul cerebral - este format din 2 emisfere cerebeloase separate de un șanț interemisferic.

-substanța cenușie este dispusă la exterior unde formează scoarța cerebeloasă și la interior sub forma coroanei unui arbore asigură menținerea echilibrului, controlează poziția corpului și nu comandă mișcările, dar asigură precizia acestora.

Diencefalul este acoperit parțial de emisferile cerebrale. Prezintă o zonă numită *hipotalamus* cu rol în reglarea temperaturii corpului, a poftelor de mâncare.

Emisferile cerebrale reprezintă partea cea mai voluminoasă a sistemului nervos - suprafața emisferelor este brăzdată de numeroase șanțuri - substanța cenușie este dispusă la exterior și formează scoarța cerebrală - pe suprafața emisferelor se află diferite arii – arii sensitive care primesc informații de la organele de simț: - aria vizuală, auditivă, olfactivă, gustativă, somestezică (prin care se simte propriul corp), - arii motorii: emit comenzi, - arii de asociație: fac legătura între diferite arii. Scoarța cerebrală este sediul activităților nervoase superioare

Boli ale sistemului nervos la om:

Boala Parkinson provocată de degenerarea progresivă a sistemului nervos. Se manifestă prin rigiditate musculară generalizată; tremurături ale mâinilor și picioarelor; mers rigid, cu pași mici și corpul aplecat înainte.

Paralizia este provocată de inflamarea sau leziunea unui nerv datorate unor: infecții, ruperi de vase sangvine, tumori, loviri sau distrugerii ale nervului. Se manifestă prin: monoplegie (paralizia unui membru); hemiplegie (paralizia jumătății superioare sau inferioare a corpului); tetraplegie (paralizia tuturor membrelor).

Epilepsia se datorează unor infecții acute; malformații congenitale ale SNC; traumatisme craniene; alcoolism; tumori cerebrale. Se manifestă prin: convulsii, pierderea cunoștinței, agitarea membrelor; înțepenirea corpului, încetinirea respirației, mușcarea limbii; fază de comă, după care persoana se trezește și nu-și amintește de criză.

Scleroza în plăci nu are o cauză clară. Se manifestă prin: leziuni și cicatrici sub formă de plăci în substanța albă, datorate distrugerii tecii de mielină; tulburări de echilibru, de coordonare a mișcărilor, de vorbire, de vedere.

LOCOMOȚIA LA ANIMALE (MAMIFERE)



Se realizează cu ajutorul sistemului locomotor, alcătuit din: sistemul osos, componenta pasivă; sistemul muscular, componenta activă;

Sistemul osos formează scheletul, care are un plan general de organizare comun tuturor vertebratelor fiind alcătuit din:

a. scheletul capului - neurocraniul (cutia craniană); viscerocraniul (oasele feței);

b. scheletul trunchiului – coloana vertebrală, coaste -12 perechi și stern; coloana vertebrală-formată din 33-34 de vertebre;

c. scheletul membrelor:

- **superioare** - centura superioară – scapulară (omoplat, claviculă); membrul propriu-zis: braț (osul humerus); antebraț (oasele radius și cubitus); mâna (oasele carpiene, metacarpiene, falange);
- **inferioare** - centura inferioară (oasele coxale); membrul propriu-zis - coapsa (osul femur); gamba (oasele tibia și peroneu); piciorul (oasele tarsiene, metatarsiene, falange).

Oasele coxale împreună cu osul sacral formează bazinul. La mamifere, o parte a coloanei vertebrale, sternul și coastele formează cutia toracică.

Sistemul muscular cuprinde musculatura striată scheletică, care se fixează pe oase și, prin contracție, determină mișcarea acestora. Principalele grupe de mușchi: mușchii capului; mușchii gâtului; mușchii trunchiului; mușchii membrului superior: mușchii umărului – deltoid; mușchii bratului – biceps și triceps; mușchii antebrațului; mușchii flexori și extensori ai degetelor; mușchii membrului inferior: mușchii fesieri; mușchii coapsei – croitor; mușchii gambei; mușchii flexori și extensori ai degetelor; mușchii piciorului.



3. FUNCȚIA DE REPRODUCERE REPRODUCEREA

→ este funcție fundamentală a organismelor vii prin care se realizează perpetuarea speciei

- REPRODUCERA ASEXUATĂ - fără participarea celulelor sexuale; fără fecundație;
- SEXUATĂ - cu participarea celulelor sexuale din a căror fuzionare → celula-ou (zigotul);

REPRODUCEREA LA PLANTE

➤ Reproducerea ASEXUATĂ la PLANTE

Se poate realiza prin:

- diviziunea repetată a celulelor → alga unicelulară – verzeala zidurilor
- înmugurire → drojdia de bere
- spori → mucegai, mușchi, ferigi
- organe vegetative → stoloni, rizomi, tuberculi, bulbi
- fragmente de organe vegetative (separarea rădăcinilor tuberizate, despărțire)

ARTIFICIAL - BUTĂȘIRE → mușcata begonii, violete
- MARCOTAJ → vița de vie
- ALTOIRE
- MICROBUTĂȘIRE

➤ Reproducerea SEXUATĂ la PLANTE (angiosperme)

Structura flori la angiosperme

STRUCTURA EXTERNĂ - **peduncul** (codița florii),
- **receptacul** (susține învelișul floral),
- **sepale** (totalitatea lor formează CALICIUL - K)
- **petale** (totalitatea lor formează COROLA - C)

STRUCTURA INTERNĂ

Androceul (totalitatea staminelor) ♂
- alcătuit din: *filament, conectiv, anteră*

Gineceul (totalitatea carpelilor) ♀
- alcătuit din: *stigmat, stil, ovar*

REPRODUCEREA LA ANIMALE

- după modul de reproducere, **mamiferele** se împart în:

→ **OVIPARE (MONOTREME)**

- clocesc ouăle fie în cuib (ornitorincul), fie într-o pungă tegumentară (echidna)
- puii sunt hrăniți cu lapte produs de glande mamare primitive

→ **MARSUPIALE**

- nasc pui incomplet dezvoltăți, care își continuă dezvoltarea în **marsupiu**
- în marsupiu se află și glandele mamare

→ **PLACENTARE**

- embrionul are o dezvoltare intrauterină mai îndelungată

SISTEMUL REPRODUCĂTOR MASCUL (♂)

- organe genitale EXTERNE
- **penis** (funcție sexuală, funcție urinară)
- organe genitale INTERNE
- **gonade = testiculele** produc spermatozoizii și secretă hormonii androgeni
 - **conducte genitale** (acumulează și conduc sperma):
 - canalul epididimului
 - canalul deferent
 - canalul ejaculator
 - uretra (cale genitală, cale urinară)
- **glande anexe** - veziculele seminale și prostata

SISTEMUL REPRODUCĂTOR FEMEL (♀)

- organe genitale EXTERNE
- **vulva**
- organe genitale INTERNE
- **gonade = ovarele** conțin foliculi ovarieni care produc ovule
 - **conducte genitale (oviducte):**
 - trompele uterine (oviducte)
 - uter
 - vagin
- **glande anexe** – glandele mamare

OVULAȚIA - expulzarea ovulului din ovar

FECUNDAȚIA - contopirea gametului masculin (spermatozoid) cu gametul feminin (ovul) rezultând celula ou (zigotul)

- are loc în oviducte (la om trompele uterine)

NIDAȚIA - implantarea (fixarea) preembrionului în mucoasa uterului.

- în jurul embrionului se formează:
 - **sacul amniotic** cu **lichidul amniotic** - rol → protecție, hrănire
 - **placenta** - rol în → schimburile respiratorii și nutritive între mamă și făt
 - **cordoanul ombilical** - rol în → conectarea embrionului la placenta

BOLI CU TRANSMITERE SEXUALĂ

1. SIFILISUL

Cauze → *Treponema pallidum* (o bacterie)

Manifestări → **sifilisul primar** - o rană în vagin, sau pe penis, care apare la 12 săptămâni după contactul sexual cu o persoană infectată;

→ **sifilisul secundar** - erupție pe corp, febră, dureri de cap, de gât, care apar după 2-6 luni;

→ **sifilisul terțiar** - afecțiuni ale inimii, creierului, care apar la câțiva ani de la infectare .

2. GONOREA

Cauze → o bacterie

Manifestări (apar la 10 zile după infectare)

→ secreție galben-verzuie din vagin sau din penis;

→ usturimi la urinare

→ dureri abdominale

3. CANDIDOZA

Cauze → *candida albicans* (o ciupercă)

Manifestări → secreție vaginală

→ inflamația vulvei sau a penisului

→ usturimi la urinare

→ mâncărime în zona genitală

4. SIDA (sindromul imunodeficiar dobândit – etapa finală a infectării cu HIV)

Cauze → *virusul HIV* care produce infectarea treptată a leucocitelor

- Manifestări* → depresie imună majoră (scade apărarea imunitară)
- infecții virale, microbiene, micotice
 - tumori
 - afectarea SNC
 - deces

PREVENIREA BOLILOR CU TRANSMITERE SEXUALĂ

- evitarea relațiilor sexuale întâmplătoare;
- folosirea prezervativului la contactul sexual;
- utilizarea seringilor și a acelor de unică folosință;
- controlul donatorilor de sânge;
- respectarea normelor de igienă.



MODEL SUBIECT BACALAUREAT

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

A **4 puncte**

Scrieți, pe foaia de examen, noțiunile cu care trebuie să completați spațiile libere din afirmația următoare, astfel încât aceasta să fie corectă.

Ascomicetele și aparțin regnului

B **6 puncte**

Dați două exemple de grupe de mamifere; scrieți câte un tip de mers pentru fiecare dintre cele două grupe de mamifere.

C **10 puncte**

Scrieți, pe foaia de examen, litera corespunzătoare răspunsului corect. Este corectă o singură variantă de răspuns.

1. Componentă a sistemului excretor al mamiferelor este:
 - a) inima
 - b) rinichiul
 - c) stomacul
 - d) traheea
2. Melcul membranos:
 - a) adăpostește ciocanul, nicovala și scărița
 - b) conține celule fotosensibile
 - c) este localizat în urechea internă
 - d) se continuă cu trompa lui Eustachio
3. Gineceul florii angiospermelor este alcătuit din totalitatea:
 - a) carpelelor
 - b) petalelor
 - c) sepalelor
 - d) staminelor
4. Gimnosperme sunt:
 - a) briofitele
 - b) coniferele
 - c) dicotiledonatele
 - d) pteridofitele
5. Emisferele cerebrale:
 - a) au la exterior scoarța cerebeloasă
 - b) sunt componente ale trunchiului cerebral
 - c) sunt unite prin punți de substanță cenușie
 - d) sunt separate printr-un șanț interemisferic

D **10 puncte**

Citiți, cu atenție, afirmațiile următoare. Dacă apreciați că afirmația este adevărată, scrieți, pe foaia de examen, în dreptul cifrei corespunzătoare afirmației, litera A. Dacă apreciați că afirmația este falsă, scrieți,

pe foaia de examen, în dreptul cifrei corespunzătoare afirmației, litera F și modificați parțial afirmația pentru ca aceasta să devină adevărată. Folosiți, în acest scop, informația științifică adecvată. Nu se acceptă folosirea negației.

1. La plante, respirația poate fi evidențiată după consumul de CO₂.
2. Gonadele masculine conțin numeroși foliculi ovarieni.
3. La mamifere, nervul optic este alcătuit din axonii neuronilor multipolari.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

A

18 puncte

Sistemul circulator sangvin al mamiferelor este alcătuit din inimă și vase de sânge, reprezentate de artere, vene și capilare.

- a) Precizați rolul valvulelor atrio-ventriculare și al valvulelor semilunare.
- b) Comparați artera pulmonară cu artera aortă, precizând o asemănare și o deosebire între aceste vase de sânge.
- c) Calculați masa apei din plasma sângelui unui atlet, știind următoarele:
 - sângele reprezintă 7% din masa corpului;
 - plasma sangvină reprezintă 55% din masa sângelui;
 - apa reprezintă 90% din masa plasmei sangvine;
 - masa corpului atletului este de 71 Kg.

Scrieți toate etapele parcurse pentru rezolvarea cerinței.

- d) Completați problema de la punctul c) cu o altă cerință pe care o formulați voi, folosind informații științifice specifice biologiei; rezolvați cerința pe care ați propus-o.

B

12 puncte

Se încrucișează un soi de trandafir cu flori mari (M), de culoare galbenă (G), fiind heterozigot pentru ambele caractere, cu un soi de trandafir cu flori mici (m), de culoare albă (g).

Stabiliți următoarele:

- a) genotipurile celor doi părinți;
- b) tipurile de gameți formați de părintele heterozigot pentru ambele caractere;
- c) genotipul descendenților din F₁ care au flori mici și de culoare galbenă.
- d) Completați această problemă cu o altă cerință pe care o formulați voi, folosind informații

științifice specifice biologiei; rezolvați cerința pe care ați propus-o. Scrieți toate etapele rezolvării problemei.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.

14 puncte

Nutriția este una dintre funcțiile vitale ale organismelor. În funcție de sursa de carbon, există două tipuri fundamentale de nutriție: autotrofă și heterotrofă.

- a) Precizați o asemănare între nutriția saprofită și nutriția parazită; numiți un grup de viețuitoare cu nutriție heterotrofă.
- b) Explicați afirmația următoare: „Fotosinteza are rol în menținerea constantă a compoziției atmosferei”.
- c) Construiți patru enunțuri afirmative, utilizând limbajul științific adecvat. Folosiți, în acest scop, informații referitoare la următoarele conținuturi:
 - Sistemul digestiv la mamifere.
 - Prevenirea bolilor sistemului digestiv la om.

2.

16 puncte

În lumea vie există două tipuri fundamentale de organizare celulară: procariot și eucariot. Celula vegetală și celula animală au organizare de tip eucariot.

- a) Enumerați trei componente ale unei celule procariote.
- b) Scrieți un argument în favoarea afirmației următoare: „Cloroplastele lipsesc din structura celulei animale”.
- c) Alcătuiți un minieseu intitulat „Structura și ultrastructura celulei animale”, folosind informația științifică adecvată.

În acest scop, respectați următoarele etape:

- enumerarea a șase noțiuni specifice acestei teme;
- construirea, cu ajutorul acestora, a unui text coerent, format din maximum trei-patru fraze, folosind corect și în corelație noțiunile enumerate



MODEL SUBIECT BACALAUREAT

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

A

4 puncte

Scrieți, pe foaia de examen, noțiunile cu care trebuie să completați spațiile libere din afirmația următoare, astfel încât aceasta să fie corectă.

Cele trei oscioare din urechea medie a mamiferelor sunt: ciocanul, și

B

6 puncte

Numiți două faze ale mitozei; scrieți în dreptul fiecărei faze câte o caracteristică.

C

10 puncte

Scrieți, pe foaia de examen, litera corespunzătoare răspunsului corect. Este corectă o singură variantă de răspuns.

1. Cefalopodele sunt:

- anelide
- celenterate
- cordate
- moluște

2. Din structura celulei animale lipsește:

- citoplasma
- mitocondria
- peretele celular
- reticulul endoplasmic

3. Intestinul subțire al mamiferelor:

- este componentă a tubului digestiv
- este localizat în cavitatea toracică
- participă la realizarea funcției de relație
- secretă un suc digestiv care conține tripsină

4. Ascomicetele aparțin regnului:

- Animale
- Fungi
- Plante
- Protiste

5. Fiecare dintre celulele-fiice formate prin diviziunea mitotică a unei celule-mamă cu $2n = 26$ cromozomi are:

- $2n = 26$ cromozomi
- $2n = 13$ cromozomi
- $n = 26$ cromozomi
- $n = 13$ cromozomi

D

10 puncte

Citiți, cu atenție, afirmațiile următoare. Dacă apreciați că afirmația este adevărată, scrieți, pe foaia de examen, în dreptul cifrei corespunzătoare afirmației, litera A. Dacă apreciați că afirmația este falsă, scrieți, pe foaia de examen, în dreptul cifrei corespunzătoare afirmației, litera F și modificați parțial afirmația pentru ca aceasta să devină adevărată. Folosiți, în acest scop, informația științifică adecvată. Nu se acceptă folosirea negației.

- La mamifere, ureterele sunt protejate de o capsulă cu pereți dubli.
- Ereditatea este însușire a lumii vii.
- Fotosinteza reprezintă modul de nutriție specific bazidiomicetelor.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

A

La mamifere, sistemul circulator este alcătuit din inimă și vase de sânge.

- Caracterizați o boală a sistemului circulator la om, precizând: denumirea bolii, o cauză, o manifestare, o măsură de prevenire.
- Precizați o asemănare și o deosebire între artera pulmonară și venele pulmonare.
- Calculați conținutul în apă al plasmei sângelui unui tânăr, știind următoarele:
 - volumul sangvin reprezintă 7% din masa corpului;
 - plasma sangvină reprezintă 55% din volumul sangvin;
 - apa reprezintă 90% din compoziția plasmei sangvine;
 - tânărul cântărește 53 de Kg.

Scrieți toate etapele parcurse pentru rezolvarea cerinței.

- Completați problema de la punctul c) cu o altă cerință pe care o formulați voi, folosind informații științifice specifice biologiei; rezolvați cerința pe care ați propus-o.

B

12 puncte

Se încrucișează două soiuri de dud care se deosebesc prin două perechi de caractere: culoarea și dimensiunea fructelor. Un soi de dud are fructe roșii (R) și mici (m), iar celălalt soi de dud are fructe albe (r) și mari (M). Părinții sunt homozigoți pentru ambele caractere. În prima generație, F1, se obțin organisme hibride. Prin încrucișarea între ei a hibridilor din F1, se obțin în F2 16 combinații de factori ereditari. Stabiliți următoarele:

- genotipurile celor două soiuri de dud;
- trei exemple de tipuri de gameți produși de indivizii din F1;
- numărul combinațiilor din F2, homozigote pentru ambele caractere; fenotipul indivizilor din F2 ale căror genotipuri sunt: rrMm și rmm.
- Completați această problemă cu o altă cerință pe care o formulați voi, folosind informații științifice specifice biologiei; rezolvați cerința pe care ați propus-o. Scrieți toate etapele rezolvării problemei.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.

14 puncte

Aparatul Golgi, reticulul endoplasmatic, mitocondriile, lizozomii sunt exemple de organite celulare.

- Precizați rolul îndeplinit de două dintre organitele celulare (la alegere) enumerate.
- Stabiliți o asemănare și o deosebire între structura celulei vegetale și structura celulei animale.
- Construiți patru enunțuri afirmative, utilizând limbajul științific adecvat.

Folosiți, în acest scop, informații referitoare la următoarele conținuturi:

- Meioza;
- Mamifere.

Veți construi câte două enunțuri din fiecare conținut.

2.

16 puncte

Conform teoriei celulare, toate organismele vii cuprinse în cele cinci regnuri sunt alcătuite din celule.

- Enumerați trei componente celulare comune celulei vegetale și celulei animale.
- Explicați afirmația următoare: “În cazul organismelor unicelulare, celula îndeplinește toate funcțiile necesare vieții”.
- Alcătuiți un minieseu intitulat „Diviziunea celulară indirectă”, folosind informația științifică adecvată.

În acest scop, respectați următoarele etape:

- enumerarea a șase noțiuni specifice acestei teme;
- construirea, cu ajutorul acestora, a unui text coerent, format din maximum trei-patru fraze, folosind corect și în corelație noțiunile enumerate.

BIBLIOGRAFIE

- Didactica biologiei – teorie și aplicații, Ed. Paralela 45, autor Mariana Marinescu
- Biologie, manual pentru clasa a XI- a, Ed. Corint, autori Dan Cristescu, Carmen Sălăvăstru, Bogdan Voiculescu, Cezar Th. Niculescu, Radu Cărmăciu
- Biologie – Sinteze pentru bacalaureat clasa a IX- a și clasa a X- a, Ed. Didactica Publishing House, autor Ștefania Pelmuș-Giersch
- Memorator Biologie vegetală și animală, clasele 9-10, Ed. Paralela 45, autori Irina Kovacs, Daniela Firicel.

Capitolul 4. Chimie

Chimia anorganică aplicată în variantele de bacalaureat

ATOM. ELEMENT CHIMIC. IZOTOPI

Atom = cea mai mică particulă în care se poate diviza o substanță simplă așa încât să păstreze particularitățile (proprietățile) substanței simple. Atomul este neutru din punct de vedere electric.

Toate particulele care alcătuiesc un atom se numesc particule elementare : protonul, neutronul și electronul sunt considerate **particule fundamentale**.

Nucleul conține **protoni cu sarcină electrică pozitivă** și **neutroni, neutri din punct de vedere electric**; în ansamblu, nucleul are sarcină pozitivă.

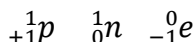
Atomul este neutru din punct de vedere electric

Electronii se rotesc în jurul nucleului cu viteze foarte mari, formând învelișul electronic.

În atom, numărul electronilor din învelișul electronic este egal cu numărul protonilor din nucleu.

Numărul protonilor (sarcinilor pozitive) din nucleu se notează cu Z și se numește număr atomic.

Specia de atomi cu același număr atomic Z formează un element chimic. A_ZX $A = Z + N$



Există atomi care deși au același număr atomic (Z -număr de **protoni**) au număr de masă (A -număr de **nucleoni**) diferit : ei se numesc **izotopi** (în grecește isos = același; topos = loc). Izotopii ocupă același loc în sistemul periodic, deoarece sunt atomi ai aceluiași element.

Izotopii sunt specii de atomi cu același număr atomic (același număr de protoni) și cu număr de masă diferit (număr diferit de neutroni).

Un izotop se notează prescurtat prin simbolul elementului, în stânga lui fiind scrise : **jos – numărul atomic; sus – numărul de masă**. Izotopul elementului carbon, care are în nucleu 6 protoni și 6 neutroni, este notat : ${}^{12}_6C$. Uneori se indică numai numărul de masă.

Hidrogenul are trei izotopi; aceștia sunt :

- hidrogenul ușor (protiu) cu 1 proton în nucleu; are simbolul 1_1H

- hidrogenul greu (deuteriu) cu $\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ proton} \\ 1 \text{ neutron} \end{array} \right.$ în nucleu; are simbolul 2_1D

- hidrogenul supragreu (tritiu) cu $\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ proton} \\ 2 \text{ neutroni} \end{array} \right.$ în nucleu; are simbolul 3_1T

Toți cei trei izotopi : hidrogenul, deuteriul și tritiul constituie același element (hidrogenul), deoarece au aceeași sarcină nucleară (+1) și un singur electron în învelișul electronic.

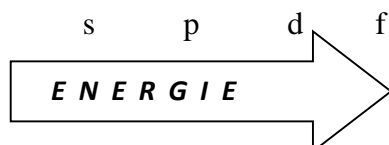
Primii doi izotopi ai hidrogenului (protiu și deuteriu) sunt stabili.

STRATURI. SUBSTRATURI. ORBITALI

În învelișul electronic electronii sunt organizați pe 7 straturi numerotate de la 1...7 sau de la K...Q începând de la nucleu către exterior.

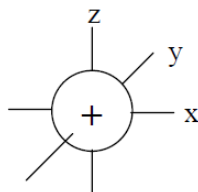


Orbitalul reprezintă zona în care se găsesc cu maximă probabilitate electronii. Orbitalii sunt de mai multe tipuri:



ORBITAL DE TIP „s”

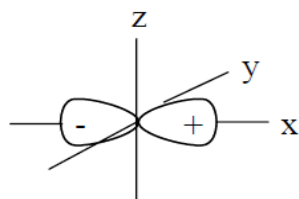
Orbitalul este „s”, are formă sferică (simetrie maximă). Există din primul strat electronic, K, fiecare substrat s având un singur orbital s. Pe el încap maxim doi electroni.



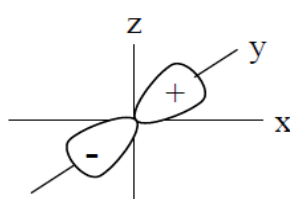
Orbital s

ORBITALI DE TIP „p”

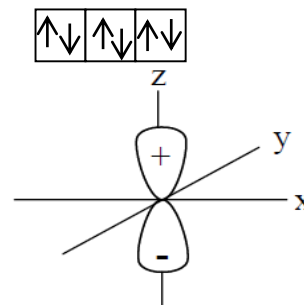
Orbitalii sunt în număr de 3, sunt orbitalii (px, py, pz) și au simetrie bilobară. Există din stratul al doilea, L. Pe ei încap maxim 6 electroni.



Px



Py



Pz

Orbitalii p

ORBITALI DE TIP d

Sunt în număr de 5 și au forme mai complicate. Se ocupă maxim cu 10 electroni.



ORBITALI DE TIP f.

Sunt în număr de 7 și au forme și mai complicate. Se ocupă maxim cu 14 electroni



Un **substrat** se notează cu litera orbitalului pe care îl conține precedată de cifra care indică numărul stratului. 1s , 2p, 3d, 4f

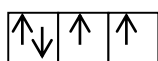
REGULI DE OCUPARE CU ELECTRONI A STRATURILOR ȘI SUBSTRATURILOR

1. Electronii tind să ocupe poziții de **minimă energie**. Mai întâi se ocupă straturile 1, 2..7 și orbitalii s, p....f.

2. Într-un orbital încap maxim 2 electroni cu spin opus numiți electroni cuplați. Mișcarea de spin a electronului este mișcarea în jurul axei sale.(Principiul lui Pauling)

3. Mai întâi se ocupă cu câte un electron fiecare orbital liber al unui substrat și apoi urmează completarea cu cel de al doilea electron.(regula lui Hund).

3 p⁴ **corect**



incorect

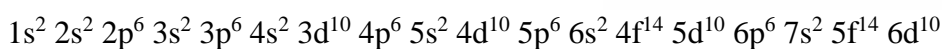
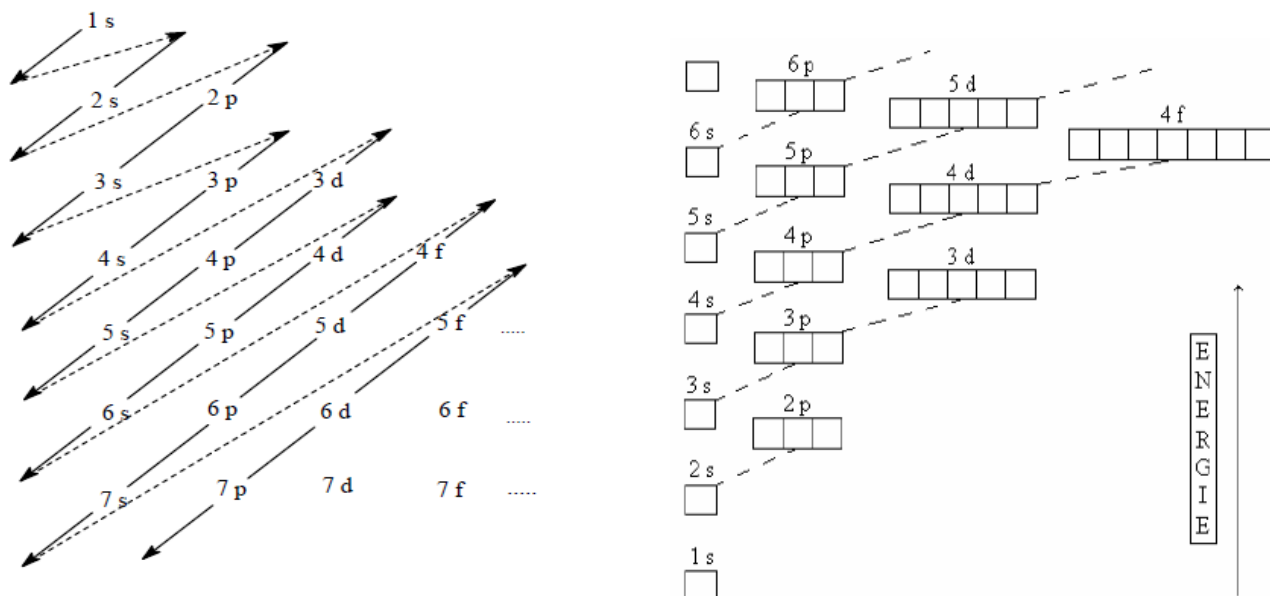


are doi orbitali monoelectronici nu are nici un orbital monoelectronic

Modul de ocupare electroni a orbitalilor atomici = succesiunea energetică

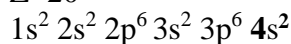
Configurația electronică a unui element dat, este omoloagă cu a elementului precedent din sistemul periodic al elementelor, la care se adaugă un nou electron numit electron distinctiv

DIAGRAMA DE ENERGIE A STRATURILOR ȘI SUBSTRATURILOR



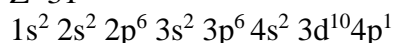
Exemple:

$$Z=20$$



Are 4 straturi (ultima cifră a orbitalilor s din configurație) și 6 substraturi. Face parte din elementele din grupele principale – GRUPA a II-a.

$$Z=31$$



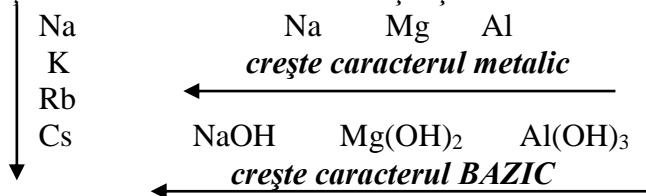
Are 4 straturi și 8 substraturi. Face parte din grupe principale (are configurația electronică terminată în s sau p).

Grupa se află adunând electronii din s și p de pe ultimul strat. Este din grupa principală 3 (2+1).

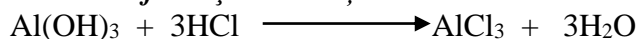
Perioada este dată de numărul de straturi (ultima cifră a orbitalilor de tip „s”).

CARACTER METALIC – configurația electronică se termină în „s”.

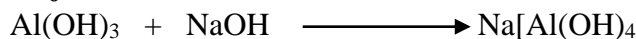
Caracterul metalic reprezintă capacitatea elementelor de a ceda electroni și a forma **ioni pozitivi**. **El scade în perioadă și crește în grupă**. Cel mai pronunțat caracter metalic îl au metalele alcaline. În același sens cu creșterea caracterului metalic crește și tăria bazelor.



Al(OH)₃ are caracter amfoter și de acid și de bază.



bază

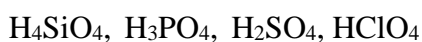


acid

hidroxid tetra amino cupric

CARACTER NEMETALIC - configurația electronică se termină în „p”.

Caracterul nemetalic reprezintă capacitatea elementelor de a accepta electroni și a forma **ioni negativi**. **El scade în grupă și crește în perioadă**. Cel mai pronunțat caracter nemetalic îl are fluorul. Sunt și excepții – Al (are configurația electronică terminată în **3p¹** și este metal).



crește caracterul ACID

REAȚII REDOX

Reacțiile chimice care au loc cu modificarea numerelor de oxidare al unuia sau mai multor elemente din componența reactanților sunt reacții de oxidare-reducere.

- În reacțiile de **oxidare** un element (ca atare, în formă atomică sau moleculară, sau component al unei specii chimice poliatomice) cedează electroni, deci **își mărește numărul de oxidare (N.O. – crește la oxidare)**.

Număr de oxidare = sarcini formale atribuite atomilor, ionilor sau elementelor dintr-o moleculă.

El reprezintă totalitatea electronilor unui atom sau ion implicați în formarea de legături ionice sau covalente.

OXIDARE = procesul prin care se pierde electroni

- În reacțiile de **reducere** un element (atom, moleculă, ion monoatomic, ion poliatomic) acceptă electroni, deci își scade numărul de oxidare.

REDUCERE = procesul prin care se acceptă electroni

În reacțiile **redox** pot participa ca oxidanți și reducători diferite specii chimice, fie atomi, fie ioni sau molecule. Ca urmare a transferului de electroni are loc modificarea stărilor de oxidare ale unor elemente din compoziții participanți la reacție.

Determinarea coeficienților stoechiometrici ai reacțiilor redox se face ținându-se seama de conservarea masei substanțelor (bilanțul atomic) și a numărului electronilor schimbați (bilanțul electronic).

CRITERII PENTRU STABILIREA NUMERELOR DE OXIDARE

1. N.O. al atomilor în stare liberă este 0. Na^0 , Cl_2^0
2. N.O. al ionilor mono și poliatomici este egal cu sarcina ionului. Na^+ , Mg^{+2} , Cl^- , NO_3^- , NH_4^+ .
3. N.O. al hidrogenului este +1. **Excepție** fac hidrurile metalelor alcaline și alcalino-pământoase când $\text{N.O.}_\text{H} = -1$. Na^+H^- , K^+H^- , $\text{Mg}^{+2}\text{H}_2^{-1}$
4. N.O. al oxigenului este -2. **Excepție** fac peroxizii când $\text{N.O.}_\text{O} = -1$. $\text{H}_2^{+1}\text{O}_2^{-1}$ $\text{Na}_2^{+1}\text{O}_2^{-1}$. $\text{K}_2^{+1}\text{O}_2^{-1}$.
5. NO. depinde de electronegativitatea elementelor. $\text{C}^{-4}\text{H}_4^+$, $\text{C}^{+2}\text{O}^{-2}$, $\text{C}^{+4}\text{O}_2^{-2}$.
3. Suma N.O. a elementelor dintr-o moleculă neutră este 0. $\text{H}_2^+\text{S}^{+6}\text{O}_4^{-2}$
4. Suma N.O. a elementelor dintr-un ion este egală cu sarcina ionului. $(\text{N}^{-3}\text{H}_4^+)^+$.

ETAPELE ÎN STABILIREA COEFICIENȚILOR REDOX AI UNEI REACȚII

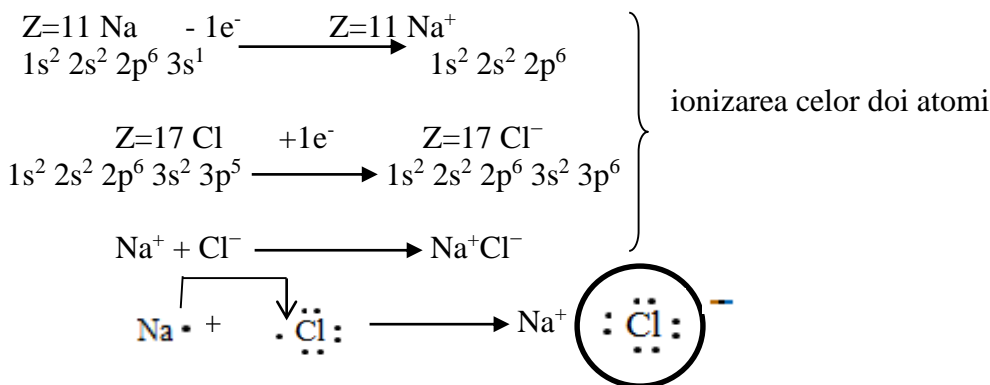
1. Trecerea N.O. a tuturor elementelor.
2. Marcarea elementelor care și-au schimbat N.O.
3. Scrierea proceselor de oxidare și reducere.
4. Bilanțul electronic.
5. Trecerea coeficienților rezultați pe reacție.
6. Bilanțul atomic.
7. Hidrogenul și oxigenul se egalează ultimele.

LEGĂTURI CHIMICE

Prin transformări chimice, atomii au posibilitatea de a ajunge într-o stare de energie minimă. În reacțiile chimice, între atomi se stabilesc anumite forte, numite **legături chimice**. Acestea se clasifică în:

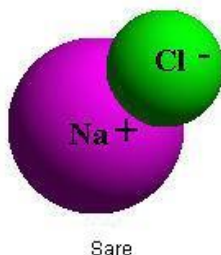
- ◆ *ionice,*
- ◆ *covalente și*
- ◆ *metalice.*

*Legătura ionică se realizează pe baza transferului de electroni de la atomii elementului cu caracter chimic **metalic (M)** la atomii elementului cu caracter chimic **nemetalic (N)** și a interacției electrostatice între ionii formați. Tăria legăturii ionice este dată de punctul de topire al substanței ionice.*



W. Kossel(1916) a explicat legătura electrovalentă astfel:

Electrovalența se formează prin transferul electronilor de valență de pe ultimul strat al atomilor elementelor electronegative, fiecare dintre ionii rezultați având o configurație stabilă de **gaz inert** (**gaz rar** cu configurația terminată în „p⁶”).



Substanțele ionice (M⁺ N⁻) formează **rețele ionice**.

Legături ionice se realizează în săruri, în oxizi bazici și în majoritatea hidroxizilor.



În starea solidă, compușii ionici formează rețele ionice. Unul dintre cei mai cunoscuți compuși ionici, clorura de sodiu, cristalizează în **rețeaua cubică**. Rețele de același tip cu **NaCl** mai formează:



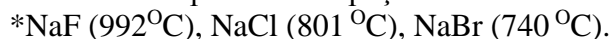
PROPRIETĂȚI ALE SUBSTANȚELOR IONICE

1).STAREA DE AGREGARE

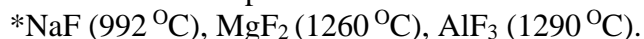
- În condiții normale de temperatură, substanțele ionice sunt **solide, cristalizate**. Punctele de topire și de fierbere ale compușilor ionici au valori mari, deoarece legătura ionică este o legătură puternică.

- Dimensiunile ionilor au un rol important în determinarea structurii și stabilității cristalului ionic.

Punctele de topire ale compușilor ionici sunt cu atât mai mari cu cât raza ionilor este mai mică:



- Stabilitatea cristalului ionic este influențată și de mărimea sarcinii ionilor. Astfel, punctul de topire crește cu sarcina ionului pozitiv:



2).REZISTENTA MECANICĂ

- Cristalele ionice **se sfărâmă** sub acțiunea unei forte mecanice.

3).SOLUBILITATEA

- Majoritatea compușilor ionici sunt **solubili în solvenți polari**, cum este apa.

4).CONDUCTIBILITATEA ELECTRICA

- **Cristalele ionice nu conduc curentul electric în stare solidă**, deoarece ionii ocupă poziții fixe în rețeaua cristalină. Ionii sunt menținuți în aceste poziții datorită legăturii ionice puternice.

- **În stare lichidă sau în soluție, ionii devin mobili și conduc curentul electric**; Sub acțiunea unei diferențe de potențial, ionii se pot deplasa spre electrozi, făcând posibilă trecerea curentului electric. Substanțele care permit trecerea curentului electric prin soluție sau topitura poartă numele de **electroliți**.

Proprietățile (caracteristicile) substanței ionice NaCl

1.Cristalizează în rețea cubică ionică

2.Punct de topire ridicat (801°C)

3.Casantă la lovire – se sfărâmă

4. Nu conduce curentul electric în stare solidă

5. Solubilă în solvenți polari - apă

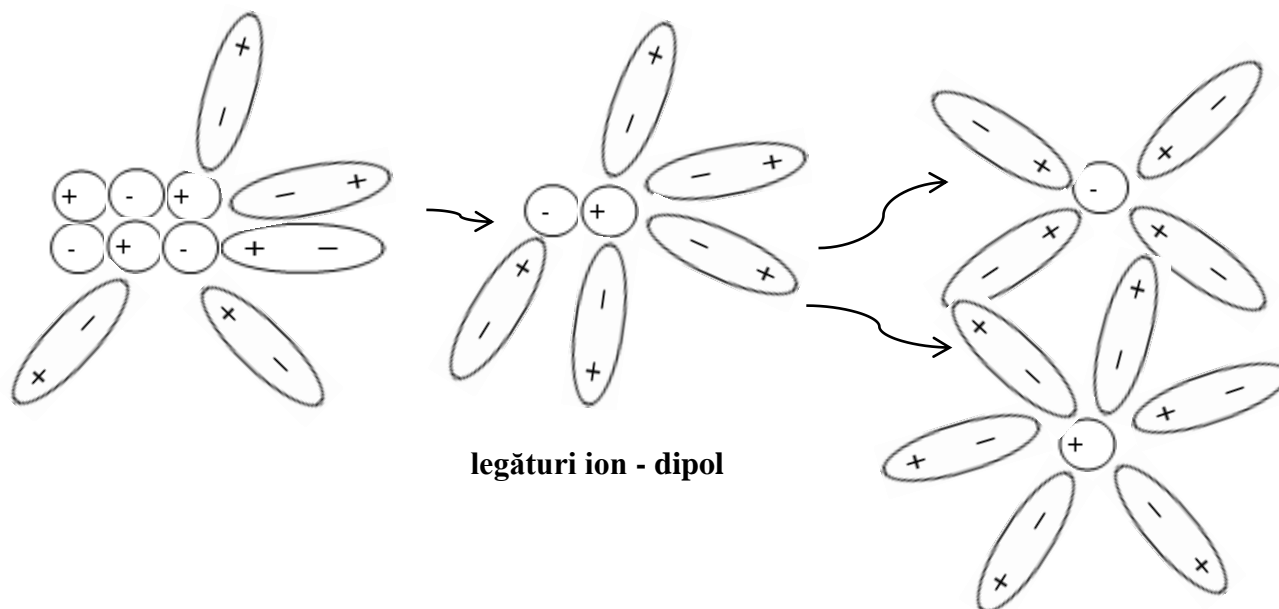
Utilizările (întrebunțările) substanței ionice NaCl

1. Condiment în alimentație

2. Materie primă pentru obținerea sodei caustice (NaOH), prin electroliza soluției.

DIZOLVAREA UNEI SUBSTANȚE IONICE ÎN APĂ

Dizolvarea NaCl în apă



Legătura covalentă este legătura chimică în care atomii (de **nemetal**) sunt legați între ei **prin perechi de electroni puse în comun**, atomii având poziții fixe unii față de alții. Aceasta apare doar între atomii nemetalelor, iar rezultatul legării se numește **moleculă**.

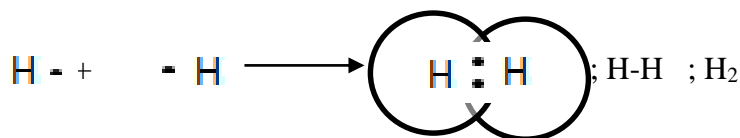
Legătura covalentă (N-N) poate fi de trei feluri, după modalitatea de punere în comun a electronilor. Astfel, ea este:

- ♦ **nepolară** - apare la **atomii din aceeași specie** sau la atomii din specii diferite care au electronegativități foarte apropiate (aceștia fiind carbonul și hidrogenul). Fiecare dintre cei doi atomi pune în comun câte un electron, și fiecare atrage la fel de mult perechea astfel formată.

H₂ – legătură covalentă nepolară simplă

Z=1 H

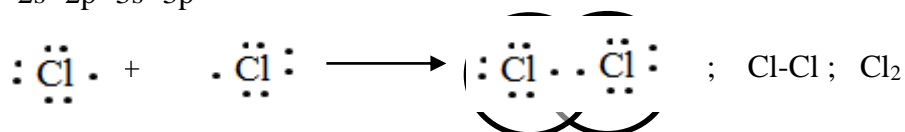
1s¹



Cl₂ – legătură covalentă nepolară simplă

Z=17 Cl

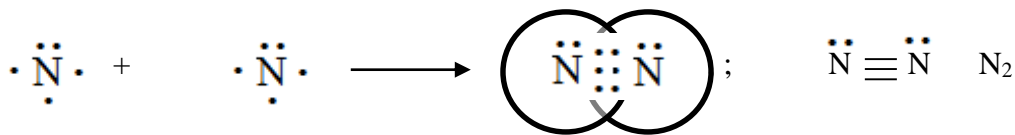
1s² 2s² 2p⁶ 3s² 3p⁵



N₂ – legătură covalentă nepolară triplă

Z=7 N

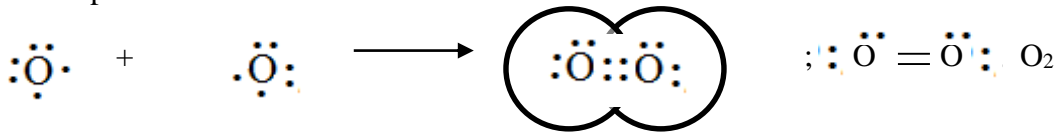
1s² 2s² 2p³



O₂ – legătură covalentă nepolară dublă

Z=8 O

1s² 2s² 2p⁴



- ♦ **polară** - există doar între atomi ai nemetalelor din specii diferite. Fiecare dintre cei doi atomi pune în comun câte un electron, dar atomul care are electronegativitatea mai mare atrage mai puternic perechea formată. Atomul cu electronegativitatea mai mică devine astfel dezvelit de electroni.

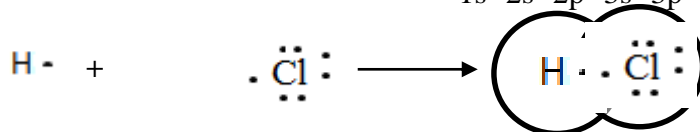
HCl – legătură covalentă polară simplă H-Cl

Z= 1 H

1s¹

Z=17 Cl

1s² 2s² 2p⁶ 3s² 3p⁵



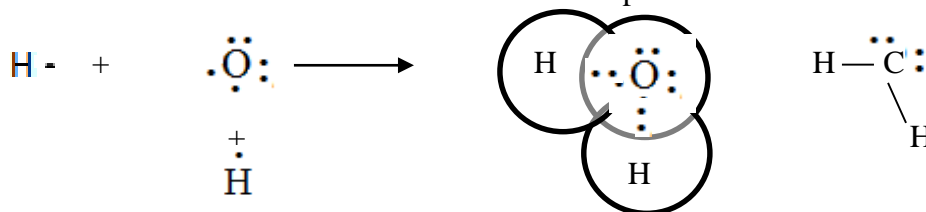
H₂O – 2 legături covalente polare simple O-H

Z= 1 H

1s¹

Z=8 O

1s² 2s² 2p⁴



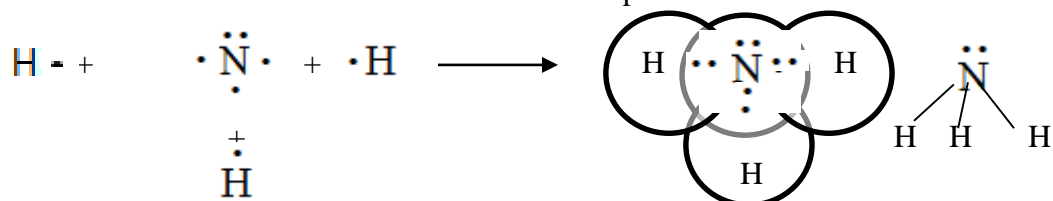
NH₃ – 3 legături covalente polare simple N-H

Z= 1 H

1s¹

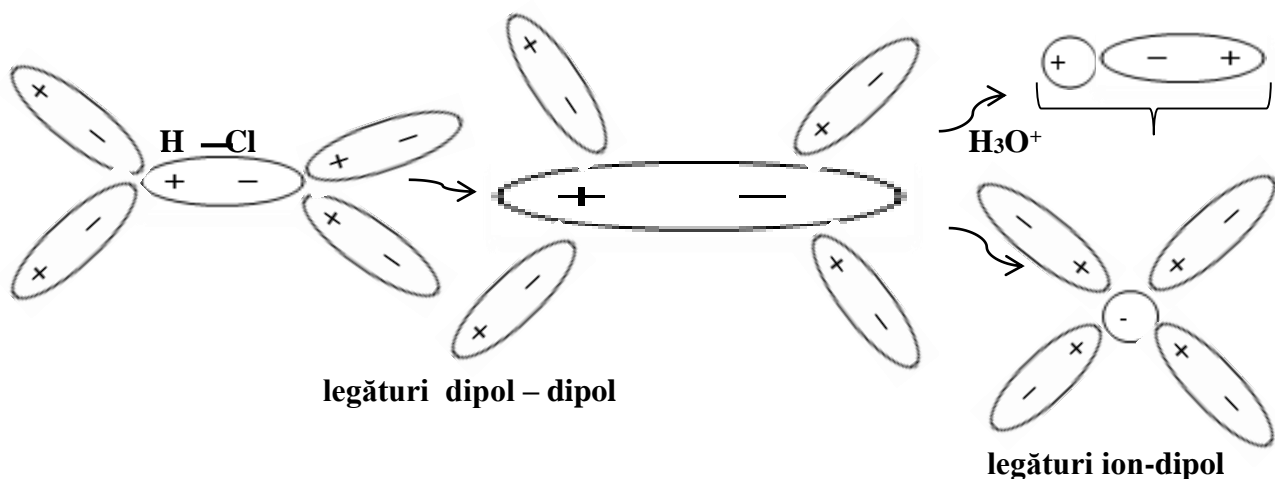
Z=7 N

1s² 2s² 2p³



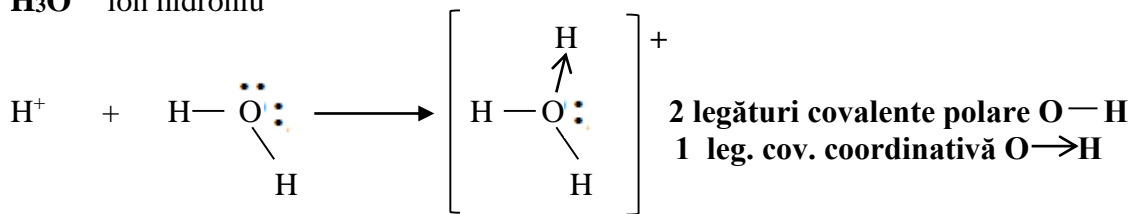
DIZOLVAREA UNEI SUBSTANȚE CU MOLECULĂ POLARĂ ÎN APĂ

Dizolvarea HCl în apă

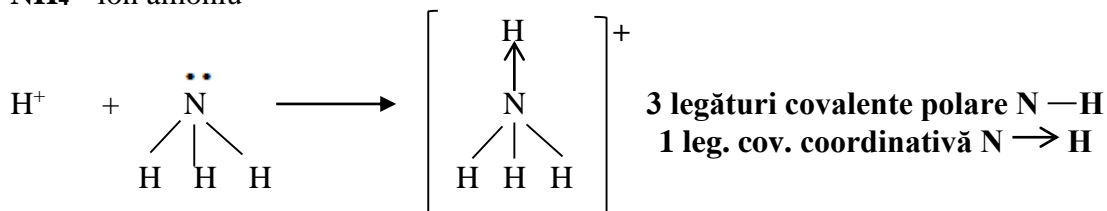


- ◆ **coordinativă** - este o legătură covalentă polară specială. În acest caz, doar un atom pune în comun cei doi electroni necesari formării legăturii (acesta numindu-se *donor*), iar celălalt doar acceptă perechea oferită (acesta numindu-se *acceptor*)

H₃O⁺ ion hidroniu

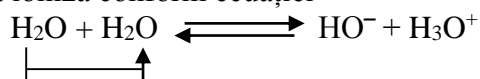


NH₄⁺ ion amoniu

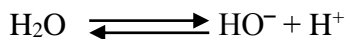


PRODUSUL IONIC AL APEI

Moleculele de apă pot ioniza conform ecuației



Sau forma simplificată:



[HO⁻] – concentrație în bază (ion hidroxid)

[H₃O⁺] – concentrație în acid (ion hidroniu)

pH și pOH

Caracterul acid sau bazic al unei soluții este dat de concentrația în ioni de hidrogen. Pentru o exprimare mai ușoară, s-a introdus noțiunea de pH.

pH-ul unei soluții indică concentrația în ioni de hidrogen și se exprimă prin logaritmul cu semn schimbat al [H₃O⁺]

$$\text{pH} = -\lg [\text{H}_3\text{O}^+]; \text{pH} = -\lg C_{\text{acid}}; C_{\text{acid}} = 10^{-\text{pH}} \text{ sau } [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}}$$

pOH-ul este noțiunea echivalentă cu pH-ul, dar referitoare la concentrația ionilor de hidroxil.

$$\text{pOH} = -\lg [\text{HO}^-]; \text{pOH} = -\lg C_{\text{bază}}; C_{\text{bază}} = 10^{-\text{pOH}} \text{ sau } [\text{HO}^-] = 10^{-\text{pOH}}$$

FORMULELE SE REFERĂ LA ACIZI ȘI BAZE TARI

$$[\text{H}_3\text{O}^+] \times [\text{HO}^-] = 10^{-14} \text{ (mol/L)}^2 \text{ (la } 25^\circ\text{C și 1 atm – condiții standard)}$$

sau prin logaritmare în baza 10 avem:

$$\text{pH} + \text{pOH} = 14$$

0 < pH < 7 – mediu acid

pH = 7 – mediu neutru

7 < pH < 14 – mediu bazic

SOLUȚII

Soluțiile sunt amestecuri omogene formate din 2 sau mai multe substanțe.

Soluția este formată din cel puțin 2 componente:

- **solvent** (dizolvant, componenta - în cantitate mai mare)

- **solvat** (dizolvat, componenta - în cantitate mai mică)

DIVOLVARE = fenomenul de întrepătrundere a particulelor solvatului printre moleculele solventului.

SOLUȚIE = amestecul omogen a două sau mai multe substanțe.

Soluțiile pot avea componente în aceeași stare de agregare.

SOLUȚII – gazoase (aerul)

- lichide (alcool cu apă)
- solide (aliajele)

Soluțiile se obțin prin dizolvarea unei substanțe într-un anumit solvent sau prin amestecarea unor soluții diferite.

Soluție nesaturată = soluție care mai poate dizolva o nouă cantitate de solvat.

Soluție saturată = nu mai poate dizolva o nouă cantitate de solvat.

SOLUBILITATEA SUBSTANȚELOR

SOLUBILITATEA substanțelor este proprietatea de a se dizolva într-un anumit solvent. **Două lichide care se pot dizolva unul în celălalt se numesc lichide miscibile**

După solubilitatea în apă substanțele se pot clasifica în:

ușor solubile – zahar ($C_{12}H_{22}O_{11}$), sare (**NaCl**)

greu solubile – gipsul $CaSO_4 \cdot \frac{1}{2} H_2O$

insolubile – clorură de argint (**AgCl**) carbonat de calciu (**CaCO₃**), sulfat de bariu (**BaSO₄**), clorură de bariu (**BaCl₂**)

Factorii care influențează solubilitatea sunt:

1. natura solventului și solvatului
2. temperatura
3. presiunea

Solubilitatea gazelor CREȘTE când scade temperatura și crește presiunea

Solubilitatea solidelor CREȘTE când crește temperatura, gradul de mărunțire și agitația moleculară.

CONCENTRAȚII SOLUȚIILOR

Concentrația procentuală reprezintă cantitatea de substanță dizolvată în 100grame soluție.

$$C = \frac{md}{ms} \times 100$$

Concentrația molară reprezintă numărul de moli de substanță dizolvată într-un litru de soluție.

$$C_M = \frac{md}{M \cdot V_s} ; C_M = \frac{m}{M \cdot V} \quad \text{sau} \quad C_M = \frac{v}{V_s}$$

$$v = \frac{m}{M} \text{ este numărul de moli. (densitatea) } \rho = \frac{ms}{V_s}$$

Când avem în probleme substanțe gazoase

$$v = \frac{V}{22,4} \text{ unde } 22,4 \text{ este volumul oricărui mol de gaz în condiții normale.}$$

Condiții normale înseamnă $P=1 \text{ atm}$ și $t=0^\circ C$ ($T= 273K$)

$$T(K) = t(^{\circ}C) + 273$$

Ecuția de stare a gazelor ideale este:

$$PV = vRT \text{ unde } R \text{ este constanta gazelor}$$

$$R = \frac{22,4}{273} = 0,082 \text{ L} \cdot \text{atm/mol} \cdot K$$

Un mol din orice gaz ocupă în c.n un volum de 22,4 L și conține un număr de $6,022 \cdot 10^{23}$ particule (ioni, atomi sau molecule) – **legea lui Avogadro**. Acest număr se numește **numărul lui Avogadro** (N_A sau N).

$$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

Numărul de molecule = $v \cdot N_A$

Numărul de atomi/ioni/protoni/electroni = $v \cdot N_A \cdot x$ (număr de atomi/... din molec)

REAȚII ACIDO-BAZICE



Prin teoria protolitică a lui Brønsted **acizii sunt substanțe capabile să cedeze ioni de H⁺ (protoni)**. Orice acid prin cedare de protoni se transformă în **bază conjugată** și orice bază prin acceptare de protoni se transformă în **acidul conjugat**.

Definiția acizilor

Acizii sunt substanțe compuse în a căror compoziție intră, pe lângă atomi ai nemetalelor, unul sau mai mulți atomi de hidrogen, care pot fi substituiți cu atomi de metal, dând naștere la săruri.

Conform definiției, substanțele chimice au forma HBr, HI, HCl (**H_mA**).

Clasificarea acizilor

După compoziție, acizii se clasifică în :

- hidracizi – conțin în molecula lor doar atomi de hidrogen și de nemetal; HCl, HI..
- oxiacizi – conțin în molecula lor, pe lângă atomi de hidrogen și nemetal, și atomi de oxigen; HClO, H₂CO₃, H₂SO₃, HNO₃,

După numărul atomilor de hidrogen, care pot fi înlocuiți cu metale, acizii se împart în 3 grupe :

- monobazici: HCl, HNO₃, CH₃ – COOH, NH₄⁺, HSO₄⁻, HCO₃⁻, HPO₄²⁻.
- dibazici : H₂S, H₂CO₃, H₂SO₃, H₂PO₄⁻, CO₃²⁻, SO₄²⁻.
- tribazici : H₃PO₄, H₃PO₃, H₃AsO₃.

Formula generală a acizilor

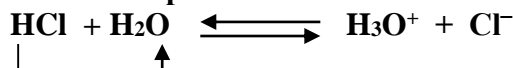
Formula generală a acizilor este H_mA. Dacă înlocuim pe A cu radicalii cunoscuți și pe *m* cu valența acestora, se pot obține formulele acizilor.

<p>HCl / Cl⁻ ; acid / bază conjugată clorhidric / ion clorură</p> <p>NH₄⁺ / NH₃ ; acid / bază conjugată ion amoniu / amoniac</p>	<p>H₃O⁺ / H₂O ; acid / bază conjugată ion hidroniu / apa</p> <p>H₂SO₄ / HSO₄⁻ ; acid / bază conjugată sulfuric / ion sulfat acid</p>	<p>H₂O / HO⁻ acid / bază conjugată apa / ion hidroxid</p> <p>HSO₄⁻ / SO₄²⁻ acid / bază conjugată ion sulfat acid / ion sulfat</p>
<p>acid monoprotic = acidul care în soluție apoasă poate ceda un proton (H⁺)</p> <p>acid tare = acidul care în soluție apoasă cedează mulți protoni (H⁺) și ionizează total</p>		

Exemple de acizi

1. Acizi tari HCl (utilizat în tăbăcărie), H₂SO₄ (utilizat ca electrolit)
2. Acizi slabi H₂CO₃ (sifonul), CH₃COOH (oțetul) - ionizează parțial

Ionizarea unui acid în apă



Definiția bazelor

Bazele sunt substanțe compuse în a căror compoziție intră un atom de metal și un număr de grupări **hidroxil**, egal cu valența metalului și **pot accepta protoni**. Tot cu rol de baze pot fi considerați și unii compuși organici cum ar fi aminele. De aceea denumirea inițială a bazelor a trebuit să fie extinsă.

Clasificarea bazelor

După solubilitatea în apă, bazele se clasifică în 2 categorii :

- baze solubile NaOH, KOH
- baze insolubile sau greu solubile. Ca(OH)₂, Ba(OH)₂

Formula generală a bazelor

Formula generală a bazelor este M(OH)_n.

După formula generală, bazele metalelor monovalente sunt de forma MOH, cele divalente M(OH)₂ și cele trivalente M(OH)₃ etc.

bază monoprotică = baza care poate accepta un proton (H⁺)

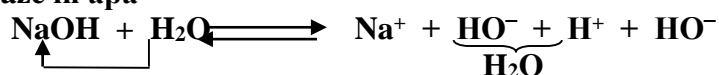
bază tare = baza care poate accepta mulți protoni (H⁺) – ionizează total cedând multe grupe hidroxil HO⁻.

Exemple de baze

1. Baze tari NaOH, KOH, Cl⁻ ionizează total

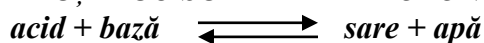
2. Baze slabe NH_3 , $\text{Fe}(\text{OH})_2$, CO_3^{2-} ionizează parțial

Ionizarea unei baze în apă



REAȚIA DE NEUTRALIZARE

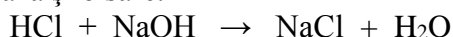
REAȚIE CU SCHIMB DE PROTONI



Reacția de neutralizare este una dintre cele mai importante reacții chimice. Termenul este atribuit de obicei reacției dintre un acid și o bază.

Este reacția dintre un ion gram-hidroniu și un ion-gram hidroxid cu formarea unei molecule-gram de apă.

Reacția de neutralizare este un caz particular al reacțiilor **protolitice**. Când reacționează soluții apoase de acizi tari cu soluții apoase de baze tari se combină ionii de hidroniu și ionii de hidroxil pentru a forma apă. În același timp se formează și o sare.

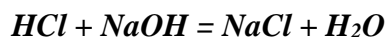


Deoarece ionii de sodiu și de clor sunt prezenți și în sarea care se formează, ecuația se poate scrie și astfel :

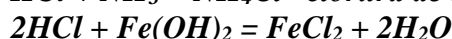


Exemple de reacții de neutralizare

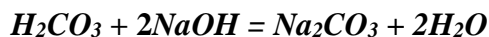
1. Acid tare cu bază tare



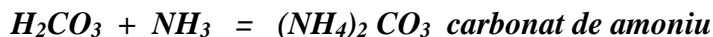
2. Acid tare cu bază slabă



3. Acid slab cu bază tare



4. Acid slab cu bază slabă



acid carbonic amoniac

INDICATORI

Sunt substanțe care își pot modifica CULOAREA în funcție de pH-ul mediului.

Indicatorul	Mediul acid $0 < \text{pH} < 7$	Mediul neutru $\text{pH} = 7$	Mediul bazic $7 < \text{pH} < 14$
Turnesol	roșu	violet	albastru
Fenolftaleină	incoloră	incoloră	roșu-carmin

LEGEA LUI HESS

Enunț:

Într-o transformare chimică, valoarea efectului termic (entalpia de reacție - ΔH) depinde numai de starea inițială a reactanților și de cea finală a produșilor și nu depinde de etapele intermediare.

$$\Delta H = \sum n_p H_p - \sum n_r H_r$$

n_p = numărul de moli de produși

H_p = entalpia produșilor

n_r = numărul de moli de reactanți

H_r = entalpia reactanților

Pentru reacțiile care se desfășoară la presiune constantă $\Delta H = - Q$

CLASIFICAREA REACȚIILOR COMPUȘILOR ANORGANICI

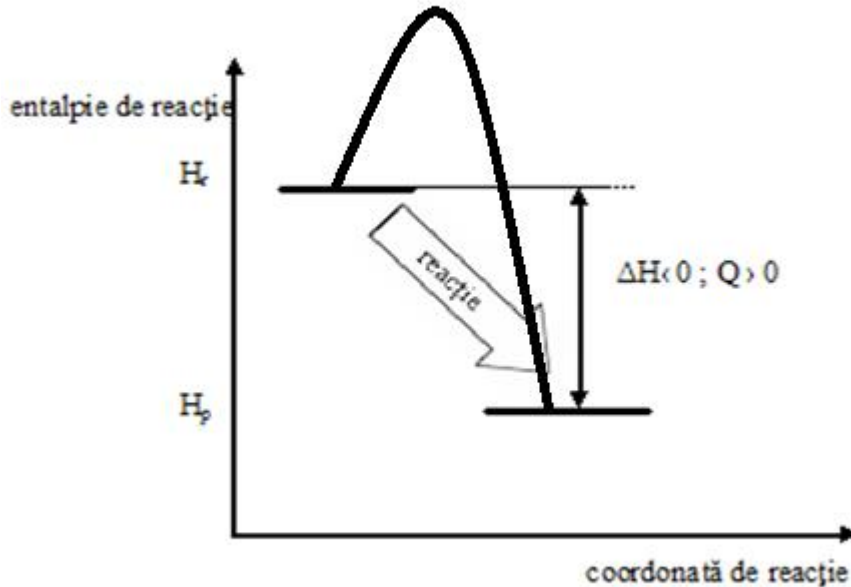
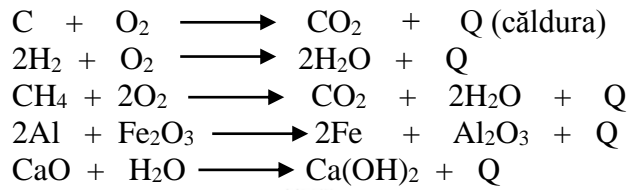
1. CLASIFICAREA REACȚIILOR DUPĂ EFECTUL TERMIC

Ramura chimiei care studiază efectele termice ce însoțesc reacțiile chimice este **termochimia**.

A. Reacții exoterme - **cu degajare de căldură** ($\Delta H < 0$; sau $Q > 0$; $\Delta H = -Q$)

$\Delta H = H_p - H_r < 0 \Rightarrow H_p < H_r$ (entalpia produșilor < entalpia reactanților).

EXEMPLE:

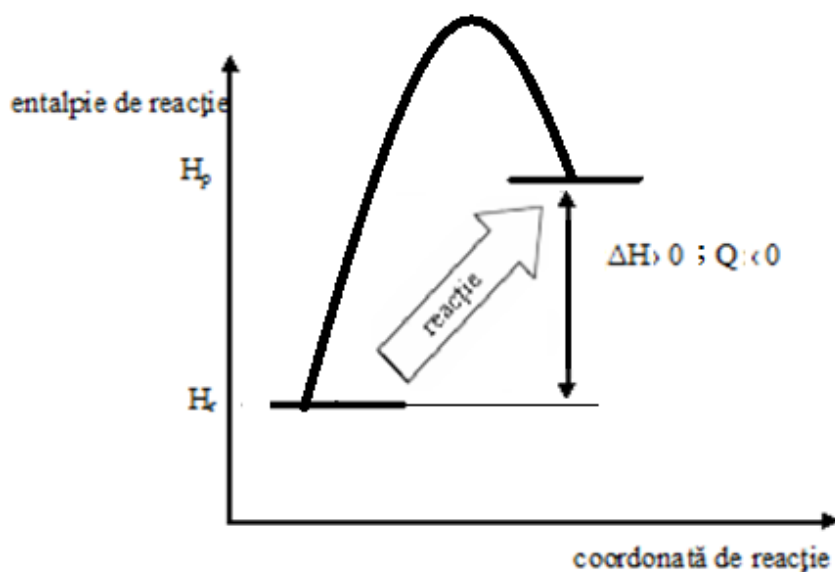
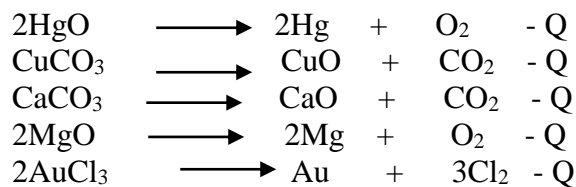


GRAFICUL UNEI REACȚII EXOTERME

În reacțiile exoterme avem $\Delta H < 0$ și $Q > 0$ (cum se observă și din grafic)

B. Reacții endoterme - **cu absorbție de căldură**

EXEMPLE



GRAFICUL UNEI REACȚII ENDOTERME

În reacțiile endoterme avem $\Delta H > 0$ și $Q < 0$

$\Delta H = H_p - H_r > 0 \Rightarrow H_p > H_r$ (entalpia produșilor > entalpia reactanților).

CONCLUZIE – reacțiile de ardere sunt EXOTERME, iar reacțiile de descompunere sunt ENDOTERME.

Căldura de reacție

Cantitatea de căldură absorbită sau degajată într-o reacție chimică se numește **căldură de reacție**.

Caloria (cal) este cantitatea de căldură necesară pentru a ridica temperatura unui gram de apă cu un grad Celsius (o calorie = 4,18 Joule).

Căldura de dizolvare

La dizolvarea unei substanțe în apă se degajă sau se absoarbe o anumită cantitate de căldură numită **căldură de dizolvare**. Căldura de dizolvare depinde de numărul de moli de solvat. Dizolvarea clorurilor (NaCl) în apă este un fenomen **ENDOTERM** iar dizolvarea acizilor și bazelor (H₂SO₄, NaOH) în apă este un fenomen **EXOTERM**

Căldura cedată sau absorbită la dizolvarea unui mol de substanță într-o cantitate foarte mare de solvent se numește **căldură de dizolvare**.

Căldura necesară creșterii/micșorării temperaturii unei mase de apă se calculează astfel:

$$Q_f \text{ (kJ)} = m \cdot c \cdot \Delta T;$$

m = masa de apă

c = căldura specifică a apei (4,18J/g · grad sau KJ/Kg · K)

Δt = variația de temperatură în grade Celsius (în grade Kelvin are aceeași valoare)

Căldură de combustie = căldura degajată la arderea unui mol de substanță la presiune de 1 atm și o temperatură dată.

Căldura de neutralizare

Căldura degajată în reacția de neutralizare a unui mol de ion hidroniu cu un mol de ion hidroxid se numește **căldură de neutralizare**.

Entalpia de reacție (ΔH) - reprezintă căldura de reacție cu semn schimbat (efectul termic) măsurată la **presiune constantă** ($\Delta H = -Q$).

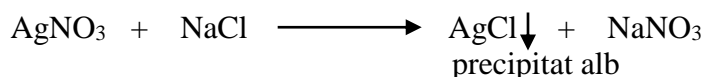
Entalpia de formare standard ($\Delta_f H^\circ$) = entalpia de reacție pentru formarea unui mol de substanță din elementele componente și ne dă informații despre stabilitatea unei substanțe.

O substanță este cu atât mai stabilă cu cât $\Delta_f H^\circ$ are valoare mai mică.

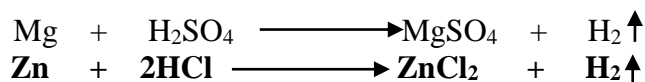
2. CLASIFICAREA REACȚIILOR DUPĂ VITEZA DE DESFĂȘURARE

A. Reacții rapide – sunt cele care decurg cu viteză mare.

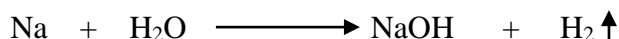
a. Formarea unor precipitate



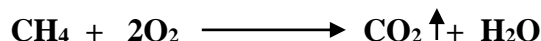
b. Reacția metalelor reactive cu acizi



c. Reacția metalelor alcaline cu apa



d. Reacții de ardere



CONCLUZIE – reacțiile rapide sunt în majoritatea cazurilor cele care au loc cu formarea unui precipitat ↓ sau cu degajarea unui gaz ↑

Conform legii vitezei avem : $V = \frac{-\Delta c}{\Delta t}$ (mol/L · s) atunci când se dau concentrațiile și vitezele la diverse momente ale reacției (timp de verși) – sub formă de tabel în general.

Pentru o reacție de tipul : A \longrightarrow Produși

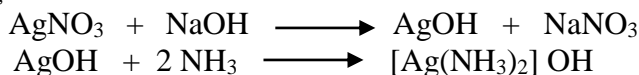
Vitezei se exprimă astfel: $V = K [A]^{n_A}$

Pentru o reacție de tipul : $A + B \longrightarrow \text{Produși}$
Vitezei se exprimă astfel: $V = K [A]^{nA} \cdot [B]^{nB}$

OBȚINEREA UNOR COMBINAȚII COMPLEXE

EXPERIMENTUL 1 : Se introduc într-o eprubetă 2 - 3 ml dintr-o soluție de AgNO_3 și apoi se adăugă o soluție apoasă de NaOH până la apariția precipitatului alb de AgOH . Se adăugă în continuare o soluție de amoniac (NH_3) până la dizolvarea precipitatului. Se obține REACTIVUL TOLLENS (hidroxid di amino argintic)

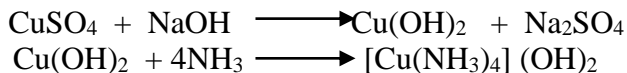
Ecuatiile reacțiilor care au avut loc sunt:



Hidroxid di amino argintic
REACTIVUL TOLLENS

EXPERIMENTUL 2 : Într-o eprubeta cu 1 - 2 cm³ de soluție de CuSO_4 de concentrație 0,1 M turnați câteva picături de soluție de NaOH 1M . Se formează un precipitat albastru, gelatinos de $\text{Cu}(\text{OH})_2$. Se adăuga , în picături, soluție de NH_3 1M, agitând eprubeta. Se observă dispariția precipitatului și colorarea soluției în albastru intens, datorită formării combinației complexe, **hidroxid tetra amino cupric**.

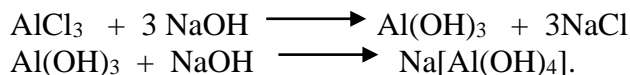
Ecuatiile reacțiilor care au avut loc sunt:



REACTIV SCHWEITZER

EXPERIMENTUL 3 : Într-o eprubetă ce conține 3 ml soluție de AlCl_3 se introduce, în picături, o soluție de NaOH . Se observă apariția unui precipitat gelatinos alb de $\text{Al}(\text{OH})_3$. Dacă se continuă adăugarea de NaOH , se observă dizolvarea precipitatului.

Ecuatiile reacțiilor care au avut loc sunt :



Tetra hidroxo aluminatul de sodiu

Combinațiile complexe, compușii de coordinație sau, simplu, complecși sunt combinațiile care conțin un atom sau un ion central (de obicei un metal) de care sunt legați prin legături covalente coordinative molecule neutre sau ioni (așa-numiții liganți).

În funcție de suma sarcinilor ionului central și a grupărilor care-l înconjoară, combinația complexă poate fi un anion sau un cation : ; $[\text{Fe}(\text{CN})_6]^{4-}$; $[\text{NH}_4]^+$.

Numărul de molecule sau ioni (liganți) care se leagă de ionul central poartă numele de număr de coordinație. În general, numărul de coordinație are valori cuprinse între 2 și 6 și foarte rar valoarea 7 sau 8. Ca atom central poate funcționa aproape oricare din elementele sistemului periodic, dar cea mai mare tendință de a forma complecși o au metalele tranzitionale; la rândul lor, liganzii pot fi foarte diferiți, de la ioni monoatomici simpli până la substanțe organice cu structuri foarte complicate. Ca liganzi în acești compuși apar fie:

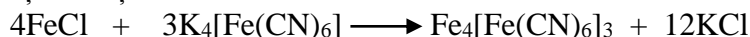
- molecule neutre, ca: NH_3 , H_2O , $\text{H}_2\text{N} - \text{H}_2\text{C}^- - \text{CH}_2 - \text{NH}_2$ (etilendiamina),
- fie ioni, ca : F^- , Cl^- , Br^- , SO_3^{2-} , SCN^- .

Aplicațiile combinațiilor complexe

Cele mai frecvente utilizări ale combinațiilor complexe sunt în analiza chimică. O serie de ioni ai metalelor, datorită ușurinței de a forma combinații complexe, caracterizate prin culoare intensă sau prin solubilitate redusă, se pot determina prin analiza calitativă sau cantitativă.

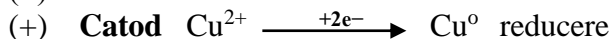
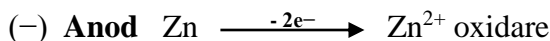
Exemple de identificare a unor ioni:

(I) Într-o eprubetă se introduc 2-3 ml dintr-o soluție de FeCl_3 în care se adăugă o soluție apoasă de $\text{K}_4[\text{Fe}(\text{CN})_6]$. Se observă apariția unui precipitat albastru (albastru de Berlin) insolubil în H_2O și în HCl diluat. Ecuatia reacției este:

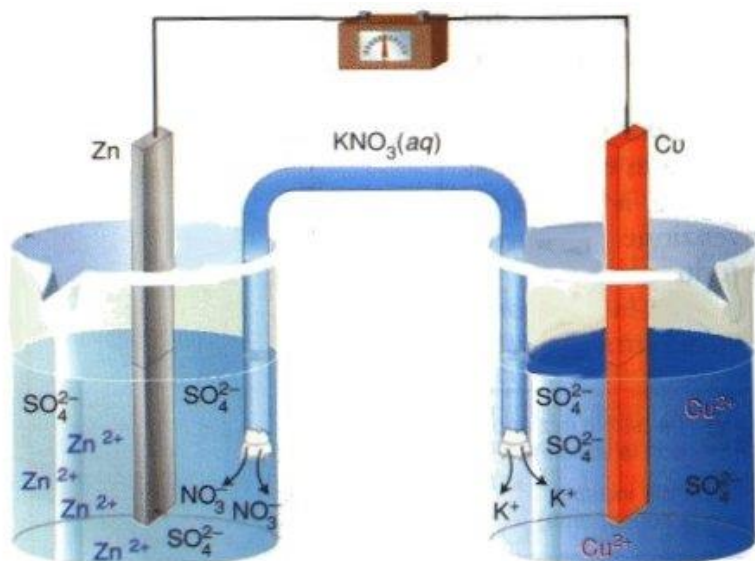
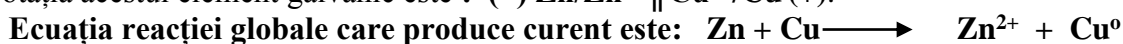


Reacția este caracteristică pentru ionul Fe^{3+} ; dacă soluția ce conține ionii respectivi este foarte diluată, se obține o soluție albastră, ceea ce permite determinarea prezentei Fe^{3+} în urme.

(II) Într-o eprubeta în care se găsesc 2-3 ml soluție conc. de $\text{Co}(\text{NO}_3)_2$ se adăugă 1-2



Notăția acestui element galvanic este : $(-) \text{Zn}/\text{Zn}^{2+} \parallel \text{Cu}^{2+}/\text{Cu} (+)$.



Descriere

ANODUL SUFERĂ OXIDAREA

Anodul = pahar cu sulfat de zinc care conține electrod de zinc (o sârmă de zinc).

CATODUL SUFERĂ REDUCEREA

Catodul = pahar cu sulfat de cupru care conține electrod de cupru (o sârmă de cupru)

Electrolitul = ionii soluției din puntea de sare (KNO_3 , KI ,...) care asigură contactul electric între cele două semicelule închizând circuitul prin intermediul **ionilor** și nu permite amestecarea soluțiilor, cât și ionii celor două soluții ale semicelulelor.

În timpul funcționării electrodul de zinc (**ANODUL**) se macină (trece în soluție) iar cuprul se depune din soluție pe electrodul de cupru (**CATOD**)

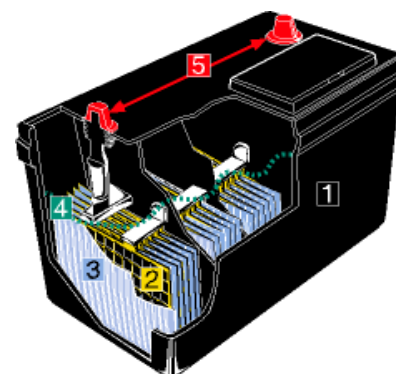
ACUMULATORUL CU PLUMB

Acumulatorii sunt echipamente ce transformă energia chimică în electricitate.

Acumulatorii sunt un mod eficient de a face electricitatea portabilă. În plus, acumulatorii furnizează energie în scopul de a înlocui energia electrică furnizată de rețeaua electrică și sunt **reîncărcabili**.

• Alcătuirea acumulatorului cu plumb

1. Plăci interne pozitive și negative, realizate din plumb.
2. Separatori plăci din material poros sintetic.
3. Electrolit, o soluție diluată din acid sulfuric și apă.
4. Borne din plumb, legătura dintre baterie și corpul ce are nevoie de energie.
5. Borne exterioare.



Anod (-) Electrod negativ (**Pb**) – grătar de plumb în ochiurile căruia se găsește plumb spongios

Catod (+) Electrod pozitiv (**PbO₂**) – grătar de plumb în ochiurile căruia se găsește dioxid de plumb

Electrolitul este acidul sulfuric (**H₂SO₄**) – de concentrație **38%** ($\rho=1,29\text{g/cm}^3$)

Fiecare celulă produce 2V. Este format din 6 astfel de celule legate în serie.

Reacțiile la electrozi sunt:



Reacția globală: $\text{Pb} + \text{PbO}_2 + \underbrace{4\text{H}^+ + 2\text{SO}_4^{2-}}_{\text{H}_2\text{SO}_4 \text{ (electrolitul)}} \xrightleftharpoons[\text{încărcare}]{\text{descărcare}} 2\text{PbSO}_4 + 2\text{H}_2\text{O}$
 care generează curent.
 La descărcare scade concentrația H_2SO_4 (electrolitul) – se consumă la descărcare.

ELECTROLIZA

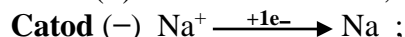
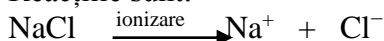
Electroliza este un fenomen ce se petrece la trecerea curentului electric continuu prin soluția sau topitura unui electrolit.

Fenomenul este complex și constă atât în migrația ionilor pozitivi către catod și a ionilor negativi spre anod, cât și în neutralizarea acestora. Astfel la electrozi, ionii captează, respectiv cedează electroni, transformându-se în atomi neutri sau grupe de atomi. Aceștia se pot depune ca atare pe electrod sau pot reacționa: cu moleculele dizolvantului, cu electrodul, sau între ei. Se formează astfel produși secundari ai electrolizei.

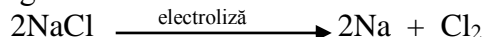
De fapt, procesele la electrozi, având loc un transfer de electroni sunt transformări redox.

ELECTROLIZA TOPITURII CLORURII SODIU (NaCl)

Reacțiile sunt:



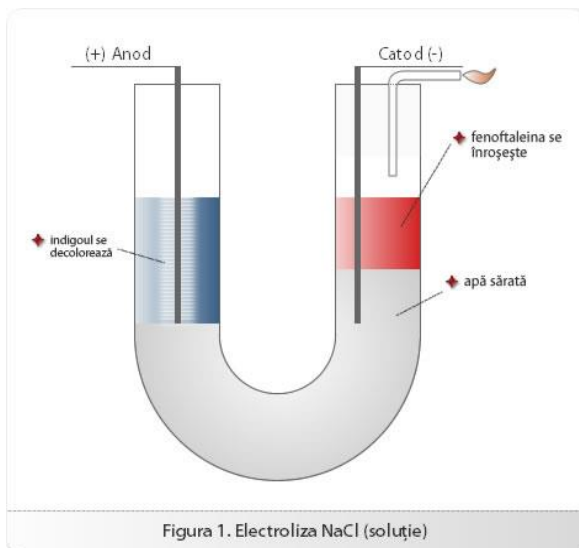
Reacția globală:



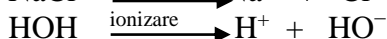
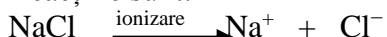
ELECTROLIZA SOLUȚIEI DE NaCl

În unele cazuri, în procesul de electroliză intervin și ionii apei; pe lângă reacțiile de descărcare a ionilor la electrozi (reacții primare) au loc și alte reacții la care participă ionii solventului (reacții secundare).

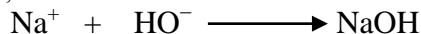
- un tub îndoit în formă de U;
- electrozi de cărbune;
- un dop străbătut de un tub efilat;
- o sursă de alimentare la curent;
- fire conductoare.



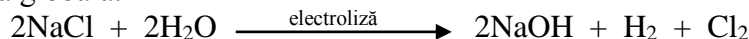
Reacțiile sunt:



În soluție rămân ionii:



Reacția globală:



Electroliza este o metodă de obținere a:

- metalelor;

- nemetalelor ;
- substanțelor compuse.

CONCLUZIE = Anodul este electrodul care suferă **OXIDAREA** atât la electroliză unde este pozitiv (+) cât și la elementele galvanice unde este negativ (-).

**REZOLVAREA SUBIECTELOR DINTR-O VARIANTĂ DE BACALAUREAT
MODEL 2019**

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

Subiectul A.

Citiți următoarele enunțuri. Dacă apreciați că enunțul este adevărat scrieți, pe foaia de examen, numărul de ordine al enunțului și litera **A**. Dacă apreciați că enunțul este fals scrieți, pe foaia de examen, numărul de ordine al enunțului și litera **F**.

1. Atomul este neutru din punct de vedere electric.
2. Mișcarea de spin este mișcarea unui electron în jurul axei sale.
3. Clorul are în moleculă 3 perechi de electroni neparticipanți.
4. În procesele de reducere, valoarea numărului de oxidare crește.
5. Solidificarea apei este un proces exoterm.

10 puncte

1. A; 2. A; 3. F; 4. F; 5. A.

Subiectul B.

Pentru fiecare item de mai jos, notați pe foaia de examen numărul de ordine al itemului însoțit de litera corespunzătoare răspunsului corect. Fiecare item are un singur răspuns corect.

1. Atomul elementului (A) are în învelișul electronic cu 2 electroni mai mult decât atomul elementului (B) și cu 2 electroni mai puțin decât atomul elementului argon. Elementele (A) și (B) sunt:

- | | |
|--------------------------------|----------------------------------|
| a. (A) sulful și (B) siliciul; | c. (A) carbonul și (B) oxigenul; |
| b. (A) sulful și (B) oxigenul; | d. (A) siliciul și (B) oxigenul. |

2. Elementul chimic aluminiu face parte din blocul de elemente:

- | | |
|-------|-------|
| a. s; | c. d; |
| b. p; | d. f. |

3. Substanța care conține și legături covalent-coordinative are formula chimică:

- | | |
|----------------------|------------------------|
| a. NH ₃ ; | c. NH ₄ Cl; |
| b. H ₂ O; | d. CaCl ₂ . |

4. În ecuația chimică $\text{Cl}_2 + 2\text{NaOH} \rightarrow \text{NaCl} + \text{A} + \text{H}_2\text{O}$, compusul (A) are formula chimică:

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| a. NaClO ₄ ; | c. NaClO ₂ ; |
| b. NaClO ₃ ; | d. NaClO. |

5. Ionul clorură este baza conjugată a:

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| a. acidului clorhidric; | c. clorurii de potasiu; |
| b. acidului hipocloros; | d. clorurii de sodiu. |

10 puncte

1. a; 2. b; 3. c; 4. d; 5. a.

Subiectul C.

Scrieți, pe foaia de examen, numărul de ordine al speciei chimice din coloana **A**, însoțit de litera din coloana **B**, corespunzătoare configurației electronice a acesteia. Fiecărei cifre din coloana **A** îi corespunde o singură literă din coloana **B**.

A	B
1. Mg	a. $1s^2$
2. O	b. $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$
3. Na ⁺	c. $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2$
4. He	d. $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$
5. S ²⁻	e. $1s^2 2s^2 2p^6$
	f. $1s^2 2s^2 2p^4$

10 puncte

1. c; 2. f; 3. e; 4. a; 5. b.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Subiectul D.

1. Precizați compoziția nucleară (protoni, neutroni) pentru atomul $^{207}_{82}\text{Pb}$.

2 puncte

2. a. Scrieți configurația electronică a elementului chimic (E) al cărui atom are 5 electroni în substratul $2p$.

b. Notați poziția în tabelul periodic (grupa, perioada) a elementului chimic (E).

c. Notați numărul orbitalilor monoelectronici ai atomului elementului (E).

5 puncte

3. Modelați procesul de ionizare a atomului de clor, utilizând simbolul elementului și puncte pentru reprezentarea electronilor.

3 puncte

4. Modelați formarea legăturii chimice în molecula de azot, utilizând simbolul elementului și puncte pentru reprezentarea electronilor.

3 puncte

5. Notați modul în care variază solubilitatea dioxidului de carbon în apă, în următoarele cazuri:

a. crește temperatura;

b. crește presiunea.

2 puncte

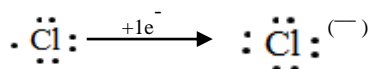
1. Protoni = 82; neutroni = $207 - 82 = 125$.

2. a. $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5$

b. grupa a VII-a ; perioada 3

c. $\uparrow\downarrow \uparrow\downarrow \uparrow$ un orbital monoelectronic.

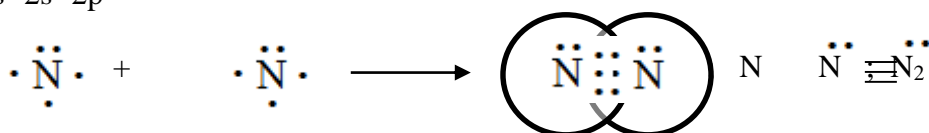
3. $Z=17 \text{ Cl} \xrightarrow{+1e^-} Z=17 \text{ Cl}^-$
 $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5 \longrightarrow 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$



4. N_2 – **legătură covalentă nepolară triplă**

$Z=7 \text{ N}$

$1s^2 2s^2 2p^3$



5. a. Solubilitatea dioxidului de carbon în apă scade cu **creșterea temperaturii**.

b. Solubilitatea dioxidului de carbon în apă crește cu **creșterea presiunii**

Subiectul E.

1. În laborator, clorul se poate obține din dioxid de mangan și acid clorhidric:



a. Scrieți ecuația procesului de oxidare și ecuația procesului de reducere.

b. Precizați rolul acidului clorhidric (agent oxidant, agent reducător).

3 puncte

2. Notați coeficienții stoichiometrici ai ecuației reacției de la *punctul 1*.

1 punct

3. Se amestecă 400 g soluție de acid clorhidric, de concentrație procentuală masică 10% cu 400 g soluție de acid clorhidric, de concentrație procentuală masică 5% și cu 200 g de apă.

a. Calculați masa de acid clorhidric, exprimată în grame, din soluția rezultată după amestecare.

b. Determinați concentrația procentuală a soluției finale de acid clorhidric.

5 puncte

4. O probă de 0,5 mol de sodiu reacționează cu apa.

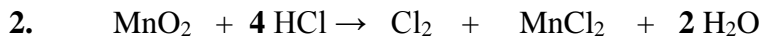
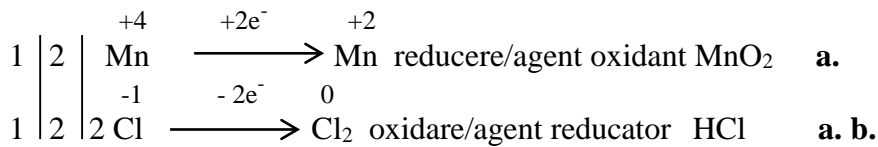
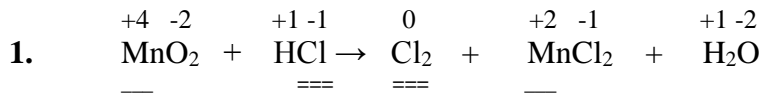
a. Scrieți ecuația reacției care are loc între sodiu și apă.

b. Calculați masa de hidrogen care se obține stoichiometric în urma reacției, exprimată în grame.

4 puncte

5. Notați două metode de protecție anticorozivă a metalelor.

2 puncte



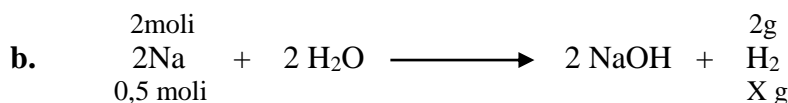
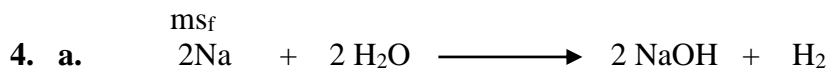
$$3. \quad \text{I} \left\{ \begin{array}{l} m_{s1} = 400 \text{g HCl} \\ C_1 = 10\% \end{array} \right. \xrightarrow{\quad} \quad m_{d1} = \frac{C_1 \times m_{s1}}{100} = 40 \text{g}$$

$$\text{II} \left\{ \begin{array}{l} m_{s2} = 400 \text{g HCl} \\ C_2 = 5\% \end{array} \right. \xrightarrow{\quad} \quad m_{d2} = \frac{C_2 \times m_{s2}}{100} = 20 \text{g}$$

$m_{\text{H}_2\text{O}} = 200 \text{g}$ – se adaugă

a. $m_{df} = m_{d1} + m_{d2} = 60 \text{g}$.

b. $C_f = \frac{m_{df}}{m_{sf}} \times 100$; $m_{sf} = 400 + 400 + 200 = 1000$; $C_f = 6\%$



$X = 0,5 \times 2/2 = 0,5 \text{ g hidrogen}$.

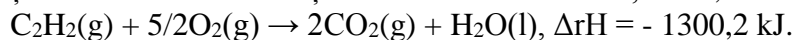
5. Protecții anticorozive ale metalelor = vopsire, emailare, nichelare.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Subiectul F.

1. Ecuația termochimică a reacției de ardere a acetilenei, C_2H_2 , este:



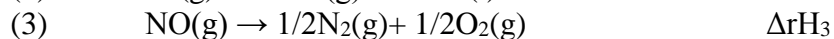
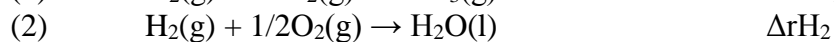
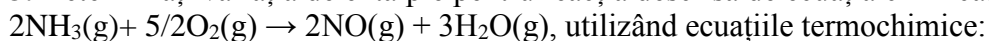
Calculați căldura molară de formare standard a acetilenei în reacția de ardere a acesteia, utilizând entalpiile molare de formare standard: $\Delta_f H^0_{\text{CO}_2(\text{g})} = -393,5 \text{ kJ/mol}$, $\Delta_f H^0_{\text{H}_2\text{O}(\text{l})} = -285,8 \text{ kJ/mol}$.

3 puncte

2. Determinați căldura, exprimată în kilojouli, degajată la arderea a 7,8 g de acetilenă.

2 puncte

3. Determinați variația de entalpie pentru reacția descrisă de ecuația chimică:



5 puncte

4. La arderea unui mol de etanol ($\text{C}_2\text{H}_6\text{O}$) se eliberează 1234,8 kJ. Calculați masa de etanol, exprimată în grame, care produce prin ardere căldura necesară încălzirii a 300 g de apă, de la 30°C la 80°C . Se consideră că nu au loc pierderi de căldură.

3 puncte

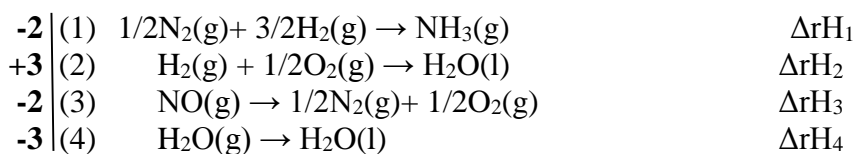
5. Monoxidul de carbon, CO(g), este mai stabil termodinamic decât monoxidul de azot, NO(g). Scrieți relația dintre entalpiile molare de formare standard ale acestor oxizi. Justificați răspunsul.

2 puncte

$$\begin{aligned} 1. \Delta H &= \sum n_p H_p - \sum n_r H_r \\ \Delta H &= 2 \Delta_f H^0_{CO_2} + \Delta_f H^0_{H_2O} - \Delta_f H^0_{C_2H_2} - 5/2 \Delta_f H^0_{O_2} \\ -1300,2 &= 2(-393,5) + (-285,8) - \Delta_f H^0_{C_2H_2} - 0 \\ \Delta_f H^0_{C_2H_2} &= -787 - 285,8 + 1300,2 \\ \Delta_f H^0_{C_2H_2} &= 227,4 \text{ kJ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. Q_f \text{ (kJ)} &= V \times Q \text{ (kJ/mol)} \\ v &= m/M; \quad M_{C_2H_2} = 24+2 = 26 \text{ g}; \quad v = 7,8/26 = 0,3 \text{ moli}; \quad Q \text{ (kJ/mol)} = -\Delta H = 1300,2 \text{ kJ/mol} \\ Q_f \text{ (kJ)} &= 0,3 \times 1300,2 = 390,06 \text{ kJ} \end{aligned}$$

3. Să obținem reacția $2NH_3(g) + 5/2O_2(g) \rightarrow 2NO(g) + 3H_2O(g)$ ($\Delta_r H = ?$) din următoarele:



$$\Delta_r H = -2 \Delta_r H_1 + 3 \Delta_r H_2 - 2 \Delta_r H_3 - 3 \Delta_r H_4$$

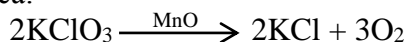
$$\begin{aligned} 4. \quad Q_f \text{ (kJ)} &= m \cdot c \cdot \Delta T; \quad Q_f = 0,3 \times 4,18 \times 50 = 62,7 \text{ kJ} \\ &1 \text{ mol etanol } C_2H_6O \text{ (46g)} \dots\dots\dots 1234,8 \text{ kJ} \\ &\quad X \text{ g} \dots\dots\dots 62,7 \text{ kJ} \\ &\quad X = 2,3 \text{ g } C_2H_6O \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5. \quad &\frac{NO(g), \quad CO(g)}{\text{crește stabilitatea}} \\ &\Delta_f H^0_{NO} > \Delta_f H^0_{CO} \end{aligned}$$

O substanță este cu atât mai stabilă cu cât $\Delta_f H^0$ are valoare mai mică.

Subiectul G

1. Cloratul de potasiu se descompune, în prezența dioxidului de mangan, conform reacției descrisă de ecuația chimică:



Notați rolul dioxidului de mangan în această reacție.

1 punct

2. Calculați volumul de oxigen, exprimat în litri, măsurat la presiunea de 3 atm și temperatura de 27°C, care se formează la descompunerea a 49 kg de clorat de potasiu, de puritate 75%, procente masice. Impuritățile sunt stabile termic.

4 puncte

3. Determinați numărul ionilor de potasiu dintr-un amestec echimolar cu masa de 19,7 g ce conține clorat de potasiu și clorură de potasiu.

5 puncte

4. Pentru o reacție de tipul:



scăderea concentrației reactantului (A) de la 2 mol/L la 1 mol/L este însoțită de o scădere a vitezei de reacție, de la 0,466 mol /L's la 0,1165 mol /L's. Determinați ordinul acestei reacții.

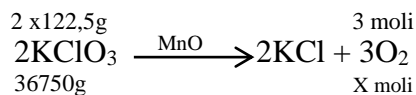
4 puncte

5. Scrieți formula chimică a tetrahidroxoaluminatului de sodiu.

1 punct

1. Rolul dioxidului de mangan (MnO) în această reacție este de CATALIZATOR. Tot ce se află pe săgeata reacției are rol de CATALIZATOR.

$$\begin{aligned} 2. \quad M_{KClO_3} &= 39 + 35,5 + 3 \times 16 = 122,5 \text{ g} \\ m_{KClO_3} &= 75/100 \times 49 = 36,75 \text{ kg}; \quad T = 27 + 273 = 300 \text{ K} \end{aligned}$$



$$X = 450 \text{ moli O}_2$$

$$PV = \nu RT ; V = \frac{\nu RT}{P} = \frac{450 \times 0,082 \times 300}{3} = 3690 \text{ L O}_2$$

$$3. M_{\text{KClO}_3} = 122,5 \text{ g}; M_{\text{KCl}} = 39 + 35,5 = 74,5 \text{ g}$$

$$19,7 = \nu (122,5 + 74,5) ; \nu = 0,1 \text{ moli din fiecare, KCl și KClO}_3$$

Numărul de ioni K^+ = $\nu \cdot N_A \cdot x$ (număr de ioni din substanța ionică);

$$\text{Numărul de ioni K}^+ \text{ (din KCl)} = 0,1 \times N_A \times 1 = 0,1 N_A$$

$$\text{Numărul de ioni K}^+ \text{ (din KClO}_3) = 0,1 \times N_A \times 1 = 0,1 N_A$$

$$\text{Numărul de ioni K}^+ \text{ (totali din 19,7g amestec KCl și KCl}_3) = 0,2 \times N_A = 12,044 \cdot 10^{22} \text{ ioni}$$

4. Pentru o reacție de tipul:



Vitezei se exprimă astfel: $V = K [A]^{nA}$

$$[A_1] = 2 \text{ mol/L} ; [A_2] = 1 \text{ mol/L și } V_1 = 0,466 \text{ mol/L's } V_2 = 0,1165 \text{ mol/L's}$$

Înlocuim cu valori în expresia

$$\frac{0,466}{0,1165} = \left[\frac{2}{1} \right]^{nA} \longrightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{K [A_1]^{nA}}{K [A_2]^{nA}} \longrightarrow \frac{4}{1} = \left[\frac{2}{1} \right]^{nA} \longrightarrow nA = 2$$

5. $\text{Na}[\text{Al}(\text{OH})_4]$ - Tetra hidroxo aluminatul de sodiu.

Numere atomice: H- 1; He- 2; C- 6; N- 7; O- 8; Na- 11; Mg- 12; Al- 13; Si- 14; S- 16; Cl- 17.

Mase atomice: H- 1; C- 12; O- 16; Cl-35,5; K- 39.

Căldura specifică a apei: $\text{capă} = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Constanta molară a gazelor: $R = 0,082 \text{ L} \cdot \text{atm} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Numărul lui Avogadro: $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

REZOLVAREA SUBIECTELOR DINTR-O VARIANTĂ DE BACALAUREAT 2019

**Varianta 1
(30 de puncte)**

SUBIECTUL I

Subiectul A.

Citiți următoarele enunțuri. Dacă apreciați că enunțul este adevărat scrieți, pe foaia de examen, numărul de ordine al enunțului și litera **A**. Dacă apreciați că enunțul este fals scrieți, pe foaia de examen, numărul de ordine al enunțului și litera **F**.

1. Nucleul anionului fluorură are sarcină electrică negativă.
2. Atomul de oxigen are 4 electroni necuplați în învelișul electronic.
3. Caracterul nemetalic al clorului este mai pronunțat decât al bromului.
4. O soluție în care concentrația ionilor hidroxid este $10^{-11} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ are $\text{pH} = 11$.
5. La arderea sodiului într-o atmosferă de clor, sodiul manifestă caracter reducător.

10 puncte

1. F; 2. F; 3. A; 4. F; 5. A.

Subiectul B.

Pentru fiecare item de mai jos, notați pe foaia de examen numărul de ordine al itemului însoțit de litera corespunzătoare răspunsului corect. Fiecare item are un singur răspuns corect.

1. Elementul chimic (E) al cărui ion pozitiv monovalent are configurația electronică $1s^2 2s^2 2p^6$:

a. are doi orbitali monoelectronici;	c. face parte din blocul s de elemente;
b. este un gaz rar;	d. are 6 electroni de valență.
2. Perechea formată din substanțe care au în moleculă numai legături covalente polare, este:

a. HCl, H_2O ;	c. HCl, Cl_2 ;
b. H_2 , Cl_2 ;	d. N_2 , Cl_2 .
3. În pila Daniell:

- a. electrolitul este o soluție de acid sulfuric; c. catodul este confecționat din plumb;
 b. anodul este confecționat din zinc; d. anodul are polaritate pozitivă.
 4. În hexacianoferatul(II) de fier(III), suma algebrică a numerelor de oxidare a elementelor chimice din ionul complex, este egală cu:
 a. - 3; c. + 3;
 b. - 4; d. + 4.
 5. Culoarea soluției care se obține la barbotarea clorului în apă, după adăugarea a 2-3 picături de turnesol, este:
 a. roșie; c. albastră;
 b. violet; d. galbenă.

10 puncte

1. c; 2. a; 3. b; 4. b; 5. a.

Subiectul C.

Scrieți, pe foaia de examen, numărul de ordine al denumirii substanței din coloana **A** însoțit de litera din coloana **B**, corespunzătoare unor proprietăți fizice ale acesteia, la temperatură standard. Fiecărei cifre din coloana **A** îi corespunde o singură literă din coloana **B**.

A	B
1. sodiu	a. solid de culoare arămie
2. clor	b. gaz brun-roșcat
3. hidroxid de sodiu	c. solid, alb-argintiu în tăietură proaspătă
4. oxigen	d. solid alb
5. cupru	e. gaz galben-verzui
	f. gaz incolor

10 puncte

1. c; 2. e; 3. d; 4. f; 5. a.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Subiectul D.

1. Precizați compoziția nucleară (protoni, neutroni) pentru atomul $^{133}_{55}\text{Cs}$.. **2 puncte**
 2. a. Scrieți configurația electronică a atomului elementului (E), care are în învelișul electronic cu 4 electroni mai puțin decât atomul de neon.
 b. Notați numărul straturilor complet ocupate cu electroni din învelișul electronic al atomului elementului (E).
 c. Notați numărul electronilor necuplați ai atomului elementului (E). **4 puncte**
 3. a. Notați numărul electronilor de valență ai atomului de magneziu.
 b. Modelați procesul de ionizare a atomului de magneziu, utilizând simbolul elementului chimic și puncte pentru reprezentarea electronilor.
 c. Notați caracterul chimic al magneziului. **3 puncte**
 4. a. Modelați legăturile chimice din molecula de apă, utilizând simbolurile elementelor chimice și puncte pentru reprezentarea electronilor.
 b. Notați numărul electronilor neparticipanți la legături chimice din molecula de apă. **3 puncte**
 5. a. Notați tipul interacțiunilor intermoleculare predominante dintre moleculele de apă, în stare lichidă.
 b. Notați temperatura de fierbere a apei pure, exprimată în grade Celsius.
 c. Scrieți formula chimică a unei substanțe anorganice care se dizolvă ușor în apă, la temperatură standard.

3 puncte

1. Protoni = 55; neutroni = 133 – 55 = 78.

2. $Z=10$ Ne. $Z=10-4=6$

a. $1s^2 2s^2 2p^2$

b. un strat complet ocupat.

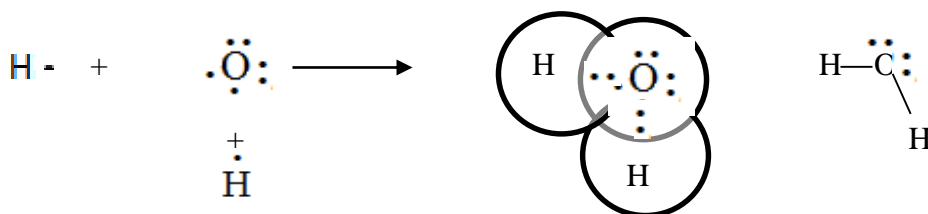
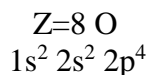
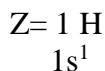
c. $\uparrow \uparrow \square$ 2 electroni necuplați.

3. a. 2 electroni de valență

b. $Z=12$ Mg $-2e^-$ $Z=12$ Mg $^{+2}$
 $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 \longrightarrow 1s^2 2s^2 2p^6$

c. caracter metalic

4. a. H_2O – 2 legături covalente polare simple O-H



b. 4 electroni neparticipanți.



b. Apa pură fierbe la **100°C**

c. NaCl se dizolvă în apă la temperatura standard de 25°C.

Subiectul E.

1. La încălzirea unui amestec de dioxid de mangan și iodură de potasiu, la care s-a adăugat acid sulfuric, pe pereții eprubetei s-au depus cristale de iod. Ecuația reacției care a avut loc este:



a. Scrieți ecuațiile proceselor de oxidare, respectiv de reducere, care au loc în această reacție.

b. Notați rolul dioxidului de mangan (agent oxidant/agent reducător).

3 puncte

2. Notați coeficienții stoichiometrici ai ecuației reacției de la *punctul 1*.

1 punct

3. Din 400 g soluție de clorură de sodiu, de concentrație procentuală masică 5%, se evaporă apă și se obține o soluție de concentrație procentuală masică 20%. Calculați masa de apă din soluția finală, exprimată în grame.

4 puncte

4. Soluția decolorantă obținută din clor și hidroxid de sodiu a fost numită *apă de Javel* de către Bertholet.

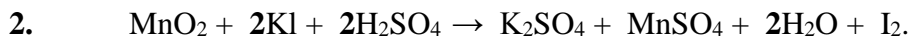
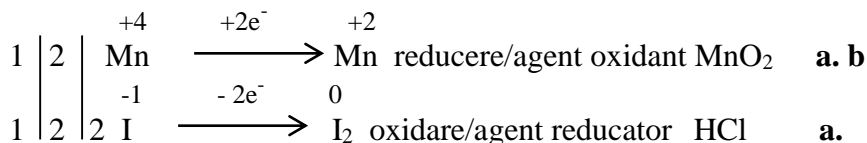
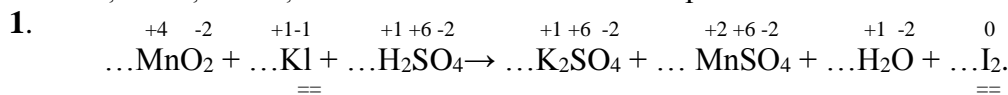
a. Scrieți ecuația reacției dintre clor și hidroxidul de sodiu.

b. Calculați cantitatea de hidroxid de sodiu, exprimată în moli, necesară pentru obținerea a 59,6 g de hipoclorit de sodiu, la un randament al reacției de 80%.

5 puncte

5. Scrieți ecuația reacției care are loc la electroliza topiturii clorurii de sodiu.

2 puncte

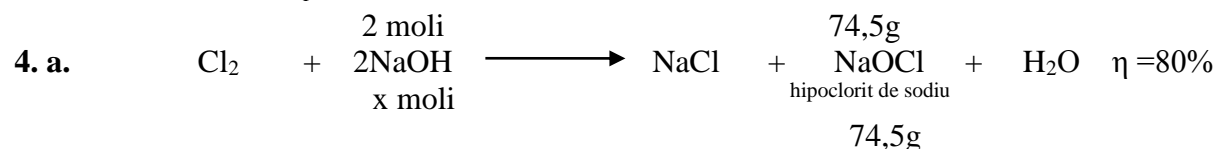


3.
$$I \left\{ \begin{array}{l} m_{s1} = 400g \text{ HCl} \\ C_1 = 5\% \end{array} \right. \longrightarrow md_1 = \frac{C_1 \times m_{s1}}{100} = 20g$$

Se evaporă H₂O $md_1 = md_f = 20g$

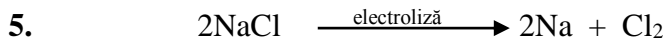
$C_f = 20\%$

$$C_f = \frac{md_f}{ms_f} \times 100 ; \quad ms_f = 100g. \quad m_{H_2O} = ms_f - md_f = 100 - 20 = 80g.$$



$C_{\text{teoretic}} = 59,6 \times 100 / 80 = 74,5g$

- b. $M_{\text{NaOCl}} = 23 + 16 + 35,5 = 74,5 \text{ g}$
 Număr de moli de NaOH = 2 moli.



SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Subiectul F.

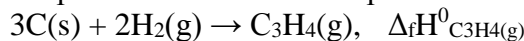
1. Ecuația termochimică a reacției de ardere a *n*-pentanului (C_5H_{12}) este:
 $\text{C}_5\text{H}_{12}(\text{l}) + 8\text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 5\text{CO}_2(\text{g}) + 6\text{H}_2\text{O}(\text{g})$. Variația de entalpie a acestei reacții este $\Delta_r H^0 = -3243,6 \text{ kJ}$.
 Determinați entalpia molară de formare standard a *n*-pentanului, exprimată în kilojouli, utilizând entalpiile molare de formare standard: $\Delta_f H^0_{\text{CO}_2(\text{g})} = -393,5 \text{ kJ/mol}$, $\Delta_f H^0_{\text{H}_2\text{O}(\text{g})} = -241,6 \text{ kJ/mol}$.

2 puncte

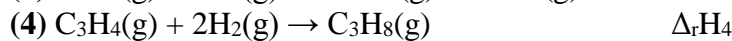
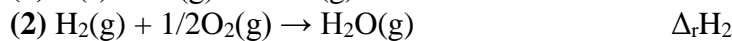
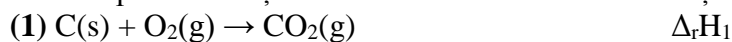
2. Determinați căldura, exprimată în kilojouli, degajată la arderea a 360 g de *n*-pentan. **2 puncte**

3. Calculați masa de apă, exprimată în kilograme, care poate fi încălzită cu 20°C , utilizând 8360 kJ. Se consideră că nu au loc pierderi de căldură. **2 puncte**

4. Aplicați legea lui Hess pentru a determina entalpia molară de formare standard a propinei (C_3H_4):

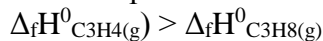


în funcție de variațiile de entalpie ale reacțiilor descrise de următoarele ecuații:

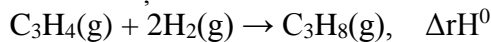


5 puncte

5. Relația de ordine dintre entalpiile molare de formare standard a propinei și a propanului (C_3H_8) este:



a. Utilizați această relație pentru a stabili dacă reacția de hidrogenare a propinei pentru obținerea propanului, reprezentată de ecuația termochimică:



este exotermă sau endotermă.

b. Precizați care dintre hidrocarburi este mai stabilă. Justificați răspunsul.

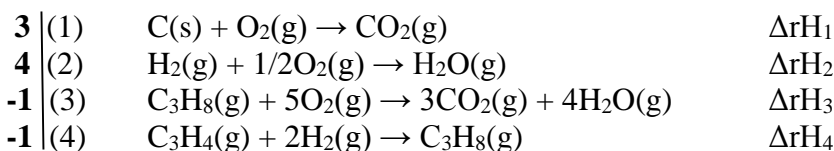
4 puncte

1. $\Delta H = \sum n_p H_p - \sum n_r H_r$
 $\Delta_r H^0 = 5 \Delta_f H^0_{\text{CO}_2} + 6 \Delta_f H^0_{\text{H}_2\text{O}} - \Delta_f H^0_{\text{C}_5\text{H}_{12}} - 8 \Delta_f H^0_{\text{O}_2}$
 $-3243,6 = 5(-393,5) + 6(-241,6) - \Delta_f H^0_{\text{C}_5\text{H}_{12}} - 0$
 $\Delta_f H^0_{\text{C}_5\text{H}_{12}} = -1967,5 - 1449,6 + 3243,6$
 $\Delta_f H^0_{\text{C}_2\text{H}_2} = -173,5 \text{ kJ}$

2. $Q_f (\text{kJ}) = V \times Q (\text{kJ/mol})$
 $v = m/M; \quad M_{\text{C}_5\text{H}_{12}} = 60 + 12 = 72 \text{ g}; \quad v = 360/72 = 5 \text{ moli}; \quad Q (\text{kJ/mol}) = -\Delta H = 3243,6 \text{ kJ/mol}$
 $Q_f (\text{kJ}) = 5 \times 3243,6 = 16218 \text{ kJ}$

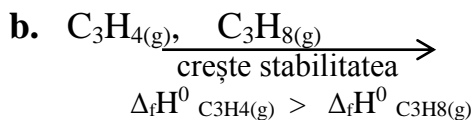
3. $Q_f (\text{kJ}) = m \cdot c \cdot \Delta T; \quad m = 8360/4,18 \times 20 = 100 \text{ kg}$

4. Să obținem reacția $3\text{C}(\text{s}) + 2\text{H}_2(\text{g}) \rightarrow \text{C}_3\text{H}_4(\text{g})$ ($\Delta_f H^0_{\text{C}_3\text{H}_4(\text{g})} = ?$) din următoarele:



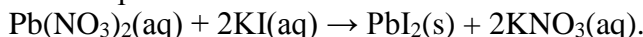
$$\Delta_r H = 3\Delta_r H_1 + 4\Delta_r H_2 - \Delta_r H_3 - \Delta_r H_4$$

5. a. $\Delta H = \sum n_p H_p - \sum n_r H_r$
 $\Delta_r H^0 = \Delta_f H^0_{\text{C}_3\text{H}_8(\text{g})} - \Delta_f H^0_{\text{C}_3\text{H}_4(\text{g})} - 2\Delta_f H^0_{\text{H}_2}$
 $\Delta_f H^0_{\text{C}_3\text{H}_8(\text{g})} - \Delta_f H^0_{\text{C}_3\text{H}_4(\text{g})} < 0 \quad \longrightarrow \quad \Delta_f H^0_{\text{C}_3\text{H}_4(\text{g})} > \Delta_f H^0_{\text{C}_3\text{H}_8(\text{g})}$
 $\Delta_r H^0 < 0 \quad \longrightarrow \quad \text{reacție exotermă}$



Subiectul G.

1. Iodura de plumb (II), un precipitat de culoare galbenă, se poate obține prin tratarea azotatului de plumb(II) cu iodură de potasiu:



Precizați tipul reacției având în vedere viteza de desfășurare a acesteia.

1 punct

2. Cloratul de potasiu se descompune termic conform ecuației reacției:



Determinați volumul de oxigen, exprimat în litri, măsurat la temperatura de 127°C și presiunea 4 atm, care se obține stoechiometric la descompunerea a 36,75 g de clorat de potasiu.

3 puncte

3. a. Calculați masa de clor, exprimată în grame, din 2 mol de clorură de potasiu.

b. Determinați volumul ocupat de $1,2044 \cdot 10^{24}$ molecule de oxigen, exprimat în litri, măsurat în condiții normale de temperatură și de presiune.

4 puncte

4. Pentru o reacție de tipul: $A \rightarrow$ produși s-au obținut următoarele date experimentale:

Timp (min)	0	2
[A] (mol·L ⁻¹)	0,05	0,02

Calculați viteza medie de consum a reactantului A, în intervalul de timp 0 - 2 minute, exprimată în mol·L⁻¹·s⁻¹.

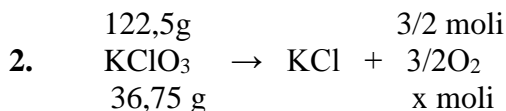
3 puncte

5. Scrieți ecuațiile reacțiilor din schema de transformări:



4 puncte

1. Reacție rapidă.



$$M_{KClO_3} = 39 + 35,5 + 3 \times 16 = 122,5g$$

$$x = 0,45 \text{ moli}$$

$$PV = \nu RT ; \frac{V}{P} = \frac{\nu RT}{P} = \frac{0,45 \times 0,082 \times 400}{4} = 3,69 \text{ L } O_2.$$

3. a. $m_{Cl} = ?$ (g) din 2 moli KCl

$$M_{KCl} = 39 + 35,5 = 74,5g$$

$$1 \text{ mol KCl} \dots\dots\dots 35,5gCl$$

$$2 \text{ moli KCl} \dots\dots\dots x \text{ g Cl}$$

$$x = 71gCl$$

b. $V_{O_2} = ?$ (L) ocupat de $1,2044 \cdot 10^{24}$ molecule de oxigen, în C.N.

$$\text{Numărul de molecule } O_2 = \nu \cdot N_A = 1,2044 \cdot 10^{24}$$

$$\nu = 1,2044 \cdot 10^{24} / 6,022 \cdot 10^{23} = 2 \text{ moli}$$

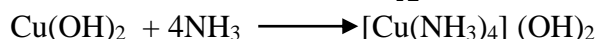
$$\nu = V / 22,4 = 2 \quad \longrightarrow \quad V_{O_2} = 44,8L O_2$$

4. $A \rightarrow$ produși $\longrightarrow \nu = \frac{-\Delta c}{\Delta t}$ (mol/L·s); $\nu = \frac{-(c_2 - c_1)}{t_2 - t_1} = \frac{c_1 - c_2}{t_2 - t_1} = \frac{0,05 - 0,02}{60(2 - 0)}$

$$\nu = 2,5 \times 10^{-4} \text{ mol/L} \cdot \text{s}$$



A



A

D

DEFINIȚII ȘI REACȚII UTILE

Căldură de combustie = căldura degajată la arderea completă a unui mol de substanță la presiune de 1 atm și o temperatură dată.

Căldura de reacție = căldura absorbită sau degajată într-o reacție chimică.

Căldură de neutralizare = căldura degajată în reacția de neutralizare a unui mol de ion hidroniu, cu un mol ion hidroxid.

Reacția de neutralizare = reacția dintre un acid și o bază cu formare de sare și apă, sau reacția dintre un ion hidroniu, cu ion hidroxid cu formarea unei molecule gram de apă.

Entalpie de reacție = căldura absorbită sau degajată (efectul termic) într-o reacție la presiune constantă. $\Delta H = - Q$

$$\Delta H = \sum n_p H_p - \sum n_r H_r$$

Legea lui Hess = Într-o transformare chimică variația de entalpie nu depinde de drumul urmat de reacție ci doar de entalpia reactanților și a produșilor.

Catalizatorul = substanță chimică care mărește viteza de reacție acționând asupra reactanților și la finalul reacției se regăsește integral (nu se consumă).

Inhibitor = substanță chimică care încetinește sau inhibă complet o reacție chimică acționând asupra reactanților. Se mai numesc și otrăvuri

Viteză de reacție = scăderea concentrației molare a unui reactant în unitatea de timp.

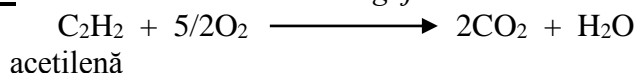
$$V = \Delta c / \Delta t$$

Element chimic = specii atomice cu același Z (număr atomic, număr de ordine, număr de protoni, sarcină nucleară)

Atom = cea mai mică particulă în care se poate diviza o substanță simplă așa încât să păstreze particularitățile substanței simple.

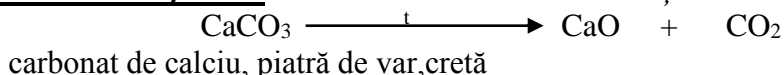
Reacție exotermă = reacția care are loc cu degajare de căldură $Q > 0$; $\Delta H < 0$

Reacțiile de ardere sunt cele care au loc cu degajare de căldură.



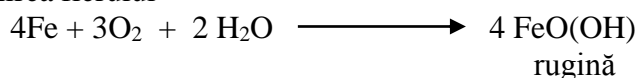
Reacție endotermă = reacția care are loc cu absorție de căldură $Q < 0$; $\Delta H > 0$

Reacțiile de descompunere sunt cele care au loc cu absorție de căldură.

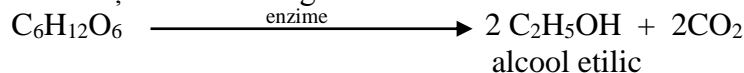


Reacții lente :

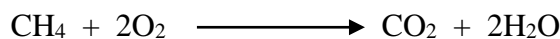
ruginirea fierului



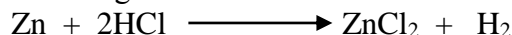
fermentația alcoolică a glucozei



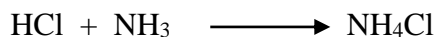
Reacții rapide: arderea metanului



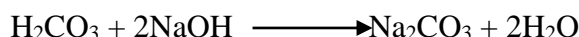
obținerea hidrogenului în **laborator**



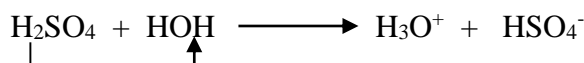
Acid tare cu bază slabă



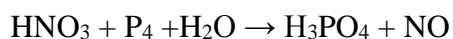
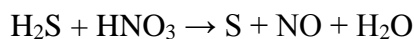
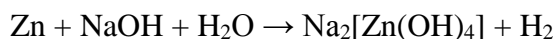
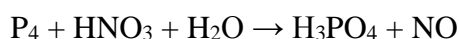
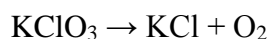
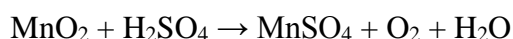
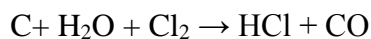
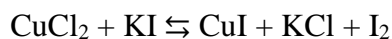
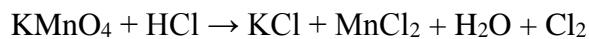
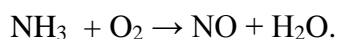
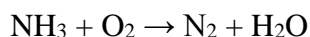
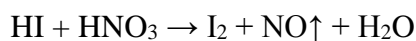
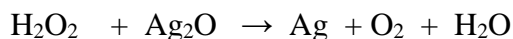
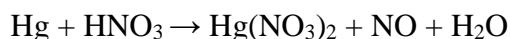
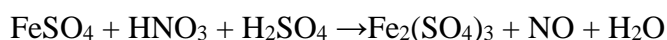
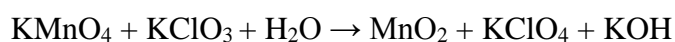
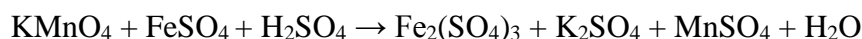
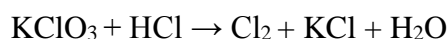
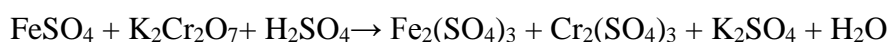
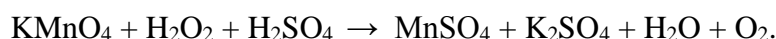
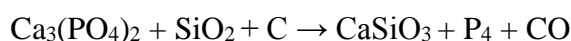
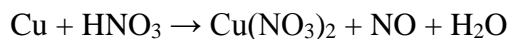
Acid slab cu bază tare

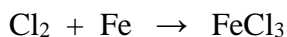
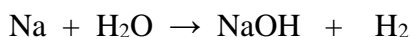
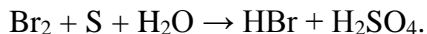
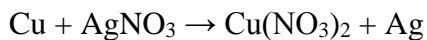
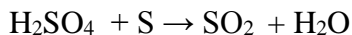
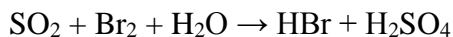
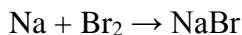
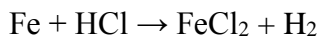


Ionizarea acidului sulfuric:

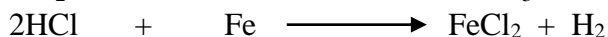
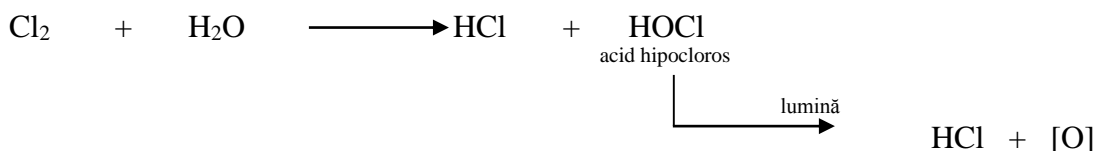
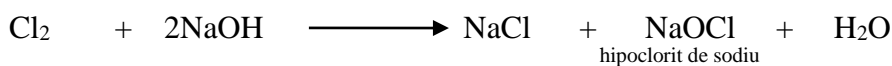
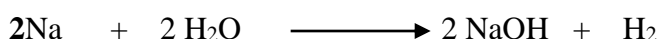


Reacții redox din variante de bacalaureat (subiectul E)

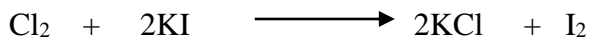




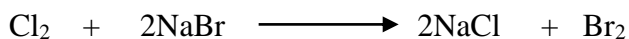
Reacții importante din variante de bacalaureat



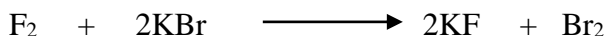
Clorul are caracter nemetalic mai pronunțat decât iodul (îl scoate din sărurile lui)



Clorul are caracter nemetalic mai pronunțat decât bromul (îl scoate din sărurile lui)



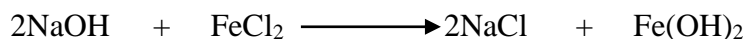
Florul are caracter nemetalic mai pronunțat decât bromul (îl scoate din sărurile lui)



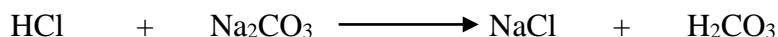
Bromul are caracter nemetalic mai pronunțat decât iodul (îl scoate din sărurile lui)



Baza tare (NaOH) scoate din sărurile ei baza slabă (Fe(OH)₂)



Acidul tare (HCl) scoate acidul slab (H₂CO₃) din sarea lui



COMPUȘI MAI IMPORTANȚI AI ELEMENTELOR

NaF – florura de sodiu

NaCl – clorura de sodiu

KCl – clorura de potasiu

KBr – bromura de potasiu

NaBr – bromura de sodiu

KI – iodura de potasiu

NaI – iodura de sodiu
H₂O₂ – apa oxigenată
Na₂SO₄ – sulfat de sodiu
 NaHCO₃ – carbonat acid de sodiu (bicarbonat de sodiu)
Na₂CO₃ – carbonat de sodiu
 Al₂(SO₄)₃ – sulfat de aluminiu
 AlCl₃ – clorură dealuminiu
 MgCO₃ – carbonat de magneziu
MgO – oxid de magneziu
Mg(OH)₂ – hidroxid de magneziu
MgCl₂ – clorura de magneziu
 MgSO₄ – sulfat de magneziu
 MgF₂ – florură de magneziu
AgCl – clorură de argint
AgNO₃ – azotat de argint
FeCl₃ – clorură de fier (III); clorură ferică
FeCl₂ – clorură de fier (II); clorură feroasă
 Fe₄[Fe(CN)₆]₃ – hexa ciano feratul de fier (**ALBASTRU DE BERLIN**)
CuCl₂ – clorură de cupru (II)
 Cu(NO₃)₂ – azotat de cupru (II)
 [Cu(NH₃)₄](OH)₂ – hidroxid tetra amino cupric (**REACTIV SCHWEITZER**)
 KNO₃ – azotat de potasiu
 LiH – hidrură de litiu
 NaH – hidrură de sodiu
 KH – hidrură de potasiu
HNO₃ – acid azotic
H₂CO₃ – acid carbonic
Na₂CO₃ – carbonat de sodiu
H₂SO₄ – acid sulfuric
HCl – acid clorhidric
H₃PO₄ – acid fosforic
KMnO₄ – permanganat de potasiu
 Na₂[Zn(OH)₄] – tetra hidroxozincatul de sodiu
 Na[Al(OH)₄] – tetra hidroxoalumiinatul de sodiu
 [Ag(NH₃)₂]OH – hidroxid diamino argintic (**REACTIV TOLLENS**)
NH₃ – amoniac
NH₄⁺ – ion amoniu
H₃O⁺ – ion hidroniu
HClO – acid hipocloros
NaClO – hipoclorit de sodiu
 K₂Cr₂O₇ – dicromat de potasiu
NaOH – hidroxid de sodiu
Ca(OH)₂ – hidroxid de calciu

Bibliografie

1. Chimie manual pentru clasa a IX-a – Luminiă Ursea, Elena Goiceanu – Editura Humanitas Educational. 2008
2. Chimie manual pentru clasa a IX-a – Georgeta Tănăsescu, Maria Negoiu – Editura Corint. 2008
3. Chimie manual pentru clasa a IX-a – Olga Petrescu, Gabriela Dobrescu, Adrian Mihail Stadler – Editura didactică și pedagogică R.A. 2011
4. Chimie manual pentru clasa a XII-a – Luminița Vladescu, Irinel Adriana Badea, Luminița Irinel Doicin, Maria Nistor – Editura. Art Educational. 2015

Capitolul 5. Fizică

Electricitate. Teorie

Sarcina electrică

Sarcina electrică reprezintă produsul dintre intensitatea curentului electric I , care traversează secțiunea transversală a unui conductor și intervalul de timp corespunzător Δt . Astfel $Q=I\Delta t$. În sistemul internațional se măsoară în Coulombi: $[Q]_{SI} = C$.

Proprietățile sarcinii electrice:

1. Sarcina electrică este de două feluri: pozitivă și negativă, astfel că sarcinile de același semn se resping iar cele de semn contrar se atrag.

2. Sarcina electrică este o mărime fizică scalară și derivată.

3. Sarcina electrică este o mărime fizică cuantificată în sensul că sarcina unui corp este un multiplu întreg de sarcini electrice elementare. Sarcina elementară este cea mai mică sarcină descoperită până acum și este sarcina electronului $e=1,6 \times 10^{-16}$ C. Astfel, $Q = Ne$, unde N reprezintă numărul de sarcini elementare.

Legea conservării sarcinii electrice: Pentru un sistem izolat din punct de vedere electric suma algebrică a sarcinilor electrice ale corpurilor din sistem rămâne constantă.

Curentul electric continuu

Prin **curent electric** se înțelege deplasarea ordonată a purtătorilor de sarcină electrică liberi printr-un conductor.

Electronii sunt purtători de sarcină electrică liberi la metale.

Un circuit electric simplu prin care trece un curent electric este format dintr-o sursă de tensiune (generator E,r), un consumator R și fire conductoare de legătură (ghidaje de câmp electric).

Sursa de tensiune transformă diferite forme de energie în energie electrică. Sursele pot fi:

- bateriile și acumulatele transformă energia chimică în energie electrică
- alternatoarele și dinamurile transformă energie mecanică în energie electrică
- termoelementele transformă energia termică în energie electrică
- fotoelementele transformă energia luminoasă în energie electrică

Într-un circuit electric curentul electric este pus în evidență prin efectele lui. Efectele curentului electric sunt:

- efectul termic (Joule) constă în încălzirea conductoarelor parcurse de curent
- efectul electrochimic constă în trecerea curentului electric prin electroliți (electroliții sunt baze, acizi sau săruri care permit trecerea curentului electric prin ele, iar fenomenul se numește electroliză)
- efectul magnetic constă în crearea unui câmp magnetic în vecinătatea conductoarelor parcurse de curent (efectul este pus în evidență de deviația acului magnetic adus în vecinătatea conductorului străbătut de curent electric)

Curentul electric staționar Intensitatea curentului electric

Deoarece un efect al curentului electric poate fi mai intens sau nu, se definește intensitatea curentului electric ca fiind o mărime fizică scalară care caracterizează tăria efectului curentului electric.

Intensitatea curentului electric, I , este mărimea fundamentală în electricitate. În sistemul internațional intensitatea curentului electric se măsoară în amperi: $[I]_{SI} = A$.

Deoarece efectele electrochimic și magnetic depind de sensul curentului electric, se definește prin convenție ca sens al curentului electric, sensul în care se deplasează o particulă încărcată pozitiv prin circuit. Printr-un circuit electric simplu sensul curentului electric este de la borna pozitivă a sursei de tensiune spre cea negativă prin circuitul exterior (circuitul exterior este cel ce nu aparține sursei de tensiune).

Intensitatea curentului electric se măsoară cu ampermetrul, un instrument care se leagă în serie într-un circuit și care trebuie să aibă rezistența cât mai mică. Ampermetrul ideal nu are rezistență electrică.

Tensiune electromotoare. Tensiune electrică

Tensiunea electromotoare reprezintă raportul dintre lucrul mecanic efectuat de sursa de tensiune ca să deplaseze o sarcină electrică pozitivă prin întreg circuitul și valoarea sarcinii pozitive. Astfel $E = \frac{L_{total}}{q}$, unde E este tensiunea electromotoare, L_{total} este lucrul mecanic total efectuat de sursa de tensiune și q

este sarcina pozitivă.

Tensiunea electrică între două puncte reprezintă raportul dintre lucrul mecanic efectuat de sursa de tensiune ca să deplaseze o sarcină electrică pozitivă prin circuitul exterior și valoarea sarcinii pozitive. Astfel $U = \frac{L}{q}$, unde U este tensiunea electrică între două puncte, L este lucrul mecanic efectuat de sursa de tensiune ca să deplaseze sarcina între cele două puncte și q este sarcina pozitivă.

Căderea internă de tensiune pe sursă reprezintă raportul dintre lucrul mecanic efectuat de sursa de tensiune ca să deplaseze o sarcină electrică pozitivă prin circuitul interior și valoarea sarcinii pozitive. Astfel $u = \frac{L_{int}}{q}$, unde u este căderea internă de tensiune pe sursă, L_{int} este lucrul mecanic efectuat de sursa de tensiune ca să deplaseze sarcina în circuitul interior al sursei și q este sarcina pozitivă.

Din legea conservării energiei $L_{total} = L_{ext} + L_{int}$ obținem $E = U + u$, adică tensiunea electromotoare reprezintă suma dintre tensiunea pe circuitul exterior (numită și tensiune la borne) și căderea interioară de tensiune.

Tensiunea electrică între două puncte se măsoară cu un instrument numit voltmetru care se leagă în paralel între cele două puncte. Voltmetrul trebuie să aibă rezistența cât mai mare, iar voltmetrul ideal are rezistența infinit de mare. ($R \rightarrow \infty$).

În sistemul internațional tensiunea electrică se măsoară în volți: $[U]_{SI} = V$.

Rezistența electrică

Rezistența electrică este capacitatea unui conductor de a se opune trecerii curentului electric prin el.

Rezistența electrică a unei porțiuni de circuit reprezintă raportul dintre tensiunea electrică aplicată acelei porțiuni de circuit și intensitatea curentului electric care o străbate. Astfel $R = \frac{U}{I}$. În sistemul internațional rezistența electrică se măsoară în ohmi: $[R]_{SI} = \Omega$.

Formula rezistenței electrice determinată experimental este: $R = \frac{\rho l}{S}$. Unde ρ este rezistivitatea electrică, l este lungimea firului conductor, iar S este secțiunea transversală a firului conductor.

Deoarece rezistivitatea depinde de temperatură după legea $\rho = \rho_0(1+\alpha t)$, unde ρ_0 este rezistivitatea electrică la zero grade Celsius, α este coeficientul rezistivității termice și este o constantă de material, iar t este temperatura în grade Celsius, atunci și rezistența electrică depinde de temperatura exprimată în grade Celsius după legea $R = R_0(1+\alpha t)$ cu $R_0 = \frac{\rho_0 l}{S}$ rezistența la zero grade Celsius.

În sistemul internațional rezistivitatea electrică se măsoară în $[\rho]_{SI} = \Omega m$ iar coeficientul termic al rezistivității se măsoară în $[\alpha]_{SI} = grad^{-1} = K^{-1}$.

Legea lui Ohm pentru o porțiune de circuit este: $U=RI$.

Legea lui Ohm pentru un circuit electric simplu este: $I = \frac{E}{R+r}$, unde I este intensitatea curentului, E este tensiunea electromotoare, R este rezistența circuitului exterior și r este rezistența circuitului interior.

Intensitatea curentului electric printr-un circuit simplu este maximă la scurtcircuit, atunci când bornele unei surse de tensiune sunt legate împreună și rezistența circuit exterior este nulă, astfel că $I_{sc} = \frac{E}{r}$.

Când rezistența circuitului exterior tinde spre infinit ($R \rightarrow \infty$), adică circuitul electric este deschis un voltmetru legat la bornele unei surse de tensiune indică tensiunea electromotoare a sursei.

Legile lui Kirchhoff

Legile lui Kirchhoff se referă la circuite complicate de curent continuu.

Elementele circuitelor de curent continuu sunt:

a. nodul este punctul unde se întâlnesc minimum trei conductoare.

b. latura este porțiunea de circuit delimitată de două noduri consecutive.

c. ochiul de rețea este un contur poligonal închis format dintr-o succesiune de laturi.

Legea I a lui Kirchhoff se referă la nodurile de rețea. Suma algebrică a intensităților curenților care se întâlnesc într-un nod de rețea este nulă. Astfel $\sum_{i=1}^N I_i = 0$. Se consideră pozitive toate intensitățile curenților care intră în nodul de rețea și cu minus toate intensitățile curenților care ies din nodul de rețea. Prima lege a lui Kirchhoff este o consecință a legii conservării sarcinii electrice.

Legea a II-a a lui Kirchhoff se referă la ochiuri de rețea. De-a lungul conturului unui ochi de rețea, suma algebrică a tensiunilor electromotoare este egală cu suma algebrică a produselor dintre

intensitatea curentului și rezistența totală a fiecărei laturi. Astfel $\sum_{i=1}^n E_i = \sum_{j=1}^m R_j I_j$. Legea a doua a lui Kirchhoff este o consecință a legii conservării energiei.

Pentru un ochi de rețea se alege un sens de parcurgere al acestuia. Tensiunea electromotoare se consideră pozitivă dacă sensul de parcurgere al ei pe interior este de la borna minus la borna plus în sensul ales și va fi cu semnul minus dacă prin interior bateria este parcursă în sensul ales de la borna pozitivă spre cea negativă. Dacă sensul ales coincide cu sensul intensității curentului dintr-o latură atunci căderea de tensiune de pe acea latură va fi pozitivă, iar dacă sensul intensității curentului va fi contrar sensului ales și căderea de tensiune de pe latură va fi negativă.

Dacă un circuit complicat are k laturi și N noduri, atunci vom scrie $N-1$ ecuații independente pentru noduri și restul de $k-N+1$ vor fi ecuațiile pentru ochiurile de rețea.

Aplicații:

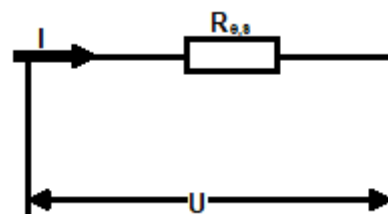
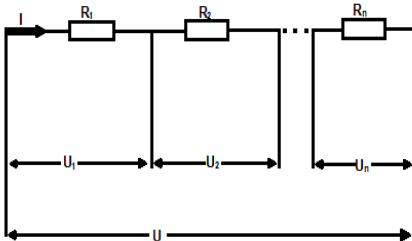
1. Gruparea rezistoarelor

a. serie.

În cazul legării în serie a mai multor rezistențe acestea sunt legate una după alta, astfel că intensitatea curentului care circulă prin toate rezistențele are aceeași valoare.

Dacă se leagă în serie mai multe rezistoare, rezistența echivalentă a rezistoarelor este suma rezistențelor rezistoarelor componente. Astfel că $R_S = \sum_{i=1}^N R_i$, unde R_S este rezistența echivalentă, iar R_i este rezistența unui rezistor component.

Dacă cele N rezistoare sunt identice rezistența echivalentă este $R_S = NR$, unde N este numărul rezistoarelor și R este rezistența unui singur rezistor



b. paralel.

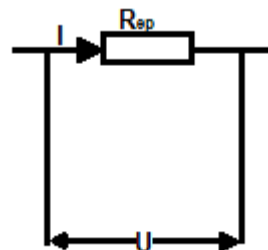
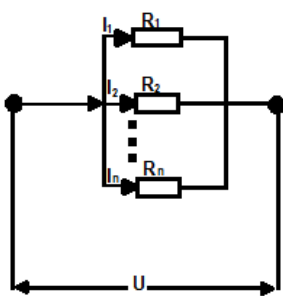
În cazul legării în paralel a mai multor rezistențe acestea au câte două puncte comune, astfel că tensiunea electrică aplicată grupării de rezistențe are aceeași valoare.

Dacă se leagă în paralel mai multe rezistoare, inversul rezistenței echivalente a rezistoarelor este suma inverselor rezistențelor rezistoarelor componente. Astfel că $\frac{1}{R_p} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i}$.

unde R_p este rezistența echivalentă, iar R_i este rezistența unui rezistor component.

Dacă cele N rezistoare sunt identice rezistența echivalentă este $R_S = \frac{R}{N}$, unde N este numărul rezistoarelor și R este rezistența unui singur rezistor.

Dacă din gruparea celor N rezistoare se scoate un singur rezistor atunci rezistența echivalentă a grupării de rezistoare este întotdeauna mai mare.

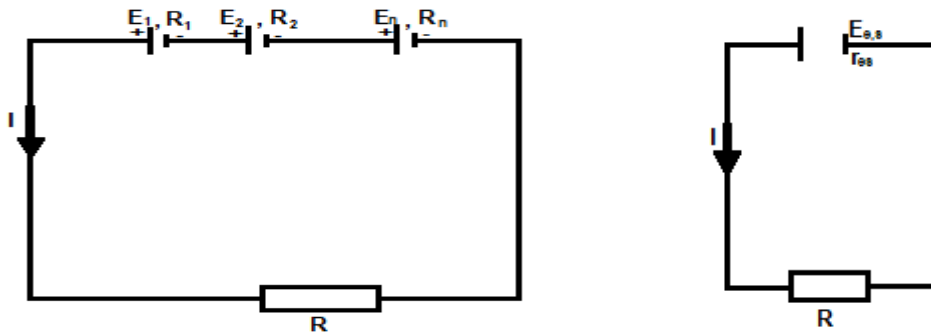


2. Gruparea surselor

a. serie

În cazul legării în serie a mai multor surse de tensiune, acestea sunt legate una după alta, astfel că sistemul de surse va fi echivalent cu o singură sursă. Parametrii sursei echivalente sunt: $E_S = \sum_{i=1}^N E_i$ și r_s

$= \sum_{i=1}^N r_i$. Dacă sunt N surse identice legate în serie atunci parametrii sursei echivalente sunt:
 $E_S = NE$ și $r_S = Nr$.



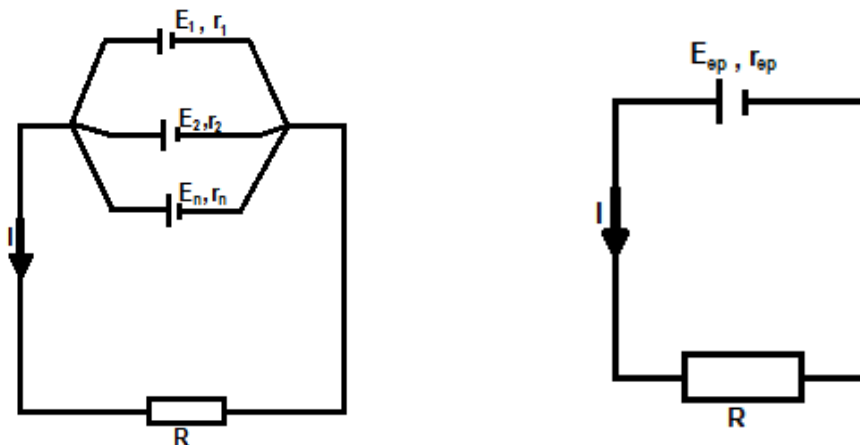
b. paralel

În cazul legării în paralel a mai multor surse de tensiune, acestea au bornele legate între aceleași puncte, astfel că sistemul de surse va fi echivalent cu o singură sursă. Parametrii sursei echivalente sunt:

$$E_p = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{E_i}{r_i}}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{r_i}} \text{ și } \frac{1}{r_p} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{r_i}.$$

Dacă sunt N surse identice legate în paralel atunci parametrii sursei echivalente sunt:

$$E_p = E \text{ și } r_p = \frac{r}{N}.$$



Energia electrică

Majoritatea aparatelor electrice convertesc energia electrică a curentului care le străbate în diferite forme de energie termică, mecanică, luminoasă, etc.

Energia electrică transferată receptorului este egală cu lucrul mecanic al forțelor electrice care acționează asupra sarcinilor electrice pentru a le transporta prin receptor.

Astfel conform legii lui Joule: $W_{el} = L = UIt$, unde W_{el} este energia electrică, U este tensiunea electrică, I este intensitatea curentului și t este timpul corespunzător trecerii curentului electric. În sistemul internațional energia electrică se măsoară în Jouli, $[W_{el}]_{SI} = J$.

Cazuri particulare:

a. energia electrică a unei surse de tensiune E este: $W_{el,S} = EIt$.

b. energia electrică a unei rezistențe electrice R este: $W_{el,R} = RI^2t = \frac{U^2t}{R}$.

Puterea electrică

Puterea electrică furnizată unui receptor prin trecerea curentului electric este egală cu raportul dintre energia electrică W_{el} furnizată într-un timp t și mărimea acestui interval de timp.

Astfel $P_{el} = \frac{W_{el}}{t} = UI$. În sistemul internațional puterea electrică se măsoară în Watt, $[P_{el}]_{SI} = W$.

Cazuri particulare:

a. Puterea electrică a unei surse de tensiune E este: $P_{el,S} = EI$.

b. Puterea electrică a unei rezistențe electrice R este: $P_{el,R} = RI^2 = \frac{U^2}{R}$.

c. Puterea debitată de o sursă de tensiune pe un circuit exterior cu rezistența electrică variabilă va fi maximă când rezistența circuitului exterior este egală cu rezistența interioară a sursei, astfel că $R=r$. În acest caz puterea maximă debitată de sursa de tensiune pe circuitul exterior este $P_{R,max} = \frac{E^2}{4r}$ și reprezintă transferul optim de putere de la sursă către circuitul exterior.

Randamentul transferului de putere

Randamentul transferului de putere de la o sursă de tensiune la un circuit exterior reprezintă raportul dintre energia furnizată de sursa de tensiune a circuitului exterior și energia totală a sursei de tensiune.

Astfel că:

$$\eta = \frac{W_{el,R}}{W_{el,S}} = \frac{P_{el,R}}{P_{el,S}} = \frac{U}{E} = \frac{R}{R+r}.$$

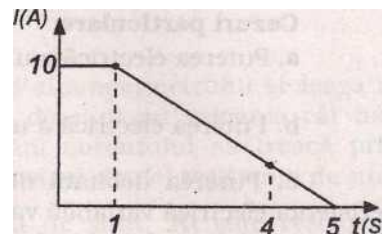
Cazuri particulare:

a. În cazul unui scurtcircuit, deoarece $R=0$, randamentul transferului de putere este nul.

b. În cazul transferului optim de putere de la sursă către circuitul exterior, cum $R = r$, randamentul transferului de putere este $\eta=50\%$.

c. În cazul unui circuit deschis cum $R \rightarrow \infty$ randamentul transferului de putere tinde spre 100%, astfel că $\eta \rightarrow 1$.

Cu creșterea rezistenței circuitului exterior randamentul circuitului crește.



Teste

Rezistența electrică.

Legea lui Ohm pentru un circuit electric simplu

1. Prin secțiunea transversală a unui fir metallic trece un curent cu intensitatea $I = 2A$ într-un interval de timp $\Delta t = 4$ s. Cunoscând valoarea sarcinii elementare $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, să se afle numărul de electroni care traversează secțiunea firului.

2. În figura alăturată este reprezentată grafic dependența intensității curentului electric de timp. Să se afle:

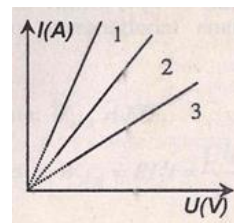
- sarcina electrică care traversează secțiunea transversală a unui fir metallic în intervalul de timp considerat $\Delta t = 5$ s
- intensitatea medie a curentului în $\Delta t = 5$ s
- intensitatea curentului la momentul $t_2 = 4$ s

3. Să se afle valoarea vitezei medii de transport a electronilor printr-un conductor de secțiune $S=1$ mm² străbătut de un curent cu intensitatea $I = 160mA$, dacă concentrația volumică a electronilor este $n=10^{28}$ electroni/m³.

4. Coeficientul termic al rezistivității al unui metal este $\alpha = 4 \cdot 10^{-4}$ grad⁻¹. Să se afle temperatura la care un conductor din acest metal are rezistența de 1,5 ori mai mare decât rezistența sa la $t_0 = 0^\circ C$.

5. În graficul din figura alăturată sunt reprezentate intensitățile curentilor electrici în funcție de tensiunea aplicată la capetele lor. Să se afle:

- care rezistență electrică este mai mare?
- valoarea rezistenței 1, dacă la un moment dat intensitatea curentului prin ea este $I_1=4A$ și tensiunea măsurată este $U_1=8$ V
- R_1/R_2 , dacă la aceeași tensiune U , intensitățile curentilor sunt $I_1=12$ A și $I_2=4A$



6. La bornele unei surse cu tensiunea electromotoare $E=10$ V și cu rezistența internă $r = 1 \Omega$ se leagă un rezistor cu $R=4 \Omega$. Să se afle:

- intensitatea curentului prin circuit
- tensiunea la bornele sursei
- valoarea intensității curentului de scurtcircuit

7. Dacă la bornele unei surse se conectează un rezistor cu rezistența $R_1 = 2\Omega$ intensitatea curentului prin circuitul principal devine $I_1 = 4A$. Conectând în locul rezistorului R_1 , rezistorul $R_2 = 11\Omega$, intensitatea

curentului prin circuitul principal devine $I_2 = 1A$. Să se afle:

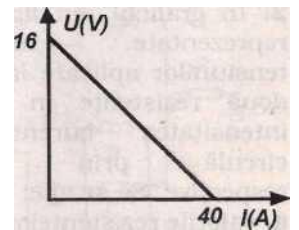
- rezistența internă a sursei
- tensiunea electromotoare a sursei
- intensitatea curentului prin circuitul principal dacă rezistența circuitului exterior este $R_3 = 3\Omega$

8. La bornele unei surse de tensiune se conectează un consumator și se măsoară tensiunea la bornele sursei în funcție de intensitatea curentului electric prin circuit, obținându-se graficul din figura alăturată. Să se afle:

- tensiunea electromotoare a sursei
- rezistența internă a bateriei
- valoarea rezistenței circuitului exterior când $U=4V$.

9. La bornele unei baterii cu tensiunea electromotoare E și rezistența internă r se leagă un consumator ohmic a cărui rezistență electrică poate fi modificată. Relația între intensitatea curentului care îl străbate, exprimată în A și tensiunea aplicată la bornele sale, exprimată în V este $I=2-0,5U$. Să se afle:

- tensiunea electromotoare a sursei
- rezistența internă a sursei
- intensitatea curentului prin baterie dacă circuitul exterior are rezistența $R = 3\Omega$



Gruparea rezistoarelor

1. Să se afle rezistența echivalentă între punctele A și B (fig 3).

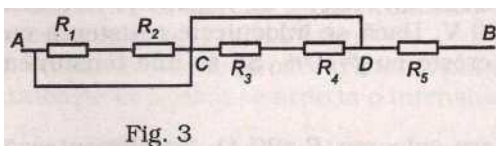


Fig. 3

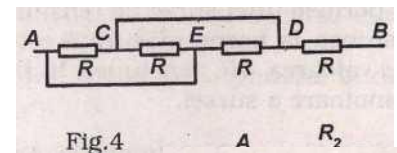


Fig. 4

2. Să se afle rezistența echivalentă între punctele A și B (fig 4).

3. Se cunosc $R_1=3\Omega$, $R_2=4\Omega$, $R_3=6\Omega$, $R_4=2\Omega$ (fig 5). Să se afle rezistența echivalentă între punctele A și B, A și C, A și D, B și D.

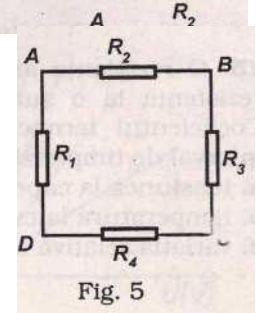
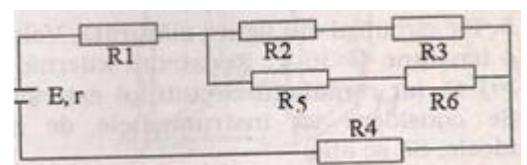


Fig. 5

Legile lui Kirchhoff

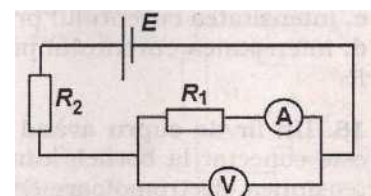
1. În circuitul din figura alăturată, sursa are tensiunea electromotoare $E=22V$, rezistența internă $r=1\Omega$, iar rezistoarele din circuit au rezistențele electrice $R_1=R_4=3,3\Omega$, $R_2=R_3=2\Omega$, $R_5=R_6=3\Omega$. Să se afle:

- rezistența electrică echivalentă a circuitului exterior
- intensitatea curentului electric I_i prin rezistorul R_1
- tensiunea electrică la bornele grupării paralel
- intensitatea curentului electric, indicat de un ampermetru ideal, conectat în serie cu rezistorul R_2



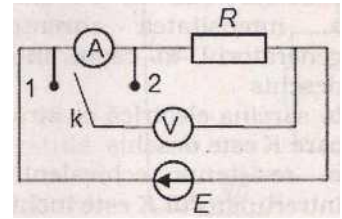
2. În figura alăturată este reprezentată schema unui circuit electric. Ampermetrul ideal indică $I_A=0,36mA$, iar indicația voltmetrului, de rezistență electrică $R_V=120k\Omega$, este $U_V=14,4V$. Se cunoaște rezistența electrică $R_2=20k\Omega$, iar rezistența interioară a bateriei se consideră neglijabilă. Să se afle:

- rezistența electrică R_1
- rezistența electrică echivalentă a circuitului exterior bateriei
- intensitatea curentului electric ce străbate bateria
- tensiunea electromotoare a bateriei



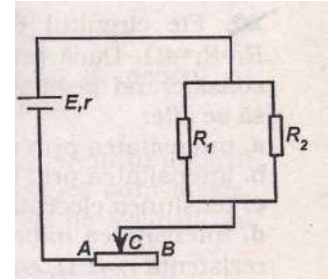
3. Pentru măsurarea rezistenței electrice a unui rezistor se folosește circuitul electric reprezentat în figura alăturată, în care sursa de tensiune are rezistența interioară nulă, ampermetrul are rezistența internă $R_A = 1 \Omega$, iar voltmetrul are rezistența internă $R_V = 1 \text{ k}\Omega$. Când comutatorul K este în poziția 1, tensiunea indicată de voltmetru este $U_V = 100 \text{ V}$, iar intensitatea indicată de ampermetru este $I_A = 4 \text{ A}$. Să se afle:

- tensiunea electromotoare E a sursei
- intensitatea curentului electric ce străbate sursa
- rezistența electrică a rezistorului
- indicația I_A a ampermetrului atunci când comutatorul se află în poziția 2



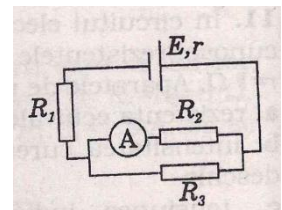
4. În circuitul din figura alăturată se cunosc $E = 24 \text{ V}$, $r = 1,4 \Omega$, $R_1 = 3 \Omega$, $R_2 = 8 \Omega$ și $R_3 = 2 \Omega$. Să se afle:

- intensitățile curenților prin fiecare latură a circuitului
- tensiunea electrică U_{AB}
- intensitatea curentului electric, care circulă prin sursă, dacă între punctele A și B se leagă un fir metalic fără rezistență



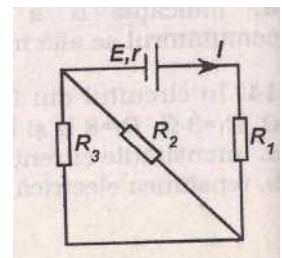
5. În circuitul din figura alăturată, se cunosc $r = 1,2 \Omega$, $R_1 = 2,7 \Omega$, $R_2 = 3 \Omega$, $R_3 = 7 \Omega$. Ampermetrul ideal indică $I_2 = 1,4 \text{ A}$. Să se afle:

- rezistența echivalentă a circuitului exterior
- intensitățile curenților prin fiecare rezistență
- căderea interioară pe sursa de tensiune tensiunea electromotoare a sursei



6. În circuitul din figura alăturată se cunosc $E = 60 \text{ V}$, $r = 2 \Omega$, $I = 5 \text{ A}$, $R_3 = 10 \Omega$. Știind că tensiunea pe rezistența R_1 este $U_1 = 20 \text{ V}$, să se afle:

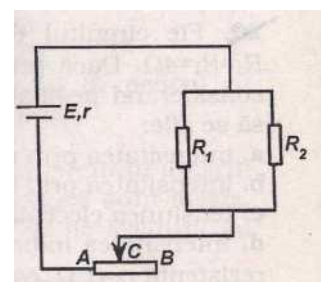
- valoarea rezistenței R_1
- valoarea rezistenței R_2



7. În circuitul din figura alăturată se cunosc $E = 20 \text{ V}$, $r = 1,6 \Omega$, $R_1 = 4 \Omega$, $R_2 = 6 \Omega$.

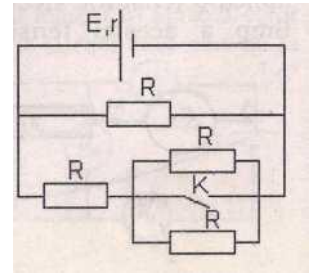
Firul metalic AB are lungimea $l = 60 \text{ cm}$ și rezistența $R = 3 \Omega$. Pe acest fir metalic se deplasează un cursor C . Să se afle:

- rezistența echivalentă a rezistoarelor R_1 și R_2
- rezistivitatea firului metalic, dacă secțiunea acestuia este $S = 0,02 \text{ mm}^2$
- lungimea porțiunii de fir AC , dacă tensiunea între punctele C și A este $U_{CA} = 4 \text{ V}$
- domeniul în care poate lua valori, intensitatea curentului



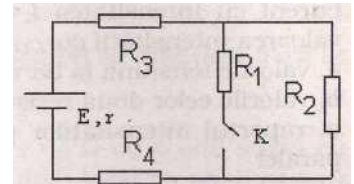
8. În circuitul electric a cărui schemă este reprezentată în figura alăturată, $R = 5 \Omega$, iar intensitatea curentului electric prin generator are valoarea $I_1 = 3 \text{ A}$ când comutatorul K este deschis și $I_2 = 3,5 \text{ A}$ când K este închis. Să se afle:

- rezistența electrică a grupării de rezistoare conectată la bornele generatorului când comutatorul K este deschis
- rezistența internă a generatorului electric
- tensiunea electromotoare a generatorului electric
- tensiunea electrică la bornele generatorului când K este închis



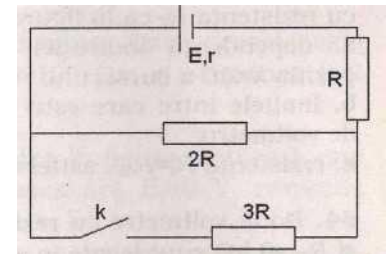
9. Circuitul electric din figura alăturată conține o sursă electrică cu t.e.m. $E = 24 \text{ V}$ și rezistență internă $r = 1 \Omega$ și rezistoarele $R_1 = 8 \Omega$, $R_2 = 12 \Omega$, $R_3 = 2,2 \Omega$, $R_4 = 4 \Omega$. Întrerupătorul K este închis. Să se afle:

- rezistența circuitului exterior
- intensitatea curentului prin sursă
- sarcina electrică ce străbate rezistorul R_1 în timp de 10 s
- tensiunea electrică la bornele sursei, dacă întrerupătorul K ar fi deschis



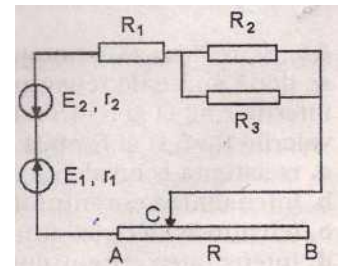
10. În montajul alăturat între intensitățile curenilor electrici ce trec prin sursa de tensiune :când comutatorul k este deschis (I_1) și respectiv închis (I_2) există relația $I_1 = 0,75 \cdot I_2$. Cunoscând tensiunea electromotoare a sursei $E = 12 \text{ V}$, și valoarea rezistenței electrice $R = 5 \Omega$, să se afle:

- rezistența echivalentă a circuitului exterior când comutatorul k este închis
- rezistența internă a sursei
- intensitatea curentului electric ce trece prin sursă atunci când comutatorul k este închis
- tensiunea la bornele grupării rezistențelor $2R$ și $3R$ când comutatorul k este închis



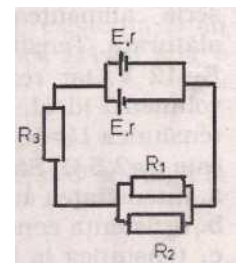
11. Fie circuitul electric din figura alăturată în care se cunosc valorile tensiunilor electromotoare ale surselor $E_1 = 14 \text{ V}$ și $E_2 = 6 \text{ V}$ și rezistențele lor interne $r_1 = r_2 = 0,5 \Omega$. Valorile rezistențelor din circuit sunt $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 3 \Omega$ și rezistența firului metalic AB este $R = 8 \Omega$. Cursorul se deplasează până în poziția C, astfel că AC este o fracțiune $f = 0,6$ din mîgimea firului AB. Să se afle:

- rezistența echivalentă a circuitului exterior
- intensitatea curentului prin cele două surse
- lungimea firului metalic AB, dacă rezistivitatea firului este $\rho = 5 \cdot 10^{-7} \Omega \text{ m}$ iar secțiunea firului este $S = 1 \text{ mm}^2$
- Justificați ce se întâmplă cu tensiunea la bornele sursei E_1 dacă cursorul se deplasează spre punctul B



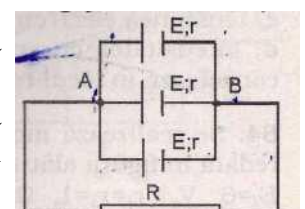
12. În figura alăturată se cunosc $E = 3 \text{ V}$, $r = 1 \Omega$, $R_1 = R_2 = 3 \Omega$ și $R_3 = 1 \Omega$. Să se afle:

- rezistența echivalentă a circuitului exterior
- intensitatea curentului electric prin rezistorul R_3
- tensiunea la capetele rezistorului R_1
- tensiunea indicată de un voltmetru ideal legat în serie cu una dintre surse



13. Circuitul electric reprezentat în figura alăturată conține trei surse electrice identice cu t.e.m. $E = 24 \text{ V}$ și rezistență internă $r = 3 \Omega$ care alimentează un rezistor având rezistența electrică $R = 9 \Omega$. Să se afle:

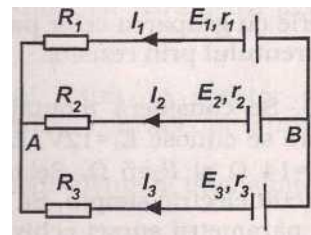
- intensitatea curentului electric prin rezistorul R dacă se neglijează rezistența conductoarelor de legătură
- intensitatea curentului electric prin rezistorul R dacă se consideră că rezistența fiecărui conductor de legătură care unește punctele A și B cu bornele rezistorului este $R_{\text{fir}} = 1 \Omega$



- c. intensitatea curentului electric printr-o sursă în situația descrisă la punctul **b**
d. raportul dintre căderea de tensiune electrică pe rezistorul R și căderea de tensiune pe firele de legătură în situația descrisă la punctul **b**

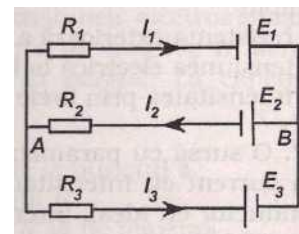
14. Fie circuitul din figura alăturată în care se cunosc $E_1=10\text{ V}$, $E_2=5\text{ V}$, $E_3=6\text{ V}$, $r_1=1\ \Omega$ și $r_2=2\ \Omega$, $r_3=1\ \Omega$, $E_i=5\ \Omega$, $R_2=R_3=3\ \Omega$. Să se afle:

- intensitățile curentilor de pe fiecare latură
- tensiunea electrică între punctele A și B
- tensiunile la bornele surselor E_1 și E_2 și să se interpreteze rezultatul



15. Fie circuitul din figura alăturată în care se cunosc $E_1=8\text{ V}$, $E_2=2\text{ V}$, $E_3=4\text{ V}$, $R_1=R_3=4\ \Omega$ și $R_2=8\ \Omega$ și se neglijează rezistențele interne ale surselor. Să se afle:

- intensitățile curentilor de pe fiecare latură
- tensiunea electrică între punctele A și B
- diferența de potențial între polul negativ al sursei E_1 și polul negativ al sursei E_2



Energia și puterea electrică

1. Pe un bec sunt înscrise valorile parametrilor nominali $U_n=220\text{ V}$ și $P_n=100\text{ W}$. La $t_0=0^\circ\text{C}$ rezistența electrică a filamentului becului este $R_0=397\ \Omega$, iar în timpul funcționării normale temperatura acestuia este $t=2200^\circ\text{C}$. Să se afle:

- rezistența R a becului în condiții de funcționare normală
- coeficientul termic al rezistivității
- energia totală consumată de trei becuri identice în timpul $t=5\text{ min}$, dacă acestea au rezistența R constantă, astfel că două becuri sunt legate în paralel, iar gruparea lor este legată în serie cu cel de-al treilea, alimentarea grupării realizându-se la sursa de tensiune $U=220\text{ V}$

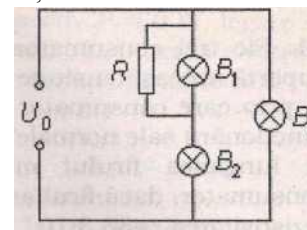
2. Două becuri care funcționează normal la tensiunea $U=220\text{ V}$ consumă puterile $P_1=110\text{ W}$ și $P_2=220\text{ W}$. Să se afle:

- rezistența becului al doilea
- intensitatea curentului electric prin primul bec în condiții normale de funcționare
- rezistența unui rezistor care trebuie legat în paralel cu unul din cele două becuri, astfel ca becurile să funcționeze normal la o tensiune de alimentare $U'=440\text{ V}$ și să se precizeze care este becul cu care legăm rezistorul în paralel

3. Două becuri B_1 și B_2 au fost construite pentru a funcționa normal la o tensiune $U_1=100\text{ V}$, iar un al treilea bec B_3 pentru a funcționa normal la o tensiune $U_3=200\text{ V}$. Puterile becurilor la tensiunile la care funcționează normal sunt respectiv $P_1=60\text{ W}$, $P_2=100\text{ W}$ și $P_3=200\text{ W}$. Dacă se utilizează un rezistor auxiliar de rezistență R , conectat așa cum se vede în gura alăturată, se asigură funcționarea normală a elor trei becuri la rețeaua cu tensiunea $U_0=U_3=200\text{ V}$.

Neglijând rezistențele firelor de legătură, să se afle:

- rezistența electrică a becului B_3
- intensitățile curentilor care străbat becurile B_1 și B_2
- puterea consumată de rezistorul R
- intensitatea curentului luat de la rețea de montajul astfel realizat



4. O instalație pentru pomul de iarnă este alcătuită din $n=3$ ghirlande de becuțe legate în paralel, fiecare conținând câte $k=20$ de becuțe legate în serie. Becuțele sunt identice și au parametri nominali $U_0=3,5\text{ V}$, respectiv $I_0=200\text{ mA}$. Pentru funcționarea normală de la rețea cu $U=220\text{ V}$ se folosește un consumator adițional legat în mod convenabil cu instalația. Să se afle:

- rezistența consumatorului folosit
- energia consumată de instalația de iluminare în $t=1\text{ h}$ de funcționare
- cât la sută din puterea absorbită de montaj reprezintă puterea absorbită de ghirlandă?
- intensitatea curentului care ar circula printr-o ghirlandă rămasă dacă se arde accidental un becuț dintr-

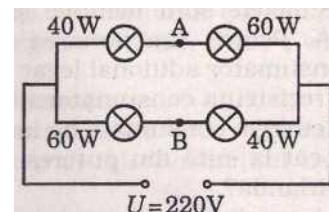
o ghirlandă

5. Un calorifer electric se conectează la o priză cu tensiunea $U=220\text{ V}$. Caloriferul are puterea $P=4840\text{ W}$, iar priza utilizată pentru alimentarea caloriferului este protejată cu o siguranță fuzibilă care suportă o intensitate $I_{\max} = 75\text{ A}$. Considerând că în cursul utilizării caloriferului, rezistența electrică a acestuia nu se modifică cu temperatura, să se afle:

- energia electrică utilizată de un calorifer într-o oră de funcționare
- puterea electrică maximă care poate fi extrasă prin priza protejată cu siguranța fuzibilă
- numărul de calorifere identice care pot fi alimentate în paralel de la această priză

6. La o sursă de tensiune $U=220\text{ V}$ se conectează patru becuri, ca în figura alăturată, cu puterile înscise pe soclurile lor. Să se afle:

- intensitățile curenților prin cele două ramuri
- rezistențele becurilor
- tensiunea indicată de un voltmetru ideal conectat între punctele A și B
- energia absorbită de becuri în $t=4\text{ min}$

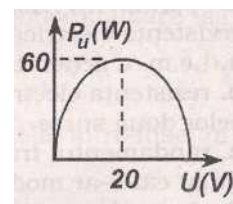


7. Două consumatoare funcționează la parametrii nominali $U_{n1} = 100\text{ V}$, $P_1 = 500\text{ W}$, $U_{n2} = 50\text{ V}$ și $P_2 = 100\text{ W}$. Se alimentează ansamblul celor două consumatoare legate în serie la o tensiune $U=250\text{ V}$. Să se afle:

- modul de legare a unor rezistențe pentru ca ambele consumatoare să funcționeze la parametrii nominali
- valorile rezistențelor de la punctul precedent
- puterea totală consumată de rezistențele introduse
- energia totală absorbită de consumatoare și de rezistențele introduse în timpul $t=2\text{ min}$

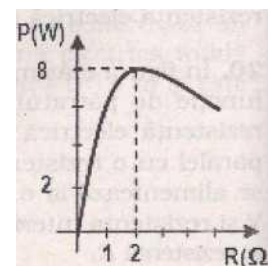
8. O sursă cu tensiunea electromotoare E și rezistența internă r este legată la bornele unui rezistor cu rezistența variabilă R . În graficul din figura alăturată este reprezentată dependența puterii utile pe circuitul exterior în funcție de tensiunea de la bornele rezistorului. Să se afle:

- randamentul circuitului când puterea utilă pe circuitul exterior este maximă
- tensiunea electromotoare a sursei
- puterea electrică totală debitată de sursă, când $R=20\ \Omega$.
- raportul dintre puterea debitată de sursă pe circuitul exterior și puterea totală a sursei când rezistența circuitului este $R=8\ \Omega$



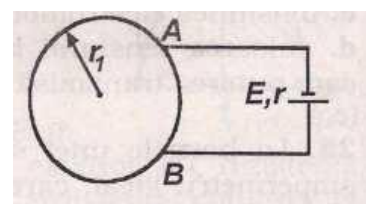
9. Un rezistor de rezistență R este conectat la bornele unei surse de curent continuu cu parametrii E și r . În figura alăturată este reprezentată dependența puterii disipate pe rezistor în funcție de rezistența electrică a acestuia. Să se afle:

- valoarea intensității curentului electric din circuit, atunci când $R = 2\ \Omega$
- rezistența internă a sursei
- valorile rezistenței rezistorului pentru care puterea disipată de el este jumătate din puterea maximă
- puterea disipată pe rezistor în cazul în care bornele sursei se leagă printr-un fir ideal



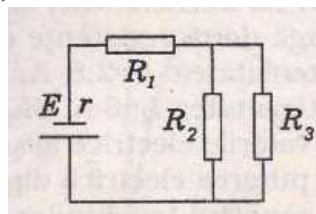
10. Fie un conductor circular cu raza $r_1 = 10\text{ cm}$ și secțiunea $S = \pi \cdot 10^{-9}\text{ m}^2$, confecționat dintr-un metal cu rezistivitatea $\rho = 3 \cdot 10^{-8}\ \Omega\text{m}$. De conductor se leagă în punctele A și B , care împart conductorul în două părți aflate în raportul $1/2$, două conductoare fără rezistență, ca în figura alăturată. Prin intermediul conductoarelor se leagă o sursă de tensiune cu $E = 6\text{ V}$ și rezistența internă $r = 2/3\ \Omega$. Să se afle:

- rezistența echivalentă între punctele A și B
- intensitatea curentului prin circuitul principal
- puterea disipată în baterie
- energia debitată de baterie în timpul $\Delta t = 6\text{ min}$



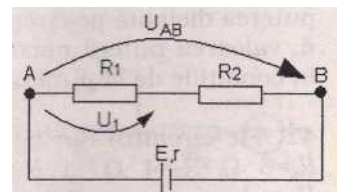
11. Fie circuitul electric din figura alăturată, care conține o sursă cu tensiunea electromotoare $E = 14 \text{ V}$ și rezistența internă $r = 1 \text{ } \Omega$, iar valorile rezistențelor sunt $R_1 = 4 \text{ } \Omega$, $R_2 = 6 \text{ } \Omega$, $R_3 = 3 \text{ } \Omega$. Să se afle:

- raportul puterilor pe rezistențele R_2 și R_3
- puterea sursei
- căldura degajată de rezistența R_1 în intervalul de timp $t = 20 \text{ min}$



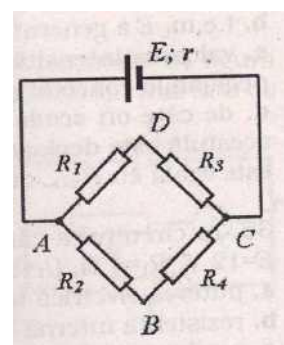
12. În circuitul a cărui schemă este reprezentată în figura alăturată, se cunosc: $E = 12 \text{ V}$, $R_1 = 4 \text{ } \Omega$, $U_1 = 8 \text{ V}$ și $U_{AB} = 10 \text{ V}$. Să se afle:

- puterea electrică totală furnizată de sursă
- rezistența internă r a sursei
- randamentul circuitului
- energia consumată de rezistorul R_2 într-un interval de timp de 10 minute



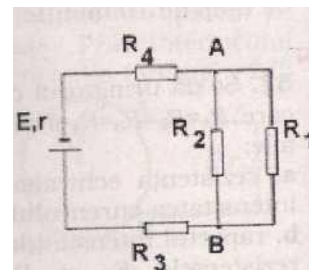
13. Sursa de tensiune $E = 24 \text{ V}$ și rezistența internă $r = 5 \text{ } \Omega$ alimentează circuitul electric din figura alăturată. Rezistențele electrice au valorile $R_1 = R_4 = 47 \text{ } \Omega$ și $R_2 = R_3 = 23 \text{ } \Omega$. Să se afle:

- tensiunea electrică între punctele B și D
- energia electrică disipată în circuitul exterior într-un interval de timp $\Delta t = 10 \text{ min}$
- valoarea rezistenței electrice a circuitului exterior, care trebuie conectată între punctele A și C pentru ca puterea disipată pe circuitul exterior să fie maximă
- valoarea puterii maxime disipate pe circuitul exterior în condițiile de la punctul c



14. Fie circuitul din figură în care se cunosc $R_1 = 2 \text{ } \Omega$, $R_2 = 6 \text{ } \Omega$, $R_3 = 4 \text{ } \Omega$ și $R_4 = 1 \text{ } \Omega$. Intensitatea curentului electric care se stabilește prin circuit este $I = 2 \text{ A}$, puterea electrică debitată de sursă pe circuitul exterior este $P = 26 \text{ W}$, iar randamentul transferului de putere de la sursă către circuitul exterior este $\eta = 92,86\%$. Să se afle:

- rezistența circuitului exterior
- puterea dezvoltată de sursă P_s
- t.e.m. E a sursei
- valoarea intensității curentului de scurtcircuit al sursei



15. La bornele unei surse de tensiune cu rezistența internă $r = 4 \text{ } \Omega$ se leagă un rezistor cu rezistență variabilă. Când intensitatea curentului din circuit are valorile $I_1 = 4 \text{ A}$ și respectiv $I_2 = 36 \text{ A}$, puterea disipată prin efect Joule în cele două rezistențe are aceeași valoare P .

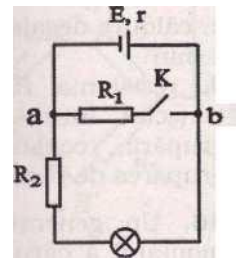
Să se afle:

- raportul rezistențelor R_1/R_2
- tensiunea electromotoare a sursei
- valoarea puterii disipate P

16. La bornele unei surse, cu tensiunea electromotoare E și rezistența internă r , leagă un consumator cu rezistența variabilă. Când tensiunea pe reostat este $U_1 = 40 \text{ V}$ sau $U_2 = 90 \text{ V}$ puterea disipată pe reostat prin efect Joule are aceeași valoare $P = 100 \text{ W}$. Să se afle:

- rezistența internă a sursei
- tensiunea electromotoare a sursei
- tensiunea la bornele reostatului, pentru care puterea disipată în acesta este maximă
- valoarea maximă a puterii în condițiile punctului c.

17. Sursa de tensiune reprezentată în figura alăturată are t.e.m. $E=12\text{ V}$ și rezistența internă $r = 1,5\ \Omega$. Inițial întrerupătorul K este închis, iar tensiunea la bornele becului este egală cu tensiunea sa nominală $U_{bec} = 6\text{V}$. Tensiunea dintre punctele a și b este egală cu $U_{ba} = 9\text{ V}$.



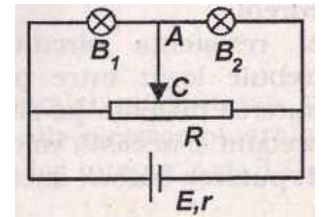
Cunoscând că $R_2 = 2\ \Omega$, să se afle:

- puterea electrică consumată de bec
- rezistența electrică a rezistorului R_1
- randamentul transferului de putere de la sursă la bec
- valoarea pe care ar trebui să o aibă rezistența electrică a rezistorului R_{2x} pentru ca becul să funcționeze la parametrii nominali dacă se deschide întrerupătorul K

18. În circuitul din figura alăturată, becurile luminează normal la puterile nominale $P_1=10\text{ W}$ și respectiv $P_2=24\text{W}$ când sunt parcurse de curenții electrici cu intensitățile $I_1 = 0,5\text{ A}$ și respectiv $I_2 = 0,6\text{ A}$.

Utilizându-se o sursă cu tensiunea electromotoare $E=63\text{ V}$ și rezistența internă $r=3\ \Omega$ și un potențiomtru se asigură alimentarea becurilor la parametrii nominali. Să se afle:

- rezistența potențiometrului R
- intensitatea curentului electric din conductorul AC și să se precizeze sensul acestui curent
- puterea disipată în interiorul altei surse, dacă rezistența internă a acesteia este egală cu rezistența circuitului exterior, iar $E' = 3,6\text{ kV}$
- energia totală a sursei de la punctul c . furnizată circuitului în intervalul de timp $\Delta t=5\text{ min}$



MIȘCAREA MECANICĂ

Prin **mișcarea mecanică** se înțelege schimbarea poziției unui corp față de alte corpuri. Mișcarea mecanică se studiază cu modelul punctului material, un punct în care se consideră concentrată toată masa corpului, și cu ajutorul unui sistem de referință, format dintr-un corp de referință, o riglă pentru măsurarea distanțelor și un ceas pentru măsurarea duratelor.

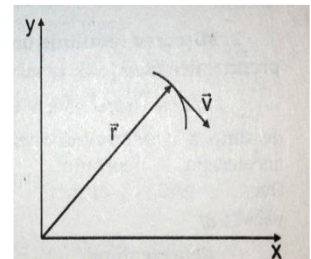
Mărimi fizice care caracterizează mișcarea mecanică

1. Vectorul de poziție $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$, reprezintă vectorul de referință care unește cu punctul de referință de pe corpul de referință cu punctul unde se află corpul.

În sistemul internațional se măsoară în $[r]_{SI} = m$.

2. Vectorul deplasare reprezintă variația vectorului de poziție :

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1.$$



3. Vectorul viteză medie reprezintă raportul dintre variația vectorului de poziție $\Delta\vec{r}$, numit și vector deplasare, și intervalul de timp corespunzător Δt , astfel că $\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$. Vectorul viteză medie este secant la traiectorie. În sistemul internațional se măsoară în $[v]_{SI} = m/s$.

Vectorul viteză instantanee se obține considerând intervale de timp din ce în ce mai scurte, astfel ca $\Delta t \rightarrow 0$. Obținem $\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j}$. Vectorul viteză instantanee este tangent la traiectorie și are sensul determinat de sensul de mișcare al corpului pe traiectorie.

4. Vectorul accelerație medie reprezintă raportul dintre variația vectorului viteză și intervalul de timp corespunzător Δt , astfel că $\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$. Vectorul accelerație medie este îndreptat spre partea concavă a traiectoriei. În sistemul internațional se măsoară în $[a]_{SI} = m/s^2$.

Vectorul accelerație instantanee se obține considerând intervale de timp din ce în ce mai scurte, astfel că $\Delta t \rightarrow 0$. Obținem $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j}$.

Vectorul accelerație are două componente una tangențială la traiectorie și una normală la traiectorie.

- Componenta tangentă la traiectorie a vectorului accelerație apare ori de câte ori vectorul viteză își modifică modulul fără a-și modifica direcția și sensul (în mișcarea rectilinie uniform variată).

- 2) Componenta normală la traiectorie a vectorului accelerație apare ori de câte ori vectorul viteză își modifică direcția și sensul fără a-și modifica modulul (în mișcarea circular uniform variată).

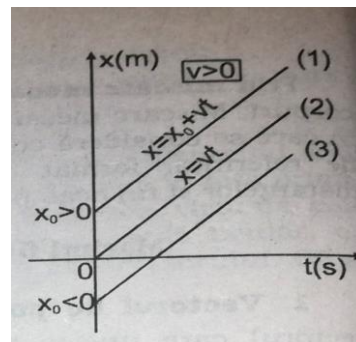
Tipuri de mișcări mecanice

- I. **Mișcarea rectilinie și uniformă** are proprietatea că $\vec{v}_m = \vec{v} = constant$.

Legea mișcării rectilinii și uniforme este: $x = x_0 + v(t - t_0)$, unde x reprezintă coordonata la momentul de timp t , x_0 reprezintă coordonata inițială la momentul inițial de timp t_0 și v este viteza corpului. Dacă $t_0 = 0$, atunci $x = x_0 + vt$.

Reprezentând grafic legea coordonatei în funcție de timp se obține o dreaptă, astfel că intersecția dreptei cu axa timpului arată momentul de timp după care coordonata devine nulă (corpul trece prin originea axei de coordonate), iar intersecția graficului cu axa coordonatei Ox semnifică coordonata la momentul inițial. Panta dreptei ($tg\alpha$) semnifică fizic viteza corpului.

Astfel dacă $tg\alpha > 0 \Rightarrow v > 0$, iar dacă $tg\alpha < 0 \Rightarrow v < 0$.



Mișcarea rectilinie uniform variată

- II. **Mișcarea rectilinie uniform variată** are proprietatea că $\vec{a}_m = \vec{a} = constant$.

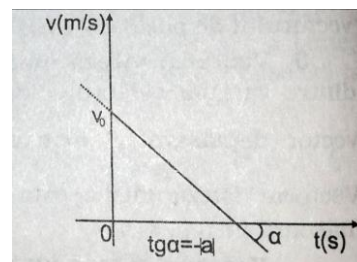
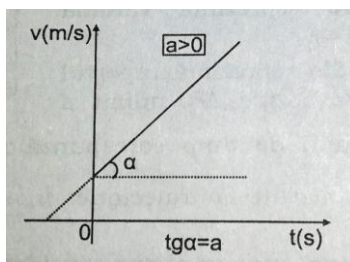
Legea vitezei este $v = v_0 + a(t - t_0)$, unde v reprezintă viteza la momentul de timp t , v_0 reprezintă viteza inițială la momentul inițial de timp t_0 și a este accelerația corpului.

Dacă $t_0 = 0$, atunci $v = v_0 + at$.

Reprezentând grafic legea vitezei în funcție de timp se obține o dreaptă, astfel că intersecția dreptei cu axa timpului arată momentul de

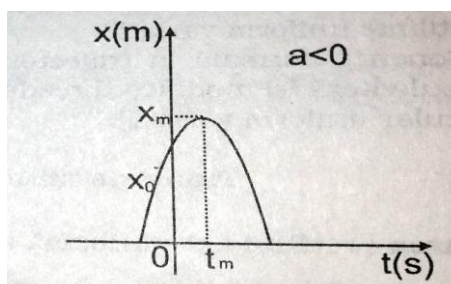
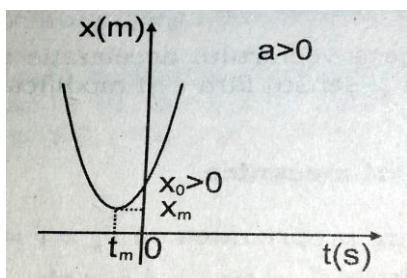
timp după care viteza devine nulă (corpul se oprește), iar intersecția graficului vitezei cu axa vitezei semnifică viteza la momentul inițial. Panta dreptei ($tg\alpha$) semnifică fizic accelerația corpului. Astfel dacă $tg\alpha = a > 0$.

Dacă viteza se reprezintă în funcție de timp, aria cuprinsă între graficul vitezei, axa timpului și cele două ordonate construite prin extremități semnifică fizic distanța parcursă.



Legea coordonatei este $x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{a}{2}(t - t_0)^2$, unde x reprezintă coordonata inițială de timp t_0 . Dacă $t_0 = 0$, atunci ecuația coordonatei devine $x = x_0 + v_0t + \frac{a}{2}t^2$.

Deoarece coordonata este funcție de gradul doi în t , reprezentarea grafică a legii coordonatei în funcție de timp este o parabolă. Dacă $a > 0$, parabola are vârful în jos, iar dacă $a < 0$, parabola are vârful în sus.



Legea lui Galilei se obține eliminând timpul din ecuațiile vitezei și coordonatei obținem $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$.

- a. **Căderea liberă** este o mișcare uniform accelerată cu accelerația g și fără viteză inițială. Legea de mișcare este $h = \frac{g}{2}t^2$, legea vitezei este $v = gt$ iar legea lui Galilei este $v^2 = 2gh$.
- b. **Aruncarea pe verticală de sus în jos** este o mișcare uniform accelerată cu accelerația g și cu viteză inițială. Legea de mișcare este $h = v_0t + \frac{g}{2}t^2$, legea vitezei este $v = v_0 + gt$ iar ecuația lui Galilei este $v^2 = v_0^2 + 2gh$.
- c. **Aruncarea pe verticală de jos în sus** este o mișcare inițial uniform încetinită cu accelerația $-g$. Legea de mișcare este $v = v_0t - \frac{g}{2}t^2$ iar legea vitezei este $v = v_0 - gt$. Din $v=0$ se obține timpul de urcare $t_u = \frac{v_0}{g}$ și din legea de mișcare se obține înălțimea maximă $h_{max} = \frac{v_0^2}{2g}$.
 $t_{total} = t_u + t_c \Rightarrow t_u = t_c = \frac{v_0}{g}$; $t_{total} = \frac{2v_0}{g}$, iar corpul revine la sol cu aceeași valoare a vitezei.

Principiile mecanicii

- 1) **Principiul inerției (principiul întâi)**: Un corp își păstrează starea de repaus sau de mișcare rectilinie și uniformă atâta timp cât asupra lui nu acționează alte corpuri care să-i modifice această stare de mișcare.
- 2) **Principiul fundamental al dinamicii (principiul al doilea)**: Dacă asupra unui corp acționează o forță, aceasta îi imprimă corpului o accelerație direct proporțională cu forța și invers proporțională cu masa corpului. Expresia matematică a acestui principiu este: $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$, unde \vec{F} este vectorul forță, m este masa corpului iar \vec{a} este vectorul accelerație. În sistemul internațional se măsoară în $[F]_{SI} = kgm/s^2 = N$.
- 3) **Principiul acțiunii și reacțiunii (principiul al treilea)**: Dacă un corp acționează asupra altui corp cu o forță numită acțiune, cel de-al doilea acționează asupra primului corp cu o forță numită reacțiune, astfel că cele două sunt egale în modul, au aceeași direcție și sens contrar. Niciodată acțiunea și reacțiunea nu vor acționa asupra aceluiași corp, deoarece rezultanta lor este aceeași și dacă ar acționa asupra aceluiași corp acesta nu ar mai putea fi accelerat.
- 4) **Principiul suprapunerii forțelor (principiul al patrulea)**: Dacă asupra unui corp acționează concomitent mai multe forțe, atunci fiecare forță îi imprimă corpului propria ei accelerație, independent de existența celorlalte forțe, rezultând că accelerația rezultantă este suma vectorială a accelerațiilor individuale componente. Expresia matematică a acestui principiu este: $\sum_{k=1}^n \vec{F}_k = m \cdot \vec{a}$.

Forța de frecare

Legile forței de frecare la alunecare:

1. Forța de frecare la alunecare dintre două corpuri nu depinde de aria suprafeței de contact dintre corpuri.
2. Forța de frecare la alunecare dintre două corpuri este direct proporțională cu forța de apăsare normală exercitată pe suprafața de contact. Matematic, $F_f = \mu N$, unde μ este coeficientul de frecare, iar N este reacțiunea normală. În sistemul internațional μ este adimensional și subunitar.
3. Coeficientul de frecare depinde de natura materialelor aflate în contact și de gradul de prelucrare al acestora.

Unghiul de frecare α este unghiul unui plan înclinat pentru care un corp coboară uniform pe acesta, astfel că $\mu = tg\alpha$.

Legea lui Hooke. Forța elastică

1. **Legea lui Hooke** este $\frac{F}{S} = E \frac{\Delta l}{l_0}$, unde F este forța, S este suprafața, E este modulul de elasticitate al lui Young, Δl este alungirea absolută și l_0 este lungimea inițială.

Modulul de elasticitate al lui Young este o constantă de material și în sistemul internațional se măsoară în $[E]_{SI} = N/m^2$.

Dacă $\sigma = \frac{F}{S}$, este efortul unitar, iar $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$, este alungirea relativă, obținem $\sigma = E \cdot \varepsilon$. În sistemul internațional $[\sigma]_{SI} = 1N/m^2$, iar alungirea relativă este adimensională.

2. **Forța elastică** este direct proporțională cu deformația și se opune acesteia, astfel că $\vec{F}_{el} = -k\vec{x}$, unde \vec{F}_{el} este forța elastică, k este constanta elastică, iar deformația este $x = \Delta l = l - l_0$, cu l lungimea inițială a firului elastic. În sistemul internațional se măsoară în $[K]_{SI} = N/m$.

Lucrul mecanic

Lucrul mecanic al unei forțe constante F , care își deplasează punctul de aplicație pe distanța d este egal cu produsul scalar dintre vectorul forță și vectorul deplasare, astfel că

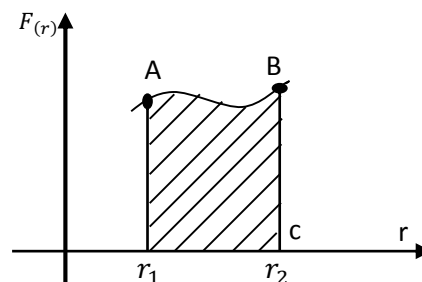
$L = \vec{F} \cdot \vec{d} = Fd \cos \alpha$, unde α este unghiul format de vectorul forță cu vectorul deplasare. În sistemul internațional $[L]_{SI} = Nm = J$.

- Dacă $0 < \alpha < 90^\circ$, atunci $\cos \alpha > 0$, ceea ce înseamnă că $L > 0 \Rightarrow$ forța este o forță locomotoare și ajută la mișcare.
- Dacă $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ atunci $\cos \alpha < 0$, ceea ce înseamnă
- că $L < 0 \Rightarrow$ forță rezistivă și nu ajută la mișcare.
- Dacă $\alpha = 90^\circ$, atunci $\cos \alpha = 0$ și forța nu efectuează lucru mecanic fiind perpendiculară pe direcția de deplasare.

Interpretarea geometrică a lucrului mecanic:

Dacă forța este reprezentată în funcție de coordonată,

atunci aria cuprinsă între graficul forței, axa coordonatelor și cele două ordonate construite prin extremități semnifică fizic lucrul mecanic.



Cazuri particulare:

- Lucrul mecanic al forței de greutate** între două puncte este $L_{G,AB} = mg(h_A - h_B)$, unde m este masa corpului, iar h_A respectiv h_B reprezintă înălțimile la care se află cele două puncte față de același reper. Deoarece lucrul mecanic al unei forțe nu depinde de forma drumului parcurs și nici de legea de mișcare, ci doar de poziția inițială și de cea finală înseamnă că forța este o forță de tip conservativ. O forță este de tip conservativ, dacă lucrul ei mecanic pe o traiectorie închisă este nul.

Prin urmare forța de greutate este o forță de tip conservativ.

- Lucrul mecanic al forței elastice** care își deplasează punctul de aplicație între două puncte A și B este:

$$L_{F_{el},AB} = F_{elm}(X_B - X_A) = \frac{F_{elA} + F_{elB}}{2} (X_B - X_A) = -\frac{K}{2} (X_B^2 - X_A^2).$$

Deoarece lucrul mecanic al forței elastice depinde doar de poziția inițială A și de cea finală B, înseamnă că și forța elastică este de tip conservativ.

- Lucrul mecanic al forței de frecare** care își deplasează punctul de aplicație între două puncte este:

$$L_{F_f,AB} = -F_f d = -\mu N d.$$

În cazul deplasării corpului pe planul orizontal cum $N = mg \Rightarrow L_{F_f,AB} = -\mu mg d$, iar în cazul deplasării corpului pe un plan înclinat cu unghiul α și pe aceeași distanță d , cum $N = mg \cos \alpha \Rightarrow L_{F_f,AB} = -\mu mg d \cos \alpha$. Observăm că lucrul mecanic depinde de forma traiectoriei, ceea ce înseamnă că forța de frecare este neconservativă și deoarece lucrul ei mecanic este negativ forța de frecare este de tip rezistiv.

Randamentul planului înclinat reprezintă raportul dintre lucrul mecanic util și lucrul mecanic consumat.

Lucrul mecanic util este lucrul efectuat de o forță constantă paralelă cu planul astfel ca un corp să fie ridicat uniform la înălțimea h fără frecare.

Lucrul mecanic consumat este efectuat de o forță constantă paralelă cu planul astfel ca un corp să fie ridicat uniform la înălțimea h cu frecare.

Randamentul planului înclinat este: $\eta = \frac{1}{1 + \mu \operatorname{ctg} \alpha}$, unde η este randamentul, μ este coeficientul de frecare, iar α este unghiul planului înclinat. Randamentul planului înclinat este adimensional și subunitar.

Puterea mecanică

Puterea mecanică medie reprezintă raportul dintre lucrul mecanic L , efectuat de o forță într-un interval de timp Δt și intervalul de timp corespunzător.

Astfel $P_m = \frac{L}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \vec{v}_m = F v_m \cos \alpha$, unde F este forța, v_m este viteza medie și α este unghiul format de vectorul forță și vectorul deplasare.

În sistemul internațional se măsoară în $[P]_{SI} = J/s = W$.

Puterea mecanică instantanee se obține când intervalul de timp tinde spre zero, astfel că

$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = Fv \cos\alpha$, unde v este viteza instantanee, iar α este unghiul format de vectorul forță și vectorul viteză.

Energia mecanică

Energia este o mărime fizică scalară care caracterizează capacitatea unui corp de a efectua lucrul mecanic.

Energia este de două feluri: energie cinetică, numită și energie de mișcare, și energie potențială, numită și energie de poziție.

1. **Energia cinetică** este energia pe care o are un corp cu masa m aflat în stare de mișcare față de un sistem de referință cu viteza v , și este egală cu semiprodusul dintre masa corpului și pătratul vitezei acestuia, astfel că $E_c = \frac{mv^2}{2}$. Energia cinetică depinde de alegerea sistemului de referință inerțial.
2. **Energia potențială a unui sistem de corpuri** se definește dacă sistemul își modifică configurația și dacă forțele care intervin între părțile constituente ale sistemului sunt forțele de tip conservativ. În acest caz variația energiei potențiale este egală cu opusul lucrului mecanic al forțelor de tip conservativ: $\Delta E_p = -L$.

Variația energiei potențiale este unic definită. Energia potențială nu are valoare unică ci depinde de o constantă aditivă care se alege prin convenție.

- a. Energia potențială a sistemului corp-Pământ este $E_{p,g} = mgh$, dacă se consideră nulă energia potențială la nivelul soarelui.
- b. Energia potențială a sistemului corp-resort este $E_{p,el} = \frac{kx^2}{2}$, dacă se consideră nulă energia potențială în poziția în care resortul este nedeformat.

Energia mecanică a unui corp este suma dintre energia cinetică și energia potențială, astfel că: $E_m = E_c + E_p$. Energia mecanică a unui corp se măsoară în $[E_m]_{SI} = J$.

Teorema de variație a energiei cinetice

Variația energiei cinetice a unui corp care se deplasează în raport cu un sistem de referință inerțial este egală cu lucrul mecanic efectuat de forța rezultantă care acționează asupra corpului în timpul acestei variații. Astfel $\Delta E_c = L$.

Teorema de conservare a energiei mecanice

Energia mecanică a unui sistem izolat în care acționează forțe de tip conservativ este constantă, adică energia mecanică se conservă. Astfel $E_m = E_c + E_p = \text{const}$.

Teste mecanică

I. Mișcarea rectilinie uniformă

1. Un mobil se mișcă rectiliniu uniform încetinit cu modulul accelerației $|a| = 2 \text{ m/s}^2$ și cu viteza inițială $v_0 = 10 \text{ m/s}$. Să se afle:
 - a. viteza modulului după trei secunde de la începerea mișcării
 - b. momentul de timp la care mobilul se oprește
 - c. viteza medie a mobilului calculată de la începutul mișcării până în momentul opririi
 - d. distanța parcursă de mobil până la oprire
2. Un tren accelerează uniform pornind din repaus până la viteza $v = 90 \text{ km/h}$ într-un interval de timp de $\Delta t = 10 \text{ s}$. Să se afle:
 - a. accelerația în această mișcare
 - b. viteza medie în acest interval de timp considerat
 - c. distanța parcursă de mobil în acest interval de timp
3. Un biciclist are la un moment dat viteza $v_0 = 2 \text{ m/s}$ și frânează uniform până la viteza $v = 1 \text{ m/s}$ într-un interval de timp $\Delta t = 10 \text{ s}$. Să se afle:
 - a. accelerația în această mișcare
 - b. viteza medie în intervalul de timp considerat

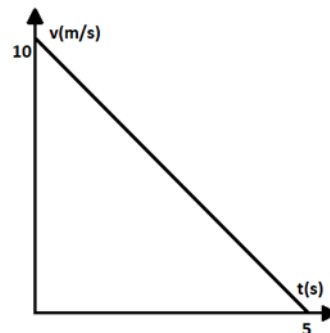
- c. distanța parcursă de mobil în acest interval de timp
- d. timpul după care se oprește biciclistul și distanța parcursă până la oprire

4. Un mobil se deplasează pe o suprafață orizontală astfel că viteza variază în funcție de timp după legea $v=12-4t$. Să se afle:

- a. momentul de timp la care corpul se oprește
- b. accelerația instantanee a corpului
- c. distanța parcursă de corp până la oprire

5. Reprezentarea grafică din figura alăturată a vitezei unui mobil în funcție de timp este o linie dreaptă. Să se afle:

- a. accelerația mobilului
- b. spațiul parcurs de mobil între momentele de timp $t_1=2s$ și $t_2=4s$
- c. viteza medie a mobilului în intervalul de timp (t_1, t_2)
- d. spațiul parcurs de mobil până la oprire



6. Viteza legală în afara localităților pentru autoturisme este $v_1 = 90$ km/h. Să se afle:

- a. viteza autoturismului, dacă în intervalul de timp $t = 1/50$ s deplasarea acestuia detectată cu radarul este $d=60$ cm și precizați dacă autoturismul a depășit viteza maximă admisă în afara localităților
- b. viteza medie cu care s-a deplasat autoturismul, dacă acesta parcurge prima jumătate a drumului său total cu viteza legală, iar cealaltă jumătate cu viteza $v_2 = 20$ m/s
- c. viteza medie cu care s-a deplasat autoturismul, dacă acesta parcurge prima jumătate din drumul său total cu viteza $4v$, următorul sfert de drum cu viteza $2v$, iar restul cu viteza v

7. Distanța dintre două porturi este $d=80$ km. O șalupă se deplasează în sensul curentului în timpul $t_1 = 4$ h iar împotriva curentului în timpul $t_2=8$ h cu aceeași viteză față de apă. Să se afle:

- a. viteza de curgere a apei
- b. viteza șalupei față de apă
- c. timpul în care apa deplasează șalupa între porturi dacă motorul acesteia nu funcționează

8. Pe o scară rulantă cu lungimea $L = 10$ m, aflată în mișcare, un om în vârstă urcă scara în timpul $t_1=10$ s. Pe scara imobilă omul urcă scara în timpul $t_2= 14$ s. Știind că omul se mișcă cu aceeași viteză față de scară, să se afle:

- a. viteza omului față de scară
- b. viteza scării rulante
- c. timpul în care ridică scara omul dacă acesta stă pe ea

II. Mișcare rectilinie uniform variată

1. Un automobil pornind din repaus atinge, în mișcare uniform accelerată, viteza $v_1=18$ km/h, după ce a parcurs $d_1 = 10$ m. Să se afle:

- a. timpul după care automobilul ajunge la v_1
- b. distanța parcursă din momentul pornirii până în momentul în care a atins viteza $v_2 = 72$ km/h
- c. viteza medie a mobilului după ce acesta parcurge distanța $d_3 = 40$ m.

2. Un tren electric se mișcă cu viteza $v_0 = 108$ km/h. În urma unei pene de curent electric, trenul se oprește într-un interval de timp $\Delta t = 30$ s. Să se afle:

- a. accelerația trenului
- b. distanța parcursă de tren până la oprire
- c. viteza medie până la oprire

3. O sanie coboară liber, uniform accelerat, pe un deal cu lungimea $L = 60$ m într-un timp $t=10$ s. Să se

afle:

- a. accelerația cu care coboară sania dealul
- b. viteza pe care o are sania la baza dealului
- c. distanța parcursă în virtutea inerției, dacă mișcarea saniei se continuă pe un plan orizontal cu accelerația $a_1 = -9 \text{ m/s}^2$

4. Un mobil pornește uniform accelerat cu viteza inițială $v_0 = 4 \text{ m/s}$ și ajunge în punctul de abscisă $x = 400 \text{ m}$ după un timp $t = 40 \text{ s}$. Să se afle:

- a. accelerația mobilului
- b. viteza mobilului la momentul de timp t
- c. viteza medie când mobilul se află în punctul de abscisă $x_1 = 93,75 \text{ m}$

5. În urma străpungerii unui blindaj, viteza unui proiectil scade de la valoarea $v_0 = 500 \text{ m/s}$ la valoarea $v = 300 \text{ m/s}$, dacă grosimea stratului de blindaj este $d = 0,2 \text{ m}$. Să se afle:

- a. accelerația cu care se mișcă proiectilul în blindaj
- b. timpul în care proiectilul a străpuns blindajul
- c. grosimea maximă a stratului de blindaj pe care-l poate străpunge proiectilul

6. Un corp frânează uniform cu accelerația $a = 0,5 \text{ m/s}^2$ pornind la momentul inițial cu viteza $v_0 = 10 \text{ m/s}$. Să se afle:

- a. distanța parcursă de corp până la oprire și timpul după care se oprește acesta
- b. distanța parcursă după $t = 5 \text{ s}$ de la începerea mișcării
- c. distanța parcursă de corp în a patra secundă de la începerea mișcării

7. O mașină se mișcă uniform încetinit. După ce parcurge distanța $d_1 = 10 \text{ m}$ față de punctul de plecare mașina are viteza $v_1 = 12 \text{ m/s}$, iar după parcurgerea distanței $d_2 = 15 \text{ m}$ față de același punct viteza mașinii este $v_2 = 8 \text{ m/s}$. Să se afle:

- a. viteza inițială și accelerația mașinii
- b. timpul necesar mașinii să parcurgă distanța dintre cele două puncte
- c. timpul și distanța parcursă până la oprire

8. Un mobil parcurge prima jumătate din drumul său $d = 450 \text{ m}$ în timpul $t_1 = 25 \text{ s}$, iar cealaltă jumătate în $t_2 = 20 \text{ s}$. Să se afle:

- a. accelerația mobilului
- b. viteza inițială a mobilului
- c. viteza medie a mobilului

III. Mișcarea punctului material sub acțiunea gravitației

1. O piatră cade liber de la înălțimea $h = 80 \text{ m}$. Să se afle:

- a. timpul de coborâre
- b. viteza cu care atinge piatra solul
- c. spațiul parcurs în ultima secundă de cădere

2. Un corp cade liber de la înălțimea $h = 2000 \text{ m}$. Să se afle:

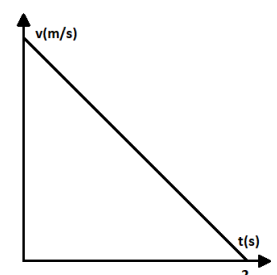
- a. intervalul de timp în care sunt parcurși ultimii $h_1 = 720 \text{ m}$
- b. spațiul parcurs în a doua secundă de cădere

3. Un mobil este aruncat vertical în sus de la sol cu viteza inițială $v_0 = 35 \text{ m/s}$. Neglijăm forțele de frecare cu aerul. Să se afle:

- a. înălțimea maximă la care urcă corpul
- b. timpul după care corpul se întoarce pe Pământ

4. Graficul redă dependența vitezei unui mobil care se mișcă fără frecare sub acțiunea gravitației în funcție de timp. Neglijăm frecarea cu aerul. Să se afle:

- a. viteza inițială a mobilului



- b. înălțimea maximă la care se ridică mobilul
- c. timpul de mișcare și viteza cu care corpul revine în punctul de lansare

5. Un corp este aruncat vertical în sus de la sol și revine pe Pământ după $\Delta t=6$ s din momentul aruncării. Se neglijează frecarea cu aerul. Să se afle:

- a. viteza inițială a corpului
- b. înălțimea maximă la care a urcat corpul

6. Un mobil este aruncat pe verticală în sus cu viteza inițială $v_0=40$ m/s. Se neglijează frecarea cu aerul. Să se afle:

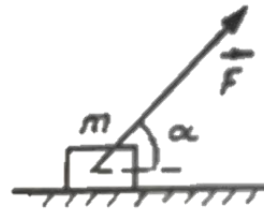
- a. momentul de timp la care viteza mobilului este jumătate din cea inițială
- b. distanța parcursă de mobil până în momentul calculat la punctul a.
- c. distanța parcursă de mobil în a treia secundă de lansare

IV. Principiile mecanicii

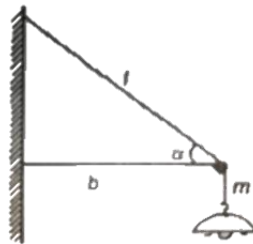
1. Un corp cu masa $m=2$ kg este ridicat accelerat cu accelerația $a=2g$. Firul de susținere rezistă la o tensiune maximă $T_{max}=80$ N. Să se afle:

- a. tensiunea în firul de susținere
- b. accelerația maximă cu care trebuie ridicat accelerat corpul pentru ca firul să se rupă

2. Asupra unui corp cu masa $m=2$ kg acționează sub unghiul $\alpha=60^\circ$ cu forța F ca în figură. Mișcarea corpului se face fără frecare cu accelerația $a=1$ m/s². Să se afle valoarea forței F și valoarea forței cu care corpul apasă pe plan.

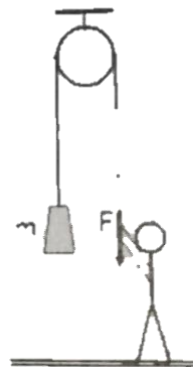


3. O lampă cu masa $m=6$ kg este suspendată ca în figură. Cunoscând lungimea cablului $l=0,5$ m și lungimea tijei $b=0,4$ m să se afle tensiunile din cablu și din tijă.



4. Un muncitor având greutatea $G_1 = 1000$ N ridică un sac de masă $m=80$ kg prin intermediul unui cablu trecut peste un scripete ca în figura alăturată. Muncitorul acționează asupra firului cu o forță constantă $F=900$ N. Să se afle:

- a. accelerația sacului
- b. forța de apăsare exercitată de om asupra planului orizontal
- c. accelerația maximă cu care poate fi ridicat sacul fără ca muncitorul să se ridice de pe sol
- d. forța de tensiune din cablu, știind că un alt sac cu masa $m'=40$ kg este ridicat cu aceeași accelerație ca la punctul a.



5. Un corp cu masa $m_1=1$ kg este prins cu un fir de un alt doilea corp cu masa $m_2=3$ kg. Cele două corpuri sunt ridicate pe verticală în sus cu o accelerație $a=2$ m/s² de o forță F aplicată corpului 1 ca în figura alăturată. Să se afle:

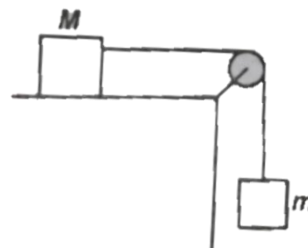
- a. forța necesară ridicării celor două corpuri
- b. tensiunea în firul de susținere
- c. forța necesară ridicării celor două corpuri uniform
- d. forța maximă necesară ridicării celor două corpuri, dacă firul se rupe la valoarea tensiunii $T_{max}=45$ N



6. Pe un plan înclinat cu unghiul $\alpha=30^\circ$ se află un corp cu masa $m=500$ g. Se lasă liber corpul. Se neglijează frecarea dintre corp și plan. Să se afle:
- acelerația cu care coboară liber corpul pe plan și forța cu care acesta apasă pe plan
 - acelerația cu care trebuie împins planul înclinat astfel încât corpul să rămână în repaus față de plan
 - forța cu care corpul apasă pe plan în condițiile punctului b.

7. De un corp așezat pe o masă orizontală fără frecări și cu masa $M=1$ kg se prinde un fir inextensibil care trece peste un scripete ideal și susține un corp vertical cu masa $m=2$ kg ca în figură. Se lasă sistemul liber. Să se afle:

- acelerația sistemului
- tensiunea în firul de susținere
- reacțiunea în axul scripetelui



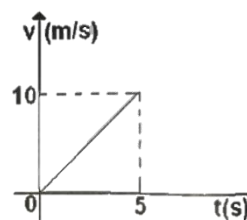
V. Forța de frecare

1. Un lanț omogen este așezat pe o masă, astfel încât o parte a sa atârână liber ca în figură. Lanțul începe să alunece în momentul în care partea atârnată constituie o fracțiune $f=0,2$ din lungimea lanțului. Să se afle coeficientul de frecare la alunecare dintre lanț și suprafața orizontală.



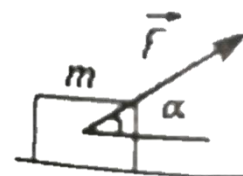
2. Un corp de masă $m=2$ kg se deplasează rectiliniu pe un plan orizontal sub acțiunea unei forțe $F=10$ N paralelă cu planul. Viteza corpului variază în timp conform graficului din figura alăturată. Să se afle:

- acelerația corpului
- valoarea coeficientului de frecare la alunecare
- valoarea pe care ar trebui să o aibă coeficientul de frecare la alunecare începând din momentul $t_1=5$ s, când acțiunea forței F încetează, știind că la momentul $t_2=7$ s, corpul se oprește



3. Pentru a pune în mișcare un corp cu masa $m=3$ kg aflat pe o suprafață orizontală trebuie să tragem cu o forță F care face cu orizontala un unghi $\alpha=60^\circ$ ca în figura alăturată. Cunoscând coeficientul de frecare $\mu=0,1$, să se afle:

- forța F pentru care corpul se mișcă accelerat cu accelerația $\alpha=2$ m/s^2
- forța cu care corpul apasă pe suprafață
- forța F pentru care corpul se mișcă uniform

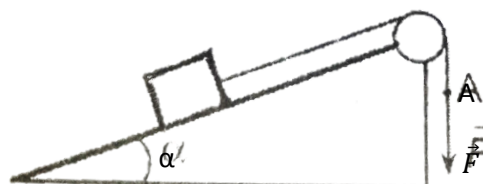


4. Un snowmobil cu masa $m=800$ kg având inițial viteza $v_0=10$ m/s coboară pe un plan înclinat cu unghiul $\alpha=30^\circ$ și atinge viteza $v=25$ m/s după un interval de timp egal cu $t=5$ s. Să se afle:

- acelerația snowmobilului
- forța de frecare
- coeficientul de frecare

5. Sub acțiunea forței $F=15,2$ N, care are punctul de aplicație în A, corpul de masă $m=2$ kg este ridicat uniform pe planul înclinat față de orizontală cu un unghi α , pentru care $\sin\alpha=0,6$ ca în figura alăturată. Să se afle:

- coeficientul de frecare la alunecarea corpului pe planul înclinat
- acelerația cu care coboară corpul dacă forța are valoarea $F=8$ N
- viteza corpului la baza planului înclinat dacă durata coborârii este $\Delta t=2$ s în condițiile punctului
- dacă corpul pornește din repaus



6. Un corp cu masa $m=2$ kg se lasă liber pe un plan înclinat cu unghiul $\alpha=30^\circ$. Corpul se mișcă cu frecare, coeficientul de frecare fiind $\mu=0,25$. Planul înclinat se continuă cu un plan orizontal pe care mișcarea corpului se face cu același coeficient de frecare. Să se afle:

- acelerația cu care coboară corpul pe planul înclinat
- acelerația cu care se mișcă corpul pe planul orizontal
- forța paralelă cu planul înclinat cu care se acționează asupra corpului pentru ca acesta să urce uniform pe plan

7. Două corpuri identice cu masa $m=2$ kg sunt așezate ca în figura precedentă. Lăsat liber sistemul din repaus corpurile se mișcă cu accelerația $a=2$ m/s^2 . PE masa orizontală mișcarea se efectuează cu frecare. Să se afle:

- coeficientul de frecare la alunecare
- forța orizontală care trebuie să acționeze asupra corpului de pe plan, dacă sistemul se mișcă în sens contrar cu aceeași accelerație
- tensiunea din firul de legătură în cazul **b**.

VI. Legea lui Hooke. Forța elastică

1. Două cabluri metalice de oțel cu secțiunile egale $S=1$ cm^2 sunt fixate de câte un zid, iar capetele libere ale lor se prind împreună în prelungire. Distanța dintre ziduri este $l=15$ m, iar lungimile cablurilor nedeformate sunt $l_1=7,25$ m și $l_2=7,55$ m. Cunoscând modulul de elasticitate al lui Young $E=2 \cdot 10^{11}$ N/m^2 , să se afle:

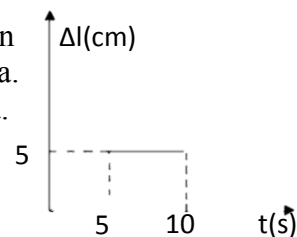
- tensiunile din cele două cabluri
- alungirile absolute ale cablurilor
- eforturile unitare la care sunt supuse cablurile

2. Când un copil se cântărește pe un cântar resortul cântarului se deformează cu $x=2$ cm, iar acul indică $m=30$ kg. Apoi pe cântar se urcă un adult cu masa $M=90$ kg. Să se afle:

- constanta elastică a resortului cântarului
- deformația resortului dacă în locul copilului pe cântar se urcă adultul
- masa indicată de acul cântarului când adultul se află pe acesta și cântarul se află într-un lift care coboară frânat cu accelerația $\alpha = 0,6$ m/s^2

3. Un corp cu masa $m=5$ kg este tras cu frecare pe o suprafață orizontală, prin intermediul unui resort cu constanta elastică $k=200$ N/m, paralel cu suprafața. Deformarea resortului în funcție de timp este reprezentată în figura alăturată. Să se afle:

- forța elastică la momentul $t=3$ s
- forța de frecare când $\Delta l=2$ cm
- coeficientul de frecare la alunecare

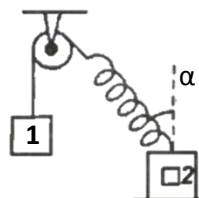


4. Un corp cu masă $m=500$ g aflat pe un plan orizontal este pus în mișcare rectilinie uniformă prin tragere cu ajutorul unui resort orizontal care are constanta elastică $k=50$ N/m și este întins cu $x_0=1$ cm. Să se afle:

- coeficientul de frecare
- acelerația corpului când alungirea resortului este $x=3x_0$

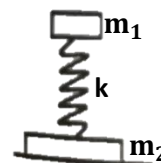
5. Fie sistemul din figură. Se cunosc $m_1=3$ kg, $\alpha=60^\circ$ și $k=500$ N/m. Corpul 2 este un cub cu densitatea $\rho=8000$ kg/m^3 și latura $l=10$ cm are un gol de formă cubică cu latura $l_1=4$ cm. Să se afle:

- alungirea resortului
- forța cu care cubul apasă pe suprafața plană
- coeficientul de frecare minim dintre corpul 2 și suprafața orizontală, dacă acesta nu alunecă pe suprafață



6. Pe un resort vertical așezat ca în figură se află prins la capătul superior un corp cu masa $m_1=250$ g care comprimă resortul cu $x=1$ cm. Masa corpului prins la capătul inferior este $m_2=500$ g. La un anumit moment se trage vertical în sus de corpul cu masă m_1 cu viteza constantă $v=2$ mm/s. Să se afle:

- constanta elastică a resortului
- intervalul de timp măsurat din momentul tragerii după care corpul inferior se desprinde de suprafață
- forța cu care se trage vertical la momentul $t=10$ s



VII. Lucrul mecanic și puterea mecanică

1. O mașină de spălat cu masa $m=80$ kg se deplasează orizontal cu frecare, coeficientul de frecare $\mu=0,1$, pe distanța $d=30$ m sub acțiunea unei forțe orizontale de împingere. Să se afle:

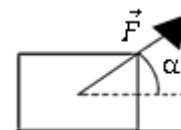
- lucrul mecanic efectuat de forța de greutate a mașinii
- lucrul mecanic efectuat de forța de împingere
- lucrul mecanic efectuat de forța de frecare și să se compare cu lucrul mecanic efectuat de forța de împingere

2. Un lift cu masa maximă $m=320$ kg prins cu un cablu se mișcă vertical în sus cu accelerația $\alpha=1$ m/s^2 de la parter până la etajul 5. Înălțimea medie a unui etaj este de $h=2,5$ m. Să se afle:

- lucrul mecanic efectuat de tensiunea din cablul care prinde cabina liftului
- lucrul mecanic efectuat de forța de greutate a liftului
- puterea medie a tensiunii

3. Un corp cu masa $m=1$ kg se deplasează cu frecare pe un plan orizontal, coeficientul de frecare fiind $\mu=0,1$ sub acțiunea unei forțe constante F care formează cu orizontala un unghi $\alpha=30^\circ$ ca în figura alăturată, astfel încât corpul va avea accelerația $\alpha=1$ m/s^2 . Să se afle:

- lucrul mecanic al forței F pe distanța $d_1=5$ m
- lucrul mecanic al normalei pe distanța $d_2=2$ m
- lucrul mecanic al forței de frecare pe distanța $d_3=3$ m



4. Asupra unui corp cu masa $m=4$ kg aflat pe o suprafață orizontală acționează o forță $F=60$ N care își deplasează punctul de aplicație pe distanța $d=4$ m, astfel că unghiul făcut de forță cu direcția de deplasare este $\alpha=30^\circ$ (figura precedentă). Corpul pornește din repaus și se deplasează cu frecare, coeficientul de frecare fiind $\mu=0,2$. Să se afle:

- lucrul mecanic efectuat de forța F
- lucrul mecanic efectuat de forța de frecare pe aceeași distanță
- puterea medie dezvoltată de forța F

5. Un corp cu masa $m=2$ kg se deplasează cu frecare pe un plan înclinat cu unghiul $\alpha=30^\circ$, coeficientul de frecare fiind $\mu=0,1$ sub acțiunea unei forțe constante F care formează cu planul un unghi $\beta=45^\circ$ ca în figura anterioară. Corpul se deplasează accelerat cu accelerația $\alpha=2$ m/s^2 pe distanța $d=5$ m în sus. Să se afle:

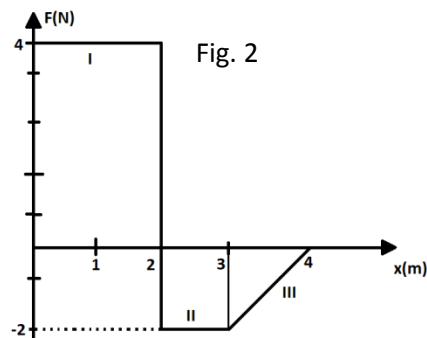
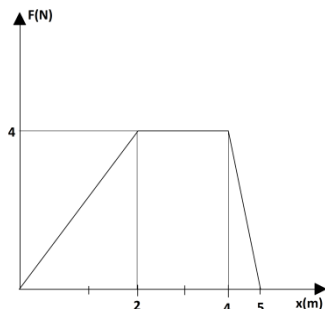
- lucrul mecanic al forței de tracțiune F
- lucrul mecanic al normalei
- lucrul mecanic al forței de frecare

6. Lucrul mecanic util pentru urcarea uniformă a unui corp de masă $m=10$ kg pe planul înclinat din punctul cel mai de jos în punctul cel mai de sus, este $L_u=2000$ J, iar lucrul mecanic efectuat de forța de frecare este $L_f=-500$ J. Să se afle:

- lucrul mecanic consumat
- randamentul η al planului înclinat
- înălțimea la care urcă corpul pe planul înclinat

7. Să se afle lucrul mecanic total efectuat de o forță care depinde de coordonată conform graficului din figura 1 când coordonata ia valori de la 0 la 5 m.

8. Să se calculeze lucrul mecanic efectuat de o forță $F=f(x)$ reprezentată grafic ca în figura 2 în situația în care coordonata ia valori de la 0 la 4 m.



VIII. Energia cinetică și potențială

1. O săgeată cu masa $m=40$ g este lansată dintr-un arc cu viteza $v_0=20$ m/s, pe verticală în sus. Să se afle energia cinetică a săgeții după o secundă de la lansare.

2. Un corp cu masa $m=1$ kg se mișcă uniform accelerat fără viteză inițială parcurgând în prima secundă distanța $d_1=1$ m. Să se afle energia cinetică a corpului după două secunde.

3. Un corp cu masa $m=500$ g este lansat pe o suprafață orizontală cu viteza inițială $v_0=20$ m/s. Corpul se mișcă cu frecare, coeficientul de frecare fiind $\mu=0,05$. Să se afle energia cinetică după $t=4$ s de la lansare.

4. Dacă un corp cu masa $m=100$ g cade liber de la înălțimea $h=20$ m. Să se afle energia potențială gravitațională la o pătrime din distanța față de sol, dacă la sol $E_p=0$.

5. De la aceeași înălțime se lasă să cadă două corpuri cu masele m_1 și $m_2=4m_1$. Să se afle raportul energiilor potențiale ale celor două corpuri E_{p2} / E_{p1} .

6. Dintr-un punct se aruncă pe verticală în sus un corp cu masa $m=200$ g cu o viteză inițială $v_0=20$ m/s. Să se afle la jumătatea înălțimii maxime valoarea energiei potențiale gravitaționale a corpului, dacă în punctul de aruncare $E_p=0$.

IX. Teorema de variație a energiei cinetice

1. O mașină cu masa $m=500$ kg se deplasează pe un drum orizontal cu viteza $v=20$ m/s. După începerea frânării în mod uniform, mașina se oprește în timpul $\Delta t=20$ s. Să se afle:

- lucrul mecanic efectuat de forța de frânare până la oprirea mașinii
- forța de frânare
- distanța parcursă de mașină până la oprire

2. Asupra unui corp, aflat inițial în repaus pe un plan orizontal pe care se poate mișca fără frecare, acționează pe direcție orizontală o forță constantă $F=4$ N. După un timp $\Delta t=2$ s, energia cinetică a corpului are valoarea $E_c=8$ J. La momentul $t=2$ s asupra corpului începe să acționeze o forță orizontală suplimentară care determină oprirea corpului. Din momentul aplicării forței și până la oprire corpul parcurge distanța $D=0,5$ m. Să se afle:

- distanța parcursă de corp în intervalul de timp Δt
- viteza corpului la momentul $t=2$ s
- masa corpului
- valoarea forței suplimentare

3. Asupra unui corp de masă $m=2$ kg care se deplasează cu frecare de-a lungul unei suprafețe orizontale acționează, un timp Δt , pe direcție orizontală, o forță de tracțiune. Viteza corpului crește de la valoarea $v_1=2$ m/s la valoarea $v_2=6$ m/s în timpul Δt , distanța parcursă de corp în acest timp fiind $d=20$ m. Forța de

frecare la alunecare dintre corp și suprafața orizontală are valoarea $F_f=2$ N. Să se afle:

- lucrul mecanic efectuat de forța de tracțiune în timpul Δt
- puterea medie dezvoltată de forța de tracțiune și intervalul de timp Δt
- coeficientul de frecare la alunecare dintre corp și suprafața orizontală

4. O camionetă de masă $m=1,6$ t se deplasează pe un drum orizontal, astfel încât viteza acesteia crește liniar în timp. La momentul t_1 viteza sa este $v_1 = 18$ km/h, iar la un moment ulterior t_2 , devine $v_2= 20$ m/s. În intervalul de timp $\Delta t=t_2-t_1$, forța de tracțiune produsă de motorul camionetei efectuează un lucru mecanic $L=375$ kJ, dezvoltând o putere medie $P=75$ kW. Să se afle:

- lucrul mecanic efectuat de forțele de rezistență în intervalul de timp Δt
- forța de tracțiune dezvoltată de motor și forța de rezistență
- distanța parcursă de camionetă în intervalul de timp Δt

5. Un corp având masa $m=2$ kg este lansat pe o suprafață orizontală și sub acțiunea forței de frecare, el se oprește după un interval de timp $t_{op}= 10$ s. Știind că lucrul mecanic al forței de frecare în procesul de oprire este $L=-400$ J, să se afle:

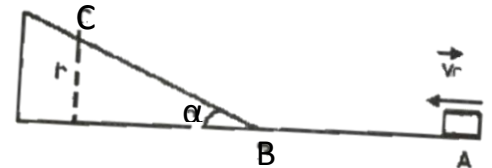
- viteza inițială a corpului
- coeficientul de frecare dintre corp și suprafața orizontală
- spațiul de oprire al corpului
- energia cinetică a corpului după $t_1= 3$ s din momentul lansării

6. O sanie cu masa $m=4$ kg coboară liber pe o pârtie înclinată cu unghiul $\alpha=14^\circ$ ($\text{tg}\alpha \approx 0,25$) și își continuă apoi drumul pe un plan orizontal până la oprire. Înălțimea pârtiei este $h=10$ m, iar proiecția pe orizontală a întregii traiectorii a saniei este $d=50$ m. Coeficientul de frecare la alunecare are aceeași valoare pe tot parcursul mișcării. Să se afle:

- coeficientul de frecare la alunecare
- viteza saniei la baza pârtiei
- puterea medie a forței de frecare la coborârea saniei pe pârtie

7. Un corp de masă $m=5$ kg este lansat cu viteza inițială $v_0=10$ m/s din punctul A, pe o suprafață orizontală, ca în figura alăturată. După ce parcurge distanța $AB=d=5$ m pe planul orizontal, corpul intră pe un plan înclinat care face unghiul $\alpha=30^\circ$ cu orizontala și urcă pe acesta până în punctul C, unde se oprește. Atât pe planul orizontal cât și pe cel înclinat mișcarea are loc cu frecare, coeficientul de frecare fiind $\mu_1 = 0,5$ pe planul orizontal și $\mu_2=1/\sqrt{3}$ pe planul înclinat. Să se afle:

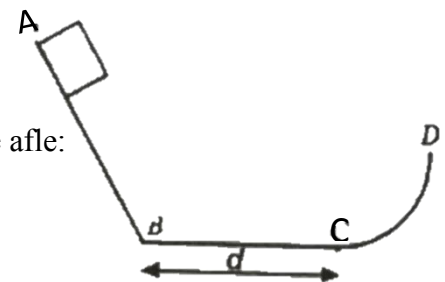
- lucrul mecanic efectuat de forța de frecare pe distanța AB
- energia cinetică în punctul B
- înălțimea maximă la care ajunge corpul pe planul înclinat
- randamentul planului înclinat



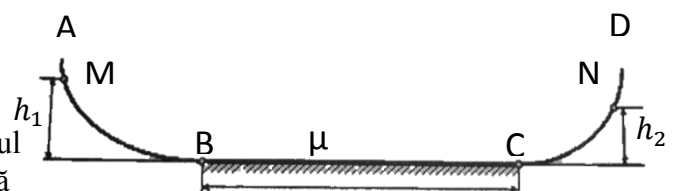
8. Un corp cu masa $m=2$ kg coboară fără frecare pe un plan înclinat cu înălțimea $h=1$ m ca în figura alăturată. Ajungând la baza planului, corpul se deplasează cu frecare pe o suprafață plană până într-un punct C parcurgând distanța $d=2$ m. Coeficientul de frecare este $\mu=0,3$. Din punctul C, corpul urcă fără frecare pe o suprafață curbă CD. Să se afle:

Din punctul C, corpul urcă fără frecare pe o suprafață curbă CD. Să se afle:

- viteza corpului la baza planului înclinat
- viteza corpului în punctul C
- înălțimea la care urcă corpul pe suprafața CD
- distanța față de punctul B la care se oprește corpul pe porțiunea BC.



9. O pistă de snowboard are forma din figură: două porțiuni curbe AB și CD, separate de o porțiune orizontală $BC=d=12$ m. Un sportiv cu masa $m=70$ kg coboară liber pe un snowboard, din punctul M al porțiunii curbe AB a pistei, punctul M aflându-se la înălțimea $h_1= 2,45$ m. Admițând că



mișcarea pe cele două porțiuni curbe AB și CD se face fără frecare, că pe porțiunea orizontală BC coeficientul de frecare la alunecare dintre snowboard și zăpadă este $\mu=0,1$. Să se afle:

- viteza v_c cu care trece prima dată sportivul prin punctul C
- înălțimea h_2 a punctului N în care se oprește prima dată sportivul pe porțiunea CD a pistei
- lucrul mecanic efectuat de forțele de frecare de la începutul mișcării sportivului și până la oprirea sa definitivă
- distanța dintre punctul B și punctul în care se va opri definitiv sportivul

X. Conservarea energiei mecanice

1. Un lanț de lungime $l=96$ cm și cu masa $m=2$ kg se află ținut pe o masă orizontală, astfel că o pătrime din lungimea lui atârână. Să se afle, dacă se lasă liber lanțul și se neglijează frecările lanțului cu masa:

- viteza cu care părăsește lanțul masa
- lucrul mecanic necesar urcării porțiunii de lanț care atârână

2. Un corp cade liber fără frecare de la înălțimea $h=100$ m. Să se afle:

- înălțimea la care energia sa cinetică este de patru ori mai mică decât energia potențială a corpului în punctul respectiv
- viteza corpului când acesta se află la înălțimea $h_c=20$ m
- înălțimea la care se ridică din nou corpul, dacă imediat după ciocnirea cu solul, energia cinetică a corpului reprezintă o fracțiune $f=40\%$ din valoarea energiei cinetice imediat înainte de ciocnire

3. O minge cu masa $m=500$ g aruncată vertical în sus de la sol, ajunge la înălțimea maximă $h=1$ m. Se neglijează efectul forțelor de frecare. Să se afle:

- viteza inițială a mingii
- energia mecanică a mingii la $1/4$ din înălțimea h , dacă la sol $E_p=0$
- cu cât se va ridica mai mult mingea, dacă viteza sa inițială crește de 2 ori?

4. Un copil aruncă pe verticală, de jos în sus cu viteza inițială $v_0=4$ m/s o minge cu masa $m=100$ g de la înălțimea $h=5$ m. Se neglijează efectul forțelor de frecare. Considerând că energia potențială gravitațională este nulă la nivelul solului, să se afle:

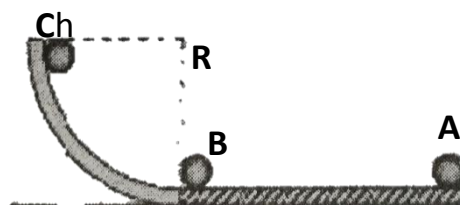
- înălțimea maximă măsurată față de sol la care se ridică mingea
- valoarea energiei cinetice a corpului la o pătrime din înălțimea maximă la care se ridică corpul
- viteza cu care corpul ajunge pe sol

5. Un corp de masă $m=0,5$ kg este lansat de la nivelul solului, vertical în sus, cu viteza inițială $v_0=8$ m/s fără frecare cu aerul. Energia potențială gravitațională este considerată nulă la nivelul solului. Să se afle:

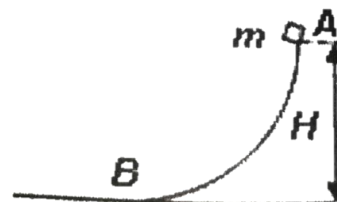
- înălțimea maximă măsurată față de sol atinsă de corp
- viteza corpului în momentul în care energia sa cinetică este de trei ori mai mică decât cea potențială în punctul respectiv

6. O bilă cu masa $m=200$ g este lansată din punctul A cu viteza inițială $v_0=6$ m/s pe o pistă ca în figura alăturată. Pe porțiunea orizontală $AB=l=3$ m mișcarea decurge cu frecare, $\mu=0,1$. Pe porțiunea circulară BC cu raza $R=50$ cm mișcarea se face fără frecare. Să se afle:

- viteza bilei în punctul B
- viteza cu care bila ajunge în punctul C
- înălțimea măsurată față de punctul B la care se ridică bila



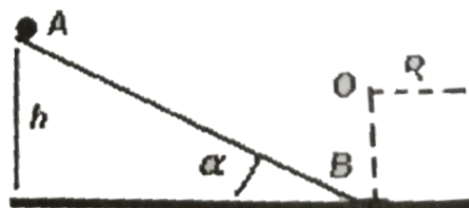
7. Un corp de masă $m=1$ kg, aflat inițial în repaus la înălțimea $H=5$ m, este lăsat să alunece liber fără frecare pe o suprafață curbă AB, ca în figura alăturată. Începând din punctul B el își continuă mișcarea cu frecare pe planul orizontal, coeficientul de frecare fiind $\mu=0,2$. Să se afle:



- a. viteza corpului în punctul B
- b. lucrul mecanic efectuat de greutatea corpului la mișcarea între punctele A și B
- c. distanța BC, astfel încât în punctul de pe suprafața orizontală C energia mecanică totală a acestuia este egală cu un sfert din energia mecanică totală inițială

8. Un corp de masă $m=500$ g parcurge traseul din figura alăturată, format dintr-o porțiune rectilinie AB, înclinată față de orizontală sub un unghi $\alpha=45^\circ$, racordată lin cu o porțiune circulară BC de rază $R=1$ m. Corpul pornește din repaus, mișcarea are loc fără frecare, lungimea porțiunii liniare este $AB=4\sqrt{2}$ m, iar porțiunea circulară are forma unui sfert de cerc. Energia potențială gravitațională se consideră nulă în punctul B. Să se afle:

- a. viteza v_B a corpului în punctul B
- b. lucrul mecanic efectuat de greutatea corpului la deplasarea acestuia între punctele A și C
- c. energia cinetică a corpului când acesta ajunge în punctul C
- d. înălțimea, măsurată față de punctul B, la care energi



CUPRINS

Capitolul 1. Limba și literatura română	2
Capitolul 2. Matematică.....	65
Capitolul 3. Biologie.....	132
Capitolul 4. Chimie.....	162
Capitolul 5. Fizică.....	192
CUPRINS	218